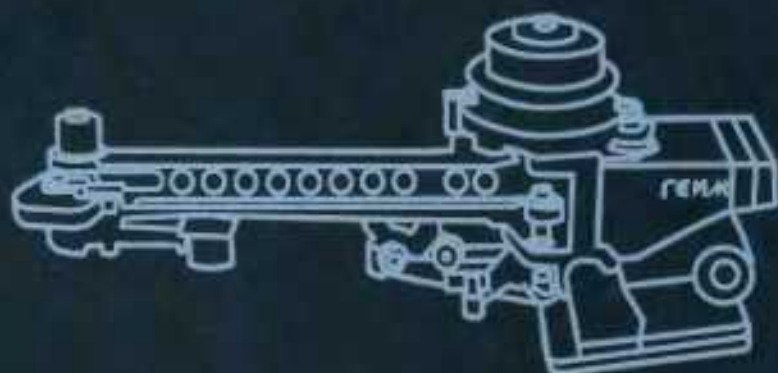


А.И. Корендясев Б.Л. Саламандра Л.И. Тывес

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РОБОТОТЕХНИКИ



Книга 1

НАУКА

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ МАШИНОВЕДЕНИЯ им. А.А. БЛАГОНРАВОВА

А.И. Корендясев Б.Л. Саламандра Л.И. Тывес

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РОБОТОТЕХНИКИ

В ДВУХ КНИГАХ

КНИГА 1

Под редакцией
доктора технических наук
С.М. КАПЛУНОВА



МОСКВА НАУКА 2006

Рецензенты:

доктор технических наук *В.К. Астахов*,
доктор технических наук *В.Л. Жавнер*

Корендяев А.И.

Теоретические основы робототехники. В 2 кн. / А.И. Корендяев, Б.Л. Саламандра, Л.И. Тывес ; отв. ред. С.М. Каплунов ; Ин-т машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. – М. : Наука, 2006. – ISBN 5-02-033952-0.

Кн. 1. – 2006. – 383 с. – ISBN 5-02-034439-7 (Кн. 1).

Монография представляет собой фундаментальное издание в двух книгах, посвященное теоретическим основам робототехники и практическим аспектам проектирования роботов. Каждая из тринадцати глав издания содержит обзор наиболее ярких работ в соответствующих направлениях, оказавших заметное влияние на развитие науки о роботах. В первой книге рассмотрены функциональные механизмы и системы промышленных роботов, структура, кинематика и статика механической руки, а также точностные и динамические модели промышленных роботов.

Для конструкторов, исследователей и инженеров в области робототехники, а также преподавателей вузов.

Темплан 2006-1-175

ISBN 5-02-033952-0
ISBN 5-02-034439-7 (Кн. 1)

- © Корендяев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И., 2006
- © Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, 2006
- © Редакционно-издательское оформление. Издательство "Наука", 2006

ПРЕДИСЛОВИЕ

На всех этапах своего развития человечество стремилось создать орудия и механизмы, облегчающие труд и обеспечивающие защиту от неприятеля. Еще в первом веке нашей эры Героном Александрийским были созданы ирригационные сооружения, водопровод, поворотные сцены храма; Архимед построил различные подъемные механизмы, в том числе и для переворота кораблей неприятеля, Леонардо да Винчи, наряду со многими изобретениями, предложил летательный аппарат на основе машущего крыла.

Человек в значительной степени познавал объективные законы природы, изучая движения животных и птиц. Только в середине XX в. это направление получило название бионика – наука об особенностях строения и жизнедеятельности живых организмов с целью создания новых приборов, механизмов и технических систем. Не стал исключением и сам человек. Совершенство его двигательных функций и интеллектуальные способности стали образцом для создания человекоподобных (антропоморфных) технических устройств. До настоящего времени сохранились созданные в XVII в. забавные механические игрушки – подвижные куклы, которые музицируют, рисуют, танцуют, пишут различные тексты.

Дальнейшее развитие техники и все более возрастающие требования к замене монотонного человеческого труда работой автоматов, особенно в опасных (радиация, взрывчатые материалы) или недоступных (глубины моря, космос) зонах, привело к созданию "умных" машин – роботов, обладающих близким к человеку "богатством" выполняемых движений и некоторым "искусственным интеллектом", позволяющим автоматически принимать решения и выбирать из этого "богатства" те движения, которые необходимы для выполнения технологической задачи даже в не полностью определенных (по информации) средах.

Однако появлению таких "умных" машин предшествовал этап становления робототехники – нового раздела теории машин и механизмов. Как иногда случается, этот класс машин изначально был "обыгран" писателями-фантастами. Слово "робот" впервые введено в обиход чешским писателем К. Чапек в фантастической пьесе "R.U.R." (Россумские универсальные роботы). С тех пор это слово вошло во все языки мира.

К. Чапек достаточно точно (с современных позиций) описал робота. Вот его слова: "...Россум... выкинул человека (из производственного процесса – *примечание К.В.Ф.*) и создал робота. Роботы – не люди... Механически они совершеннее нас, они обладают невероятно сильным интеллектом, но у них

нет души. ...Продукт инженерной мысли технически гораздо совершеннее продуктов природы!"

Как видим, робот по К. Чапеку – техническое устройство, предназначенное для замены человека при выполнении рабочих движений – только для этих целей. Все, что непосредственно не служит этому, из конструкции робота исключено. Его "механические совершенства" и "невероятно сильный интеллект" направлены на то, чтобы он двигался и работал быстрее, сильнее и точнее человека, чтобы был в этом смысле совершеннее человека.

До настоящего времени термины "робот" и "искусственный интеллект" не нашли общепринятого определения, не оговорены никакими международными стандартами. Есть только некоторые варианты, предлагаемые различными учеными. Например, в 1971 г. академик М.В. Келдыш дал следующее определение: "Робот – это машина, выполняющая механическую работу с повышенным уровнем автоматизма". Нам представляется, что термин "робот" полностью укладывается в понятие, строго определенное в теории машин термином "автомат", который был введен в 1962 г. академиком И.И. Артоболовским и профессором А.Е. Кобринским: "Автомат – агрегат, представляющий собой систему механизмов и устройств (электронных, электрических, пневматических, гидравлических), в которой полностью механизированы, т.е. выполняются без непосредственного участия человека, процессы получения, преобразования, передачи и использования энергии, материалов и информации".

В настоящее время роботы вошли в нашу повседневную жизнь. Сейчас нет в мире ни одного крупного автомобильного завода, на котором сварка кузовов в серийном производстве не производилась бы роботами. С 1983 г. более 10 американских компаний выпускают робототехнические комплексы, предназначенные как для обычных операций контактной и дуговой сварки, так и для специальных типов: лазерной сварки; сварки плавящимся электродом в среде инертного газа и т.п. Исследование мирового океана выполняется подводными роботами. Это они доставили материальные объекты и информацию о состоянии трагически погибшего "Титаника". В атомной промышленности – работа с радиоактивными материалами. В нашем беспокойном мире роботы уже широко используют в чрезвычайных ситуациях, например, для нахождения и, если надо, уничтожения опасных предметов с целью предотвращения террористических актов. Такие роботы выполняются на подвижных шасси и могут исследовать загроможденные среды, подлезать под днище автомобиля, перемещаться и выполнять необходимые операции в ограниченном пространстве, например в вагоне пассажирского поезда. Разрабатываются и производятся роботы для использования в быту – для уборки помещений, охраны, обслуживания больных и т.д.

Значительное внимание уделяется роботам, предназначенным для работы в средах, где присутствие человека недопустимо, и в первую очередь – при выполнении операций в сверхчистых технологиях, например, при производстве ЧИПов в микроэлектронике; в медицине – для исследования внутренних органов человека, для лечения и поддержания жизни – искусственная почка, аппараты искусственного дыхания, кровообращения.

А биоуправление перевернуло все представления о конструкции и возможностях протезов конечностей человека-инвалида. Характерный пример: на первом Международном Конгрессе по автоматическому управлению, проходившем в Москве, перед докладом профессора А.Е. Кобринского на трибуну поднялся инвалид с биоуправляемым протезом, взял мел и написал на доске: "Привет участникам Конгресса". Все присутствующие – ведущие специалисты в области кибернетики из разных стран – стоя аплодировали достижениям ученых и инженеров нашей страны.

Широкому применению роботов во всех сферах деятельности человека предшествовал период развития науки о роботах – робототехники. И тому были объективные причины, сложившиеся к 1940-м годам. С одной стороны, настоятельная потребность – в связи с работами по атомной энергетике, а с другой – появившаяся возможность перерабатывать большие объемы информации и управлять технологическими процессами с помощью новых цифровых микропроцессорных систем. Именно развитие компьютерной элементной базы обусловило бурное развитие робототехники.

Ученые всех передовых в техническом отношении стран включились в развитие робототехники. Можно выделить следующие направления: исследование структуры и кинематики роботов, управление от компьютера, автоматическая сборка – Д. Тесар, Б. Росс (США), Ф. Куафе (Франция); структура роботов для различных технологических процессов, внедрение роботов – Г. Варнеке (Германия), разработка адаптивных (приспосабливающихся к изменениям внешней среды) роботов – К. Шенон (США); функциональный анализ механических рук – А. Роветта (Италия); антропоморфные структуры роботов – А. Морецкий (Польша); теория шагающих машин, экзоскелетон – М. Вукобратович (Югославия).

Начиная с 1973 г. регулярно (один раз в 3 года) стали проводиться международные симпозиумы "ROMANSY – Роботы – Манипуляторы – Системы". Состоялось более 10 конгрессов таких крупных международных объединений, как IFTOMM, IFAC, на которых отдельно заслушивались доклады по различным разделам робототехники.

В нашей стране исследования в области робототехники развивались в крупнейших научно-исследовательских институтах. Эти работы возглавляли известные ученые: академик И.И. Артоболевский, профессора А.Е. Кобринский и А.П. Бессонов (ИМАШ РАН); члены-корреспонденты Е.П. Попов (МВТУ им. Н.Э. Баумана) и Д.Е. Охоцимский (ИПМ), доктора технических наук Е.И. Юревич (ИТКР), Е.А. Девянин (ИМех. МГУ), П.Н. Белянин (НИАТ) и др. Начиная с 1967 г. с периодичностью один раз в два года в различных городах страны проводятся симпозиумы по теории и принципам устройства манипуляторов, на которых обсуждаются новые подходы к решению задач робототехники, а также отбираются наиболее интересные работы для участия на международных конгрессах.

Робототехника, как наука о новом классе машин, быстро набрала потенциал и сформировалась как отдельное направление в машиноведении. В связи с большой потребностью отечественной промышленности в инженерных кадрах по этому направлению во всех ведущих технических ВУЗах страны в начале 1970-х годов была введена новая специальность 02.05.02 "Робототехника, мехатроника и робототехнические комплексы".

Настоящая книга написана сотруниками ИМАШ РАН, специалистами в области теории механизмов, машин и автоматических линий, работавшими под руководством академика И.И. Артоболевского и профессора А.Е. Кобринского. Авторы книги являются свидетелями и непосредственными участниками теоретических и прикладных исследований задач робототехники. У каждого из них более 100 научных публикаций по данному направлению. В книге собраны и систематизированы результаты работ авторов более чем за 30-летний период деятельности.

Книга интересна тем, что в ней с единых позиций изложены основные проблемы, постановки задач и их решения, касающиеся механики робототехнических систем, привода, управления и информационного обеспечения. При этом основное внимание уделено исследованию главного элемента робота – механической руке, как механической системе с большим числом степеней свободы. Авторы сумели систематически изложить специфические проблемы таких объектов и дать конструкторам математический аппарат для решения задач статики, уравнивания, кинематики, динамики и управления руками роботов.

Большое внимание уделено оценке интегральных характеристик механической руки, анализу и методам повышения точности воспроизведений траекторий схвата, повышению быстродействия за счет использования схем рекуперации энергии, алгоритмическому обеспечению при работе в среде с препятствиями, выбору оптимальных траекторий, созданию систем "очувствления" роботов (искусственная кожа, зрение).

В книге подробно описаны не только алгоритмы распознавания образов, но и свойства реальных систем сбора информации. Характерное для книги частое обращение авторов к экономии машинного времени не атавизм, а позиция авторов. Пусть выигрыш при современной памяти и быстродействии вычислительных средств составляет секунды или доли секунды, но именно на эти доли секунды и надо быть впереди.

Следует отметить неоценимый вклад авторов в решение многих конкретных задач робототехники и манипуляторостроения. Одна из них связана с отказом от "траекторного" подхода при исследовании многоподвижных управляемых механизмов, каковыми являются манипуляционные системы роботов, и введение "метода объемов" – интегральных оценок кинематических возможностей систем в рабочем объеме (коэффициент сервиса). Затем – определение целого подкласса разомкнутых кинематических структур манипуляционных систем, для которого обратная задача о положениях решается в явном виде, и метод анализа механизмов на наличие особых положений (конфигураций) с помощью "индикаторной матрицы".

Весьма плодотворным для инженерной практики оказался также оригинальный подход авторов при анализе кинематических передач приводов, а также статики и динамики манипуляционных систем, связанный с поиском условий, при которых сложные исследуемые уравнения сводятся к линейным, либо дополнительно становятся еще и ортогональными. В итоге такой подход позволяет в первоначальном многообразии возможных движений, можно сказать в их хаосе, найти системы, движения которых анализируются достаточно легко и приводят к полезным результатам.

Вместе с тем в книге убедительно показана необходимость и актуальность современных физических экспериментов.

Выбор в качестве объекта исследований механической руки не является случайным. От робота, как от универсальной машины, обычно требуется большое разнообразие возможных движений. Традиционно эта проблема решается за счет введения "избыточных" степеней свободы. Однако сколько ни сделано роботов, а до совершенства природы инженерам еще далеко. Рука человека – уникальное орудие труда – обладает универсальными двигательными возможностями. С одинаковой легкостью человек берет иголку, книгу, чашку, работает напильником, паяльником, молотком, совершает множество сложных движений: медленных и быстрых, грубых и точных, мелких и размашистых. Как показали исследования А.Е. Кобринского, такое многообразие и богатство обусловлены тем, что наряду с высокоорганизованным компьютером – мозгом человека, природа его снабдила телом (двигательной системой), имеющим по ориентировочным подсчетам 37 степеней подвижности! А человеческая рука имеет 7 степеней подвижности, не считая подвижности пальцев. До настоящего времени неясно, как и по каким алгоритмам человек выбирает лучшую для себя траекторию из множества возможных для выполнения того или иного двигательного акта.

В науке развитие и познание бесконечны. Поэтому эту работу можно считать эстафетным посланием новому поколению ученых и конструкторов, которому предстоит развивать инженерные идеи и совершать яркие прорывы в технике.

Данная монография, несомненно, будет полезна преподавателям, студентам, аспирантам, инженерам и исследователям в области теории машин и механизмов, робототехники, станкостроения, информатики, автоматки и систем управления. Несмотря на большой объем (монография выходит в двух книгах), много интересных разделов робототехники остались за ее рамками: шагающие машины и роботы, роботы с упругими звеньями, роботы с параллельной топологией и робототехнические комплексы лишь упомянуты. Это значит, что теория робототехники еще пишется, и не только авторами данного издания, но и многими другими учеными, инженерами и конструкторами. Всем им, упомянутым и не упомянутым в монографии, россиянам и зарубежным коллегам я искренне благодарен за их вклад и результаты.

Академик К.В. Фролов

*Авторы посвящают монографию
памяти
Александра Шулимовича Колискора,
коллеги и друга*

Глава I

СМОТРИТЕ, КТО ПРИШЕЛ!

1.1. НЕМНОГО ИСТОРИИ. МАНИПУЛЯТОРЫ

Зарождение робототехники относится к 1940-м годам и связано оно с развитием атомной энергетики. Материалы, используемые в данной области техники, обладают радиоактивностью, и прямой контакт человека с ними недопустим. Для человека опасно также и оборудование для получения и обработки этих материалов. Вместе с тем большой объем научных исследований в области атомной энергии, задачи практической эксплуатации и ремонта реакторов, обслуживания машин и механизмов, находящихся в радиоактивной зоне, требовали участия человека в их выполнении. Уровень развития автоматизации в то время был недостаточно высок, чтобы говорить о возможности создания автоматов для выполнения разнообразных и часто очень сложных операций по обслуживанию атомной техники. Поэтому были найдены технические решения, позволяющие, с одной стороны, вывести человека из опасной зоны, а с другой – использовать его высокие интеллектуальные и физические возможности при выполнении операций в этих зонах. Машины для выполнения такого рода работ получили название манипуляторов.

Первый манипулятор создали в Аргоннской национальной лаборатории США. Была сконструирована машина многоцелевого назначения, способная выполнять те же действия, что и рука человека. Принцип работы машины определил ее название, которое в точном переводе на русский язык звучит "хозяин-раб". Манипулятор состоял из исполнительной механической руки ("раб"), помещенной в опасную зону, и задающей механической руки ("хозяин"), на которую воздействует оператор, находящийся в безопасной зоне. Исполнительная рука, отличающаяся от задающей руки только наличием захватного устройства, имела шарнирную конструкцию, а число ее звеньев и соответственно степеней подвижности было достаточным, чтобы устанавливать и ориентировать объект манипулирования в рабочем пространстве любым образом.

В первых конструкциях задающая и исполнительная руки были связаны между собой кинематическими передачами тросового типа так, что звенья исполнительной руки копируют движения звеньев задающей. Механические передачи, связывающие обе руки, являются обратимыми. Оператор

через задающую руку воспринимал нагрузку от веса звеньев обеих рук, их инерционности, сил взаимодействия исполнительской руки с объектами манипулирования и преодолевал силу трения в кинематических передачах. Иными словами, помимо функций управления оператор выполнял также и физическую работу, в процессе которой нагрузка на человека, естественно, зависела от технологического процесса в опасной зоне.

В дальнейшем были предприняты попытки избавить оператора от физической нагрузки за счет введения следящих приводов, однако качество системы при этом ухудшилось: вместе с нагрузками на оператора полностью устраняется полезная информация о силах взаимодействия исполнительской руки с объектами манипулирования и теряется возможность выполнять "тонкие" работы, связанные, например, с манипулированием хрупкими объектами. Оператор был лишен своеобразного канала осязания. Поэтому дальнейшее развитие техники манипуляторов было связано с применением так называемых обратимых по усилию следящих систем, позволяющих сообщать оператору информацию через задающую руку о силовых нагрузках в опасной зоне. При этом, чтобы не нагружать оператора моментами от веса звеньев, руки стали уравнивать, применяя специальные уравнивающие механизмы. Одновременно происходило совершенствование самих механических рук, способов и устройств управления [6] (кнопочное, от специальных рукояток, иногда и не похожих на исполнительную руку), манипуляторы оснащали датчиками касания, проскальзывания, усилий и т.д. Словом, манипуляторостроение превратилось в целую отрасль промышленности.

Именно технические достижения в этой отрасли имели основополагающее значение для современной робототехники. Особенно важным оказался опыт, накопленный в области создания исполнительных устройств с широкими двигательными возможностями – универсальных механических рук.

Конечно, рука человека по своей универсальности и возможностям ни в какое сравнение не может идти с механической рукой. Вряд ли когда-нибудь можно будет построить механизм, равный по возможностям руке человека. По данным антропологов, рука человека имеет 27 степеней подвижности, в то время как для произвольного помещения и ориентации объектов в свободном пространстве достаточно иметь механизмы с шестью степенями подвижности. Как правило, наиболее совершенные манипуляторы создают с таким числом степеней подвижности. И даже при такой, сравнительно небольшой подвижности рука получается конструктивно сложной (рис. 1.1), а многие вопросы ее создания требуют серьезных теоретических обоснований.

В настоящее время манипуляторы широко используют не только в атомной промышленности, но и в космосе, в шахтах, под водой и во многих других областях. И всегда в этих системах присутствует человек, выполняющий функции управления. В машиностроительном производстве в тех случаях, когда нецелесообразно автоматизировать технологический процесс в силу его сложности и когда мастерство и опыт оператора в этом процессе имеют важное значение, находят применение копирующие манипуляторы. При их использовании оператор выводится из вредной зоны, обеспечи-

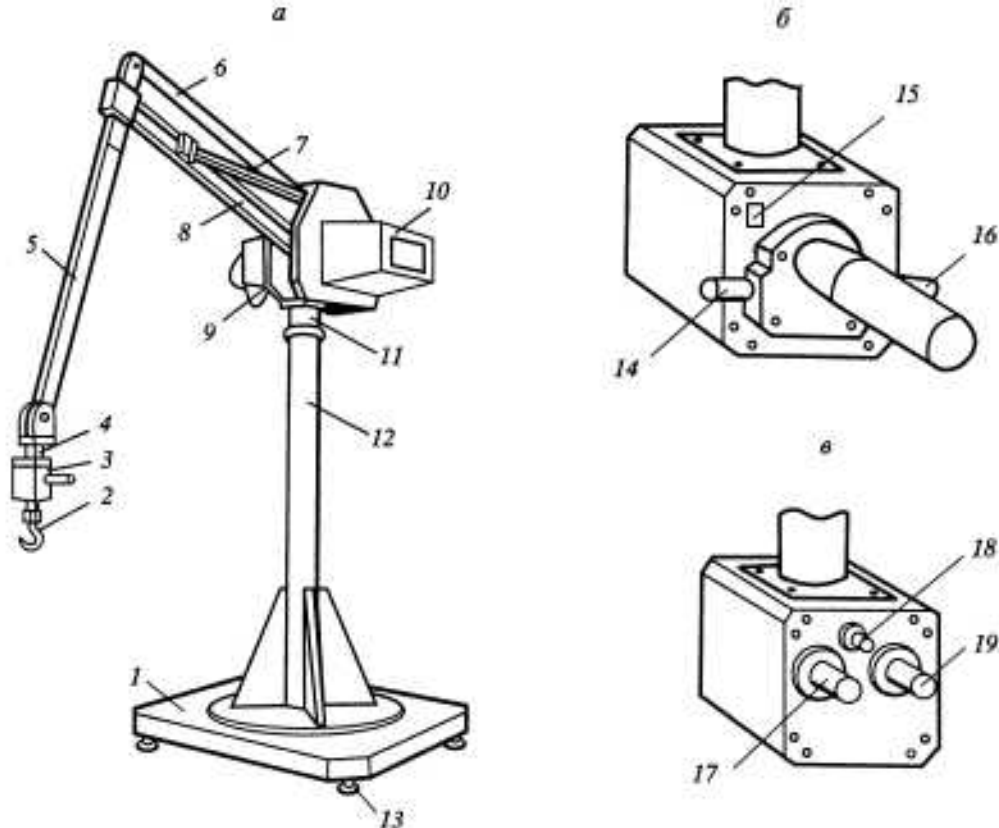


Рис. 1.2. Стационарный сбалансированный манипулятор NB-75A (Япония) грузоподъемностью 75 кг

а – внешний вид; б – узел управления с лицевой стороны; в – узел ручного управления с обратной стороны; 1 – опорная плита; 2 – крюк для подвески груза; 3 – пульт управления; 4 – узел поворота крюка; 5 – “предплечье” руки; 6 – верхнее звено параллелограммного механизма (“плечо”); 7 – пружина уравновешивающего механизма; 8 – нижнее звено параллелограммного механизма; 9 – узел привода; 10 – шкаф системы управления; 11 – узел разворота корпуса манипулятора; 12 – стойка; 13 – установочная опора; 14 – кнопка управления подъемом груза; 15 – выключатель источника питания; 16 – кнопка управления опусканием груза; 17 – кнопка включения системы балансирования груза; 18 – индикаторная лампа балансирования груза на крюке; 19 – кнопка выключения системы балансирования груза

вается многократное “усиление” мускульной энергии оператора, и в то же время технологический процесс ведется с привлечением интеллекта и профессиональных знаний оператора.

В последние годы прошлого века широкое распространение получили сбалансированные манипуляторы (рис. 1.2). Это сравнительно простые манипуляционные системы с ручным управлением, применяемые для механизации тяжелых работ в различных отраслях машиностроения, в частности, для загрузки и выгрузки тяжелых заготовок и изделий (с массой в десятки и сотни килограммов) при их обработке на станках и иных установках, а также для механизации операций сборки и др. [5].

Общей конструктивной особенностью сбалансированных манипуляторов является уравновешивание масс рычагов руки с помощью специальных

пружинных устройств и наличие одного приводного двигателя. Такие манипуляторы управляются рукояткой, расположенной на его конечном звене, которое приспособлено также для быстрой смены присоединяемых к нему специализированных захватных устройств. При повороте управляющей рукоятки в одну сторону груз поднимается, при повороте в другую – опускается. Чем больше угол поворота управляющей рукоятки, тем выше скорость подъема или опускания груза. При освобождении рукоятки она возвращается в нейтральное положение, манипулятор в этот момент автоматически останавливается, поднятый груз остается неподвижным. Усилиями оператора весь манипулятор легко поворачивается вокруг вертикальной оси, благодаря чему достигается возможность позиционировать груз в любой точке рабочего пространства. В конструкции предусмотрены устройства, предохраняющие систему от перегрузки, опрокидывания и падения груза при выключении тока или отказах. Источником энергии служит двигатель, автоматически включающийся при наличии вертикальной составляющей усилия, которое оператор прикладывает к управляющей рукоятке. Простота и удобство управления подобными "усилителями" мышечной силы оператора обуславливают их широкое распространение в различных отраслях.

1.2. АВТОМАТИЧЕСКИЕ МАНИПУЛЯТОРЫ С ПРОГРАММНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ – РОБОТЫ

1.2.1. Специфика нового класса машин и социальные, экономические и технические аспекты применения промышленных роботов

До 1950-х годов было экономически выгодно вкладывать основные средства в автоматизацию массового производства. Доля продукции массового производства в общем объеме продукции была преобладающей и постоянно росла. Принцип автоматизации массового производства – это создание высокопроизводительных специальных, фактически не перенастраиваемых автоматических линий, в том числе и роторно-конвейерных, предназначенных для выпуска большого количества изделий одной номенклатуры.

В связи с прогрессом во всех сферах жизни и деятельности общества возникла и развивается потребность в выпуске большого количества хороших и разных изделий, что привело к смещению основной доли промышленной продукции из области массового в область серийного и даже мелкосерийного производства. При этом требования разнообразия продукции и быстроты смены представлений о "хорошем и разном" ведут к резкому увеличению номенклатуры выпускаемой продукции и частой ее смене. Вместе с тем потребность в большом количестве продукции обуславливает высокие темпы выпуска, характерные для массового производства.

Удовлетворение этим двум условиям в рамках серийного и мелкосерийного производства при растущем дефиците рабочей силы осуществлялось путем автоматизации на основе высокопроизводительного оборудования, технологических машин с ЧПУ, допускающих гибкую, т.е. быструю

(желательно программную) переналадку на разные виды изделий. Автоматизация на этом этапе стала конкурентом высококвалифицированным рабочим на основных операциях и частично вытеснила их на выполнение вспомогательных операций типа "прими-подай".

К концу прошлого века в промышленном производстве наблюдалось существенное противоречие между возможностями средств автоматизации и особенностями тех тяжелых и, казалось бы, простых трудовых процессов, для выполнения которых вынужденно привлекается человек. Загрузка и выгрузка множества машин, станков и полуавтоматов, межоперационный транспорт, складские работы, сборка узлов и частей машин, процессы сварки,ковки, штамповки, окраски и множество других – эти внешне несложные процессы, зачастую не требующие от оператора высокой квалификации, связаны с выполнением сложных и разнообразных, свойственных только человеку движений, как правило, не поддающихся автоматизации традиционными методами. Поэтому в развитых в технологическом отношении странах велись широкие исследования по созданию, совершенствованию и применению нового класса машин – автоматических манипуляторов с программным управлением, разными по структуре, свойствам и назначению. В отечественной и зарубежной литературе такие устройства получили название "промышленные роботы" (ПР).

Под промышленным роботом понимают механическую руку с программным управлением, снабженную захватом и предназначенную для автоматического воспроизведения двигательных функций верхних конечностей человека в производственных процессах.

Выделение таких технических устройств в отдельный класс обусловлено их специфическими особенностями, главные среди которых: 1) большое (до 10) число степеней свободы; 2) разомкнутые кинематические цепи "скелета" руки, образованного последовательно соединенными звеньями; 3) автономность, позволяющая быстро включать робот в производственный процесс. Благодаря этим особенностям промышленные роботы приобретают функциональную универсальность (возможность выполнять широкий набор операций), маневренность, обеспечивающую выполнение движений в стесненном объеме, ограниченном элементами технологического оборудования, и гибкость в переналадке.

Уже первые опыты по применению роботов на производстве показали, что эта форма автоматизации позволяет решить актуальные проблемы социального, экономического и технического характера. *Социальный аспект* применения роботов характеризуется прежде всего разрешением известного противоречия между высокой подготовкой рабочих кадров, привлекаемых в современное производство, и трудностями в обеспечении их интересной, квалифицированной, перспективной работой. В целом робототехника – от производства до эксплуатации – достаточно интересная область для квалифицированных рабочих. Не менее важно, что применение роботов позволяет удалить человека из зон, опасных или угрожающих здоровью, и освободить его от утомительного монотонного труда.

Экономические аспекты развития робототехники определяются, с одной стороны, ярко выраженными тенденцией к непрерывному росту стоимости рабочей силы, ограничением ее ресурсов в промышленно

развитых странах, с другой – относительно успешным удешевлением систем и средств автоматизации даже при росте их функциональных возможностей. Указанные факторы дают основание прогнозировать дальнейшее широкое внедрение промышленных роботов в производство. Вместе с тем следует отметить, что еще не выработана достаточно общая методика расчета экономической эффективности их применения.

Очевидно, что такая методика наряду с факторами, закладываемыми обычно в расчет экономической эффективности любого технологического оборудования [15], должна учитывать условия конкретного участка, на котором будет использован робот, а также специфические особенности, обусловленные тем, что объектами сравнения являются машина и человек.

Иногда при анализе результатов расчета создается впечатление, что замена рабочего роботом экономически не оправдана, так как робот, как правило, требует достаточно квалифицированного обслуживающего персонала и специальной оснастки, стоимость которой составляет 20–40% от стоимости робота. При этом забывают, что робот не утомляется, работает с постоянным (зачастую более высоким) ритмом и практически нечувствителен к условиям труда. Именно поэтому, используя роботы можно повысить производительность, существенно увеличить стабильность качества выпускаемой продукции, снизить процент брака и поднять коэффициент использования основного технологического оборудования.

Очень важен вопрос повышения эффективности использования основного технологического оборудования на участке с роботом. Ниже будет сформулирован критерий оптимального согласования временных характеристик элементов такого участка.

Технический аспект рассматриваемой проблемы обусловлен, с одной стороны, ростом номенклатуры выпускаемых изделий и уменьшением серийности производства, а с другой – задачами его автоматизации. В настоящее время наиболее высокий уровень автоматизации достигнут в массовом производстве. В серийном же и мелкосерийном производстве имеет место противоречие между сравнительно высоким уровнем автоматизации основных технологических процессов и относительно низким – на вспомогательных операциях. Особенно четко проявляется это противоречие при использовании станков с ЧПУ. Универсальность роботов, их автономность и гибкость в управлении позволяют логически завершить процесс автоматизации серийного и мелкосерийного производства и подойти к решению задачи комплексной автоматизации участков, цехов и заводов.

1.2.2. Структура промышленного робота и его основные элементы

Упрощенная блок-схема робота и его инфраструктуры представлена на рис. 1.3. Приводы по командам блока управления (обычно системы программного управления) через кинематические цепи перемещают выходные элементы последних – звенья "скелета" руки робота. Параметры звеньев скелета руки и их кинематические связи друг с другом определяют объем и конфигурацию рабочего пространства робота, которые следует устанавли-



Рис. 1.3. Упрощенная блок-схема промышленного робота

вать, исходя из особенностей согласования промышленного робота и технологического оборудования. С этой точки зрения иногда определенными преимуществами обладают агрегатные конструкции роботов (рис. 1.4).

Воздействие робота на внешнюю среду и манипулирование объектами в соответствии с поставленной технологической задачей осуществляются захватным устройством, которое устанавливают на руке робота. При конструировании захватных устройств учитывают свойства среды и манипулируемого объекта. Скорость, точность выполнения движений и нагрузочная способность робота зависят от типа используемого привода (электрический, гидравлический, пневматический), а также системы управления. Управление приводами строится либо по разомкнутой схеме ("работа по упорам"), либо по замкнутой (по датчикам состояния звеньев).

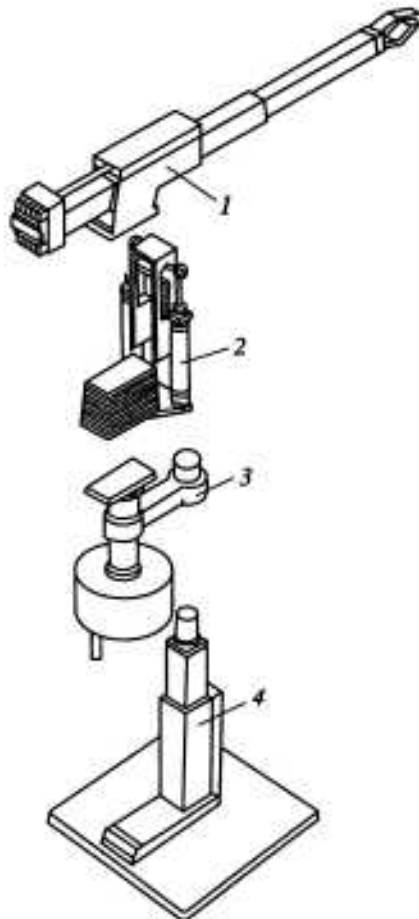
Различают ПР с цикловым, позиционным и контурным управлением.

Цикловые роботы составляют простейший и самый распространенный класс. У таких роботов по программе, задаваемой обычно от микроконтроллера, меняется только цикл движений – последовательность включений приводов по степеням подвижности и временные интервалы между включениями. В результате можно программно изменить последовательность выхода в различные, но жестко определенные точки пространства. Значения перемещений (координат позиций) и скоростей по степеням подвижности настраивают каждый раз при внедрении робота в тот или иной технологический процесс. Перемещения по степеням подвижности настраивают жесткими упорами, а скорости – соответствующими регулировками систем питания приводов.

Роботы с позиционным управлением имеют более совершенную систему привода и устройство управления. У таких роботов в соответствии с программой могут изменяться не только цикл движений, но и значения перемещений по степеням подвижности. В отличие от цикловых роботов они обеспечивают обслуживание значительного числа дискретных позиций в рабочем пространстве. При этом скорости движений между позициями у таких автоматов либо настраивают при регулировании привода, либо меняют по программе ступенчато.

Рис. 1.4. Агрегатная конструкция робота фирмы "Bosch"

1 – агрегат горизонтального перемещения; 2 – агрегат качания; 3 – агрегат поворота; 4 – агрегат вертикального перемещения



И наконец, роботы с контурным управлением имеют такую систему привода и устройство программного управления, которые обеспечивают выполнение как заданных последовательностей перемещений, так и бесступенчатое регулирование их значений и скоростей. Эти роботы могут выполнять программные движения в пространстве по любым заданным траекториям.

Программирование любого ПР сводится к составлению, вводу и отладке управляющей программы. Существуют два способа программирования ПР – аналитическое программирование и обучение. При аналитическом программировании управляющую программу составляют на основе расчетов по математической модели роботов и затем заносят в устройство управления. При обучении ПР составление и ввод управляющей программы осуществляет человек-оператор посредством предварительного движения рабочего органа по намеченным позициям или траекториям с занесением в устройство

управления значений параметров этого движения в виде управляющей программы. Выполняя процесс обучения, оператор обычно пользуется выносным пультом управления, который позволяет, включая приводы отдельных движений робота, задавать траектории или позиции рабочему органу. Если построенные таким образом траектории или позиции соответствуют требуемым в будущем технологическом процессе, они запоминаются.

Все три выделенных класса роботов не имеют устройств, позволяющих воспринимать информацию о внешней среде, в том числе об объектах манипулирования, и действуют по неизменяемой в процессе работы (жесткой) программе. Поэтому при их применении внешняя среда должна быть организована настолько хорошо и "жестко", насколько это необходимо для правильной работы робота. Объекты манипулирования должны быть вовремя, с заданной ориентацией и достаточно точно поданы на загрузочную позицию, действия робота и обслуживаемого им оборудования жестко синхронизированы. Для выполнения перечисленных требований необходимы средства сопутствующей автоматизации, что усложняет переналадку производства на новый вид продукции.

Необходимость устранить указанный недостаток традиционных систем

робототехники стимулировала развитие исследований по созданию адаптивных роботов [4, 11]. Адаптивный робот – автоматическая машина с разветвленной системой датчиков состояния внешней среды. В силу этого он приобретает возможность оперативно собирать и обрабатывать информацию о рабочей среде и об объектах манипулирования, с которыми непосредственно взаимодействует. Другими словами, адаптивный робот приобретает новое и очень важное качество – двигаться и работать в условиях не полностью определенной среды. Разумеется, реализовать это качество можно лишь при условии, что разработаны и применяются рациональные алгоритмы управления, обеспечивающие выполнение двигательного задания в реальном масштабе времени. Эти алгоритмы должны быть адекватны свойствам устройств очувствления, особенностям среды и объектов манипулирования, а также двигательным возможностям механической руки робота [7, 9].

Следует отметить, что роботы с цикловым управлением обычно не оснащают устройствами адаптации в силу сравнительной простоты решаемых ими задач, связанных с быстрым обслуживанием сравнительно малого числа позиций. При этом технологический процесс, как правило, удается организовать достаточно жестко. Поэтому вероятность возникновения непредвиденной ситуации невелика.

Характер работы, выполняемой роботами с позиционным и контурным управлением, сложнее, трудности жесткой организации технологического процесса выше и соответственно выше вероятность возникновения непредвиденных ситуаций. Поэтому оснащение роботов этих типов устройствами адаптации дает значительный эффект, связанный как с увеличением надежности системы в целом, так и с сокращением количества сопутствующей оснастки.

Управление исполнительными устройствами адаптивного ПР ведется на основе информации, получаемой от развитой системы датчиков, реагирующих на параметры внешней среды. Обработку информации проводят встроенные в роботы ЭВМ по специальным алгоритмам, отражающим специфику того или иного технологического процесса. При этом сложность алгоритмов определяется как решаемой технической задачей, так и видом и объемом получаемой от датчиков информации. В одних случаях алгоритмы обеспечивают обработку и логический анализ небольшого числа простейших сигналов типа "да-нет" и выработку на этой основе управляющих команд для робота и оборудования. В других – обеспечивают анализ огромного числа сигналов различных уровней (например, от систем технического зрения), отсеив малоинформативных сигналов, анализ и коррекцию математических моделей исполнительных устройств робота и выдачу управляющих сигналов роботу с учетом результатов многочисленных расчетов и преобразований информации. При этом важной особенностью является то, что управление роботом должно вестись в реальном масштабе времени. Это означает, что обработка информации и расчеты по математическим моделям должны проводиться со скоростями, превышающими скорости выполнения роботом двигательных операций. Только в этом случае адаптивное устройство управления не будет "сдерживать" движения исполнительного устройства робота.

1.3. РОБОТЫ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЕ ОБОРУДОВАНИЕ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА

На производстве широко применяют автоматическое оборудование: технологические машины, станки с ЧПУ, средства транспортировки и складирования, контрольно-измерительные приборы, промышленные роботы и управляющие системы на основе вычислительной техники.

Выбор и объединение такого оборудования в единый автоматический комплекс, способный решить конкретные технологические задачи, есть не что иное, как создание гибких производственных систем (ГПС). Промышленный робот в такой системе – рядовая единица оборудования, но он является тем элементом, который связывает в единый комплекс хотя и автоматическое, но разрозненное оборудование.

Следует отметить, что промышленные роботы нашли применение в первую очередь в массовом производстве при обслуживании высокопроизводительного оборудования, например в автоматических линиях фасовки и упаковки пищевых продуктов в полимерную тару (стаканчики). В последнем случае на них возложены операции укладки фасованной продукции в картонные коробки. Цикл работы автоматических линий соизмерим с циклом работы робота. Поэтому вопрос о коэффициенте использования такого дорогостоящего оборудования, как промышленный робот, не возникает. Другое дело – серийное и мелкосерийное металлообрабатывающее производство, когда робот в составе автоматизированного участка должен обслуживать один или несколько станков. Длительность выполнения операций на станках существенно превышает длительности циклов движений робота. В этом случае остро стоит вопрос повышения фондоотдачи и коэффициента использования оборудования. Сложность решения этой проблемы вызвана множеством значимых факторов компоновочно-организационного характера. Например, участки могут быть организованы по принципу выполнения одинаковых операций (только токарных, только фрезерных, только сверлильных и т.д.), или комплексной обработки деталей определенного вида (тел вращения, корпусных деталей и т.п.). Внутри участка оборудование может работать как по жесткому циклу (заготовка последовательно проходит станки на участке и на последнем станке превращается в готовую деталь), так и по независимому (каждый станок имеет свой магазин заготовок). Возможен комбинированный способ, когда несколько станков на участке работают по жесткому циклу, а остальные – по независимому. Можно поставить робот для обслуживания одного станка, расположить группу станков вокруг одного робота или обеспечить перемещение робота вдоль фронта станков. Во всех указанных случаях возникают специфические задачи согласования циклов станков между собой и с циклом робота.

Рассмотрим временную диаграмму периода обслуживания роботом токарного станка ($T_{об}$), представленную на рис. 1.5, а. Начало этого периода отнесем к моменту остановки шпинделя, когда формируется сигнал, разрешающий начать обслуживание станка. Окончание периода совпадает с моментом выхода робота из рабочей зоны станка и выработки сигнала на включение шпинделя и начало рабочего цикла станка.

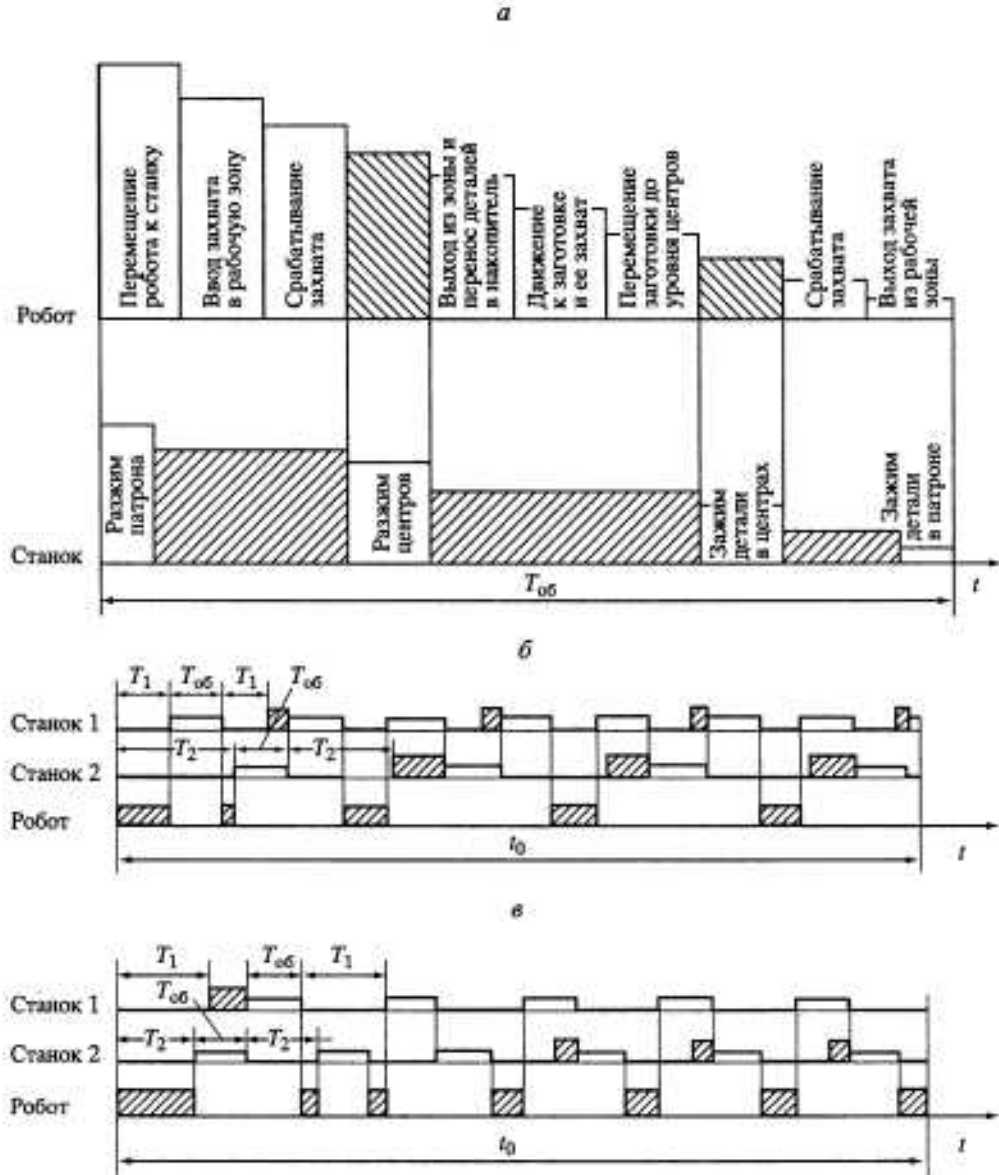


Рис. 1.5. Временная диаграмма (t – время, с) периода обслуживания роботом токарного станка (а) и диаграммы работы участка с двумя станками и одним роботом

$T_1 = 20$ (б), 40 с (в); $T_2 = 50$ (б), 30 с (в); $T_{об} = 25$ с (б, в)

Как видно из диаграммы, время простоя станка (заштрихованные участки) в основном определяется временем манипулирования робота с обработанной деталью и заготовкой. Традиционный путь снижения этого времени заключается в форсировании скоростей движения робота и сокращении его перемещения при обслуживании, использовании челючной схемы работы оборудования, оснащении станка специальными устройствами выгрузки (или загрузки), работающими параллельно с роботом, и т.д.

Другой путь основан на специфических особенностях применения роботов. В рабочей зоне станка организуют так называемый перевалочный пункт. При появлении команды на обслуживание робот подносит к станку заготовку, оставляет ее на перевалочном пункте, берет обработанную деталь, меняет ее на заготовку и устанавливает последнюю на станок. Перенос детали из рабочей зоны в накопитель может быть совмещен с рабочим циклом станка.

Возможно также совмещение времен манипулирования робота с заготовкой и обработанной деталью. Для этой цели робот снабжают двумя захватами, или выполняют его с двумя руками.

При организации участка возникает задача определения максимального количества станков (n), которые может обслужить один робот. Для приближенной оценки этой величины можно воспользоваться выражением

$$0 < \left(\sum_{i=1}^n T_i / \sum_{i=1}^n T_{обi} \right) + 1 - n < 1,$$

где T_i и $T_{обi}$ — соответственно время рабочего цикла i -го станка при оптимальном режиме обработки и время обслуживания роботом этого станка.

Однако приведенное неравенство не учитывает соотношения времен T_i и $T_{обi}$, по простоям, и может оказаться, что в момент вызова робота на обслуживание он может быть занят. В качестве примера на рис. 1.5, б и в приведены диаграммы работы участка с двумя станками и одним роботом. Заштрихованы прямоугольники, соответствующие $T_{пр}$ и $T_{nc i}$ — временам простоя робота и i -го станка (на диаграмме $T_{об1} = T_{об2} = T_{об}$). Видно, что простаивают как оборудование, так и сам робот. Характерно, что при одних и тех же значениях $\sum_{i=1}^n T_i$ и $\sum_{i=1}^n T_{обi}$ времена $T_{пр}$ и $\sum_{i=1}^n T_{nc i}$ за фиксированный промежуток времени (в данном случае 6 мин. 15 с) существенно различаются: в первом случае (см. рис. 1.5, б) $T_{nc 1} = 25$ с, $T_{nc 2} = 60$ с, $T_{пр} = 85$ с; во втором (см. рис. 1.5, в) $T_{nc 1} = 16$ с, $T_{nc 2} = 24$ с, $T_{пр} = 117$ с.

Очевидно, что оптимальный режим работы участка достигается, если оборудование и робот загружены полностью, т.е.

$$\sum_{i=1}^n T_{nc i} + T_{пр} = 0. \quad (1.1)$$

Анализ показал, что условие (1.1) выполняется только в том случае, когда временные параметры работы станков и роботов связаны соотношением

$$\sum_{i=1}^n T_{обi} / (T_{обi} + T_i) = 1.$$

Только при выполнении условия (1.1) коэффициенты использования станков (K_{ci}) и робота (K_p) равны единице. Действительно,

$$K_{ci} = 1 - (T_{nc i} / t_0); \quad K_p = 1 - (T_{пр} / t_0),$$

где t_0 – некоторый фиксированный промежуток времени. Поэтому условие (1.1) можно представить в виде

$$\sum_{i=1}^n K_{c_i} + K_p = n + 1.$$

Однако в общем случае слагаемые в выражении (1.1) не равны нулю. Поэтому представляется целесообразным использовать выражение (1.1) в качестве критерия оптимальности работы участка и сравнивать различные варианты организации работы участка по значению следующего параметра:

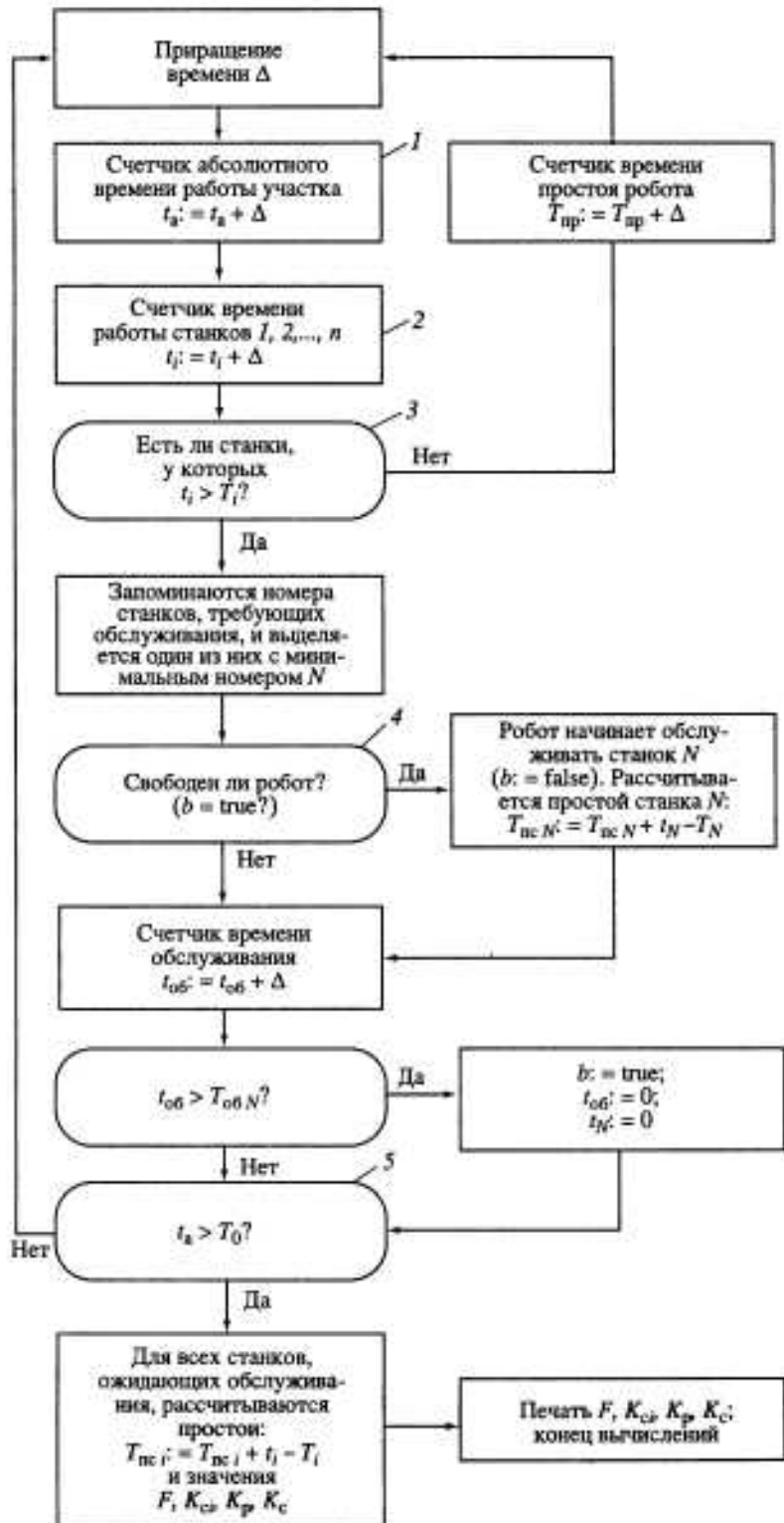
$$F = \sum_{i=1}^n T_{nci} / t_0 n + T_{np} / t_0. \quad (1.2)$$

Времена T_{nci} и T_{np} определяются множеством факторов: количеством оборудования, циклом работы каждой единицы оборудования, временем $T_{осi}$ зависящим от расстояния между станками (т.е. компоновки участка), и т.д. Аналитическую зависимость T_{nci} и T_{np} от этих факторов в общем случае получить не удастся. Значение F и его составляющих можно найти численным методом при имитационном моделировании процесса работы участка на ЭВМ.

Блок-схема программы приведена на рис. 1.6. Исходными данными являются n , t_0 , $T_{осi}$ и T_i . Считается, что каждый i -й станок обрабатывает конкретное изделие в оптимальном режиме, а робот всегда работает на максимальной скорости, т.е. значение $T_{осi}$ (см. рис. 1.5) минимально. Время t_0 принимают существенно большим, чем $T_{i \max}$. Абсолютное время t_4 работы участка фиксируется счетчиком 1, а время работы каждого станка – счетчиком 2 (знак " := " означает "присвоить значение"). В соответствии с логическими условиями, реализуемыми в блоках 3 и 4, рассчитываются времена простоя T_{np} и T_{nci} . Расчет заканчивается, когда t_4 превысит заданное значение t_0 (блок 5), при этом на печать выводятся параметры F , K_{c_i} , а также коэффициенты $K_c = \sum_{i=1}^n K_{c_i} / n$ и K_p .

Просчитывая по программе различные варианты организации участков для производства одной и той же продукции, можно по полученным значениям F выбрать наилучший вариант. Значения K_{c_i} характеризуют степень загрузки каждого станка. Очевидно, что следует добиваться большего значения K_{c_i} на том станке, стоимость которого выше. Сопоставляя коэффициенты K_p и K_c с нормами использования оборудования, можно судить об эффективности работы участка, а сравнивая K_p и K_c между собой, намечать мероприятия для более равномерной загрузки основного оборудования и робота. Если $K_c \ll K_p$, то следует уменьшить число станков участка.

Рассмотренный алгоритм расчета касается достаточно простого и наиболее распространенного случая применения робота. Несложно обобщить этот алгоритм на случай обслуживания участка несколькими (m) роботами (при этом $K_p = \sum_{j=1}^m K_{pj} / m$), если учесть жесткую последовательность работы нескольких станков на участке, при необходимости ввести



приоритет для обслуживаемых станков, а также учесть зависимость времени обслуживания от положения робота в момент вызова, предусмотреть блок оптимизации по критерию (1.2) и т.д. Заметим, однако, что эти сложные, интересные задачи выходят за рамки данной монографии и далее рассматриваться не будут. Постановки таких задач возникают не столько на стадии разработки и создания промышленных роботов, сколько после нее, когда на рынке уже имеются таковые.

1.4. РОБОТЫ И МАНИПУЛЯТОРЫ В НЕМАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ ОБЛАСТЯХ

Специфика машиностроительного производства связана с высоким уровнем организации среды. Это позволяет удалить человека из сферы производства за счет полной автоматизации (в том числе и с помощью роботов) всех процессов – как основных технологических, так и вспомогательных (загрузка–выгрузка и т.д.).

Главная особенность роботов, применяемых для работы в неорганизованной среде (например, в рудниках, под водой, в космосе), заключается в так называемом супервизорном управлении, когда функции управления роботом распределяются между ЭВМ и человеком в последовательности и соотношении, которые определяет человек, наблюдая за ходом выполняемой работы. Однако успех дела здесь зависит также от решения ряда специфических проблем, связанных с созданием удобных технических средств общения человека и робота. Это – создание технических систем, воспринимающих команды оператора (в том числе на естественном языке), преобразующих информацию, собранную роботом, и представляющих ее на экране дисплея зрительными образами, понятными для человека; создание эффективных рукояток для управления механическими руками, обеспечивающих при малых размерах и перемещениях мнемоничность управления.

Другая группа задач связана с проблемой создания искусственного интеллекта и с оптимальным разделением функций между оператором и ЭВМ. Очевидно, что чем выше функциональные возможности робота, выше его искусственный интеллект, тем больше задач он может решать в этой неорганизованной среде самостоятельно (цель, конечно, указывается человеком). И только в тех случаях, когда встречается непредвиденная ситуация, робот вырабатывает сигнал, требующий вмешательства человека, и выдает ему информацию об этой ситуации.

Менее квалифицированные робототехнические системы для неорганизованных сред также находят широкое применение. Начнем с самого прозаического примера. Уборка мусора в городах – одна из актуальных проблем. Раньше мусор собирали в стандартные контейнеры, затем с помощью специального манипулятора их устанавливали на контейнеровозы и увозили за черту города. Однако эффективность таких перевозок низка, поскольку

Рис. 1.6. Блок-схема алгоритма расчета времени простоя станков и робота на участке

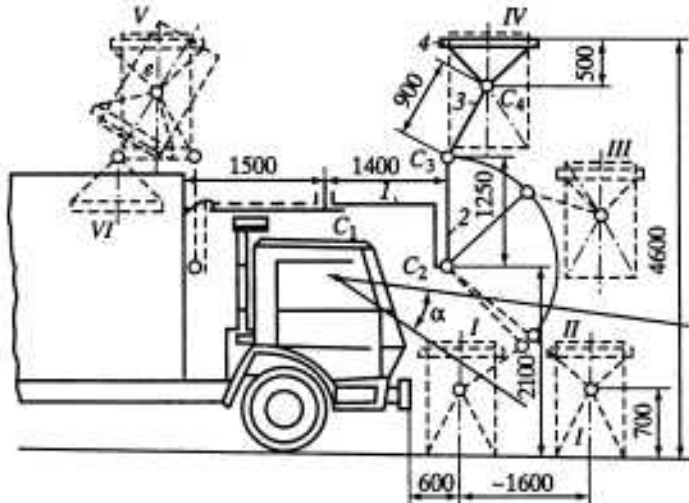


Рис. 1.7. Схема манипулирования контейнером.

I и *II* – наиболее близкое и наиболее дальнее положения контейнеров относительно мусоровоза; *III* – позиция перехода на автоматический режим при разгрузке контейнера; *IV* – обязательная промежуточная позиция в автоматическом режиме при движении системы с контейнером, позиция перехода с автоматического на ручное управление в начале работы; *V* – позиция разгрузки контейнера; *VI* – транспортное положение захватного устройства

в общей массе перевозимых грузов существенную часть составляет масса контейнеров. Поэтому оказалось перспективным создание таких машин, которые позволяют погрузить контейнеры в кузов, уплотнить там мусор, а пустой контейнер поставить на место. Все эти операции желательно провести за 2–3 минуты и без выхода оператора из кабины.

Для решения этой задачи средой можно считать в какой-то степени организованной, так как используют стандартные контейнеры. Следовательно, пригодны унифицированные захватные устройства, известен уровень их расположения и ограничена масса поднимаемого груза. Вместе с тем непросто добиться постоянства расположения контейнеров относительно друг друга и проезжей части, и в этом плане среда организована не достаточно. Поэтому в создаваемых большегрузных мусоровозах, оборудованных манипулятором, наведение захватного устройства робота на контейнер выполняет оператор, находящийся в кабине, а затем автоматически осуществляется весь цикл транспортирования контейнера, его разгрузка и установка на прежнее место. Компоновочная схема мусоровоза с верхним симметричным расположением манипуляционной системы относительно шасси автомобиля приведена на рис. 1.7. Манипуляционная система устанавливается на жестком кузове и состоит из звеньев 1–4, сочлененных шарнирами C_1 – C_4 . Последнее звено, несущее захватное устройство (на схеме не показано), выполнено так, чтобы ось шарнирного сочленения C_4 располагалась по оси симметрии контейнера, несколько выше его центра масс. Это обеспечивает существенно меньшие нагрузки на привод последнего звена при кантовании контейнера.

Длины звеньев манипуляционной системы и углы β их относительных поворотов (см. рис. 1.7, табл. 1.1) выбраны из условия обеспечения макси-

Минимальные и максимальные значения относительных углов поворота звеньев манипулятора

Шарнир (см. рис. 1.7)	β_{\min} , град	β_{\max} , град	Примечание: отсчет ведется
C_1	-120	+180	От оси симметрии шасси
C_2	0	+145	От вертикальной оси
C_3	0	+120	От продолжения звена 2
C_4	-60	330	От оси симметрии контейнера до звена 3

мального рабочего объема робота и необходимого угла обзора α оператора, находящегося в кабине при наведении звена 4 на контейнер. В результате достигнута ширина зоны установки контейнера ~1600 мм. Контейнеры могут быть установлены практически вплотную к борту или бамперу автомобиля. Поворот манипуляционной системы вокруг оси шарнира C_1 позволяет обслуживать пространства впереди, справа и слева от автомобиля в пределах видимости из кабины. План зоны обслуживания и ее предельные размеры показаны на рис. 1.8.

Наиболее рациональный вариант расположения приводов звеньев 2, 3 и 4 манипуляционной системы с точки зрения минимизации нагрузок в кинематических цепях приводов – на звене 1, т.е. на первом звене, подвижном относительно кузова. При этом через шарниры C_2 и C_3 проходит кинематическая цепь привода звена 4, а через шарнир C_2 – цепь привода звена 3 (рис. 1.9).

Дополнительное преимущество схемы заключается в возможности (а она связана и с необходимостью) реализации стереотипного движения, при котором ось контейнера остается вертикальной. Фиксация привода звена 4 обеспечивает такие движения. Привод захватного устройства с целью кинематической развязки его движений от движений по остальным степеням подвижности размещается на последнем, четвертом звене манипуляционной системы.

Тяговые усилия F_i ($i = 2, 3, 4$) от гидроцилиндров ГЦ2–ГЦ4 к звеньям 2, 3 и 4 передаются с помощью цепных передач. В таблице 1.2 приведены результаты расчета моментов M_i на приводных звездочках приводов в самом нагруженном состоянии (манипулятор вытянут горизонтально) при статической нагрузке $P = 6000$ Н (масса контейнера) плюс запас (массы звеньев, приведенные к центру масс

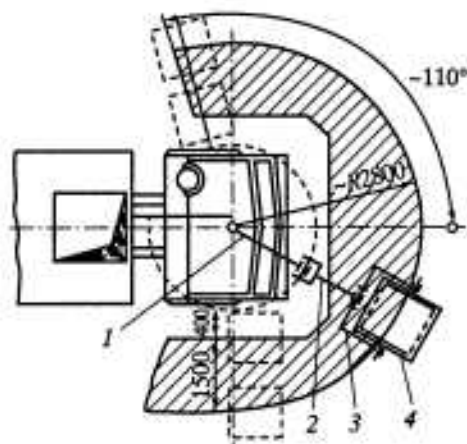


Рис. 1.8. Зона возможного расположения контейнеров по центрам дниц (заштрихована)

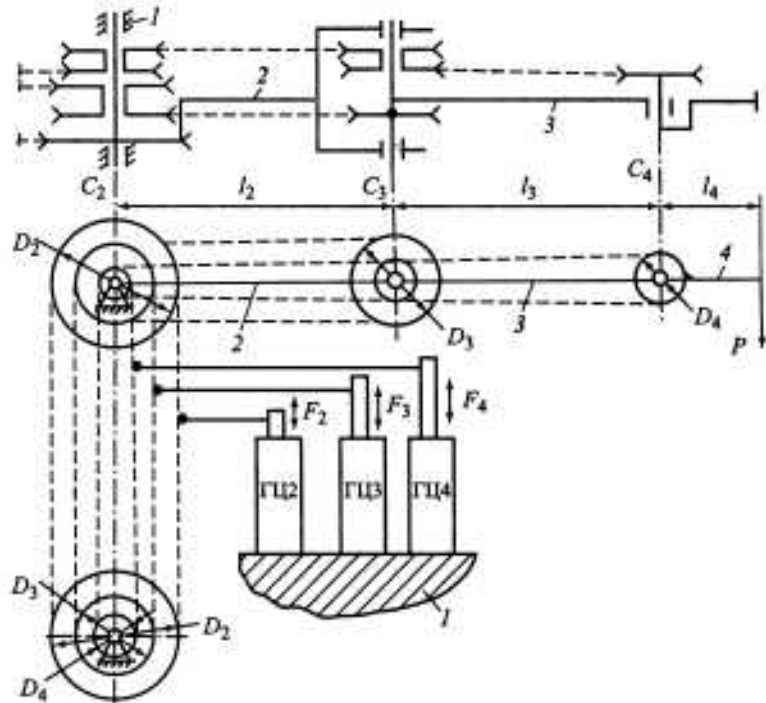


Рис. 1.9. Кинематическая схема привода звеньев манипуляционной системы мусоровоза

звена 4), равный 1000 Н. Для случая использования гидроцилиндра с максимальным усилием 10000 Н (диаметр цилиндра 100 мм; диаметр штока 45 мм; ход цилиндра 320 мм; давление 16 МПа) приведены также диаметры D_i приводных звездочек цепных передач, при которых полностью используется ход цилиндров, и требуемые тяговые усилия F_i на приводах.

Аналогичные постановки и решения задач встречаются в горном деле, лесной промышленности, строительстве и на транспорте.

Бывают случаи, когда применение роботов диктуется необходимостью выполнения тонких операций, которые человек не может сделать в силу своих психофизиологических ограничений. Возьмем, к примеру, медицину. В настоящее время созданы хирургические лазерные установки, позволяющие не только выполнять операции, но и обрабатывать открытые раны. После такой обработки вследствие бактерицидных свойств луча лазера заживление раны происходит гораздо быстрее. При обработке раны

Таблица 1.2

Тяговые усилия приводов, диаметры приводных звездочек и моменты на них

Номер привода	F_i , Н	D_i , мм	M_i , Н·м
2	7000	253	875
3	8000	156	630
4	700	204	70

Рис. 1.10. Схема робототехнической лазерной установки

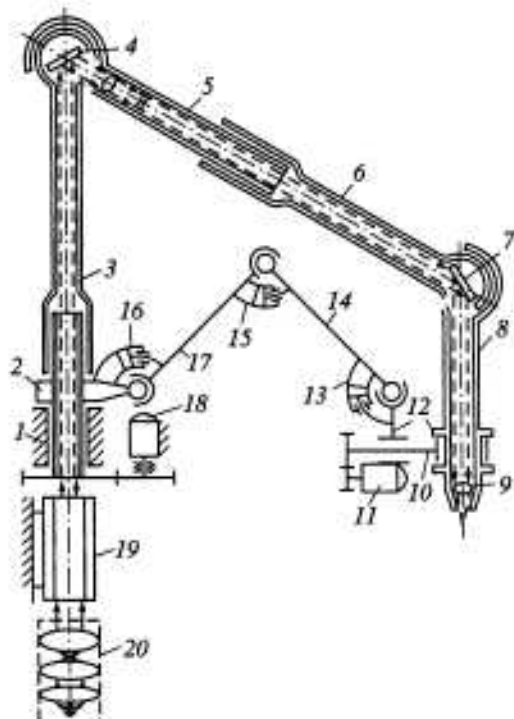
необходимо равномерное сканирование луча лазера по всей ее поверхности с довольно низкими скоростями. При этом "огрехи" и повторная обработка одного и того же места недопустимы. Медсестра очень быстро утомляется на этой монотонной операции и допускает ошибки. Ей на помощь приходит робототехническая система, которая, удерживая световод лазерной установки, автоматически с требуемой скоростью и заданным шагом сканирует область раны. Границы области в ручном режиме задает медсестра.

Манипуляционная система (рис. 1.10) в этом случае содержит основание 1 и шарнирно соединенные звенья 3, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 17. Звено 3 посредством шарнира крепится на основание 1. Оптический квантовый генератор 19 и источник параллельной подсветки 20 установлены также на основании 1. Поворотные зеркала 4 и 7 смонтированы в шарнирах звеньев 3, 5 и 6, 8 соответственно, а фокусирующий объектив 9 – на последнем от основания звене 8 рычажной системы звеньев 3, 5, 6 и 8.

Дополнительная рычажная система 10, 12, 14 и 17 имеет приводные двигатели 11, 13, 15, 16, 18 и связана с основной системой посредством шарниров между звеньями 2, 3 и звеньями 8, 10. Приводные двигатели 11, 13, 15, 16 и 18 могут быть вмонтированы в шарнирах звеньев второй рычажной системы, как это показано на рисунке, либо могут быть установлены на основании. В последнем случае в каждый шарнир должна быть "протянута" кинематическая передача.

Работает робототехническая система следующим образом. При вращении приводных двигателей, управляемых сигналами от программного устройства, движения передаются звеньям 10, 12, 14, 17, а также звену 2. В результате звено 10 перемещается в пространстве по заданному закону, воздействуя на звено 8 рычажной системы 3, 5, 6, 8, внутри которой осуществляется "транспортирование" лазерного луча, посылаемого квантовым генератором 19, и луча подсветки, посылаемого устройством подсветки 20. Эти лучи направляются зеркалами 4, 7 и фокусируются объективом 9.

Таким образом, звено 8 направляет сфокусированный лазерный луч в заданное программой место выполнения медицинской операции. Если необходимо выполнить эти операции вручную, разъединяется шарнир



между звеньями 8, 10 и оператор работает с одной только рычажной системой 3, 5, 6, 8.

На этапе обучения и создания программы оператор также работает только с этой системой. Она оснащена датчиками относительных положений рычагов (на рис. 1.10 не показаны), с помощью которых в программное устройство ЭВМ заносится информация о границах (а иногда и о форме) области, подлежащей обработке. В программном устройстве эти данные преобразуются в программные положения и скорости движения звеньев 2, 10, 12, 14, 17. Аналогичные решения используют в технологических установках лазерной резки, сварки и т.д. [10, 13].

Некоторые психофизиологические ограничения человека являются следствием болезни. Для этих, к сожалению, не редких случаев разрабатывают и используют специальные робототехнические системы. Так, для помощи тяжелобольным создан робот-нянька, который по командам самого больного осуществляет его элементарное обслуживание, подает лекарства, напитки, различные медицинские принадлежности, помогает повернуться и т.д. При этом все лекарства и напитки раскладываются в определенных местах в специальных приспособлениях, т.е. среда максимально организована.

Для парализованных больных кроме такого робота созданы робототехнические стопоходящие устройства, позволяющие им перемещаться, преодолевая пороги, ступеньки лестницы, бортики тротуаров и другие препятствия, часто не замечаемые здоровыми людьми. В этих случаях нельзя заранее организовать среду. Поэтому большая "нагрузка" ложится на систему очувствления робота и на автоматические системы поддержания равновесия, реализации стереотипных походок и алгоритмов преодоления типовых препятствий. Управление роботом со стороны больного сводится к выбору того или иного стереотипа, а в сложных случаях он берет на себя управление каждой стопой устройства.

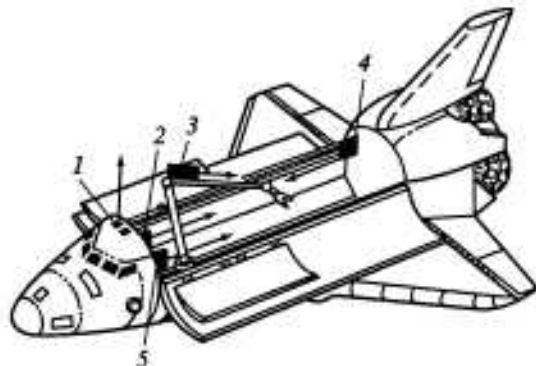
Еще одна перспективная область использования роботов в медицине – их применение для выполнения массажа и процедур мануальной терапии. Лечение больных с использованием приемов мануальной техники массажа является важной составной частью процесса медицинской реабилитации. Однако работа массажиста чрезвычайно трудоемкая и утомительная, требующая не только физического, но и психического напряжения. Именно поэтому попытки заменить руку массажиста каким-либо аппаратом начали предпринимать с тех пор, как массаж оформился в один из необходимых, доступных и часто применяемых способов лечения значительного числа заболеваний.

Несмотря на серьезные технические трудности, связанные с созданием "сверхчувствительного" манипуляционного устройства и очевидный психологический барьер неприятия пациентами "предстоящего общения" с роботом, работы по созданию и совершенствованию таких роботов ведутся во многих странах, в том числе и в России [3].

Вернемся к стопоходящим устройствам. Отметим, что стопоходящие экипажи давно привлекают внимание ученых и инженеров [1,2,8] не только в связи с потребностями медицины. Подобные устройства используют, например, в лесном и сельском хозяйствах (когда колесные и гусеничные

рис. 1.11. Схема устройства космического корабля многоразового использования с манипуляционной системой на борту

1, 2 — смотровые окна; 3, 4, 5 — телекамеры



машины имеют ограниченную проходимость вследствие естественных препятствий и плохого состояния грунта в период дождей), а также в поливном земледелии. Наверное, и при исследовании других планет не всегда можно рассчитывать на колеса и гусеницы. Поэтому соответствующие разработки ведутся и в интересах космической техники.

Исследования и работы в космическом пространстве составляют еще одну важнейшую область применения манипуляторов. Созданы специальные манипуляционные системы, в конструкциях которых учтены как специфические особенности решаемых двигательных задач, так и условия, в которых эти задачи решаются. На рис. 1.11 приведена схема установки манипулятора на пилотируемом космическом аппарате. Такие системы позволяют перемещать и ориентировать в космическом пространстве разнообразные объекты, а также фиксировать положение аппарата относительно других объектов. Механические руки космических манипуляторов для взаимодействия с такими объектами имеют линейные размеры порядка 20–40 м. В этом случае неправильное механическое взаимодействие систем чревато катастрофой!

Действительно, масса объекта может в сотни раз превышать собственную массу манипулятора, а обеспечение контакта объектов осуществляется их непосредственным прижатием. Процедура манипулирования в этих условиях представляет собой динамический процесс, связанный с необходимостью регистрировать и дозировать силы контакта. При этом сказываются психофизиологические ограничения человека, обусловленные необычностью и непривычностью среды, в которой выполняется работа. Например, с операциями захватывания объектов, гашения скорости и безударной укладки объекта в грузовой отсек аппарата в режиме полного ручного управления человек справиться не может, и выполнение этих конкретных операций поручается автоматической системе. Захватное устройство снабжается датчиками, обеспечивающими бесконтактное измерение скоростей, расстояний и углов наклона манипулятора. Полученная информация сообщается оператору и является дополнительной по отношению к его зрительной информации. Параллельно она используется для оперативных расчетов на ЭВМ, результаты которых подтверждают возможность успешного захвата объекта.

Программы ЭВМ обеспечивают рациональное взаимодействие ручного и автоматического управления. С их помощью оператор может решить, когда должно быть включено автоматическое управление. В последнем случае манипулятор становится космическим роботом.

Как видим, повышение функциональности манипуляционной системы, а также особенности работы в экстремальных условиях выдвигают требование повышения эффективности системы управления, что достигается за счет применения ЭВМ. При этом многие решения чисто космических задач пригодны для использования и в земных обычных и необычных, часто также экстремальных, условиях и средах.

Действительно, решение проблем супервизорного управления, связанных с представлением информации человеку-оператору при наличии запаздывания в каналах прямой и обратной передачи информации (это мы знаем из примера дистанционного управления луноходом с Земли), актуально и для роботов, устанавливаемых на необитаемых глубоководных аппаратах. Потребность в такой технике с каждым годом возрастает в связи с необходимостью освоения океана и добычи полезных ископаемых с его дна [12]. Роботы различного назначения могут быть использованы в рыбном хозяйстве, морской геологии и морском строительстве. Например, чтобы добывать нефть с континентального шельфа, строят гигантские морские платформы, опирающиеся на дно и несущие целые рабочие поселки и нефтепромыслы с автономной энергосистемой. Для подводного обслуживания механизмов и конструкций платформ, особенно при значительных глубинах, и нужны аппараты с роботами.

Специфика задач, решаемых при создании подводных роботов, связана с агрессивностью среды, с ограниченной видимостью, наличием придонных и глубинных течений, зачастую с взвешенным состоянием аппарата (любое его взаимодействие со средой вызывает ответную реакцию, изменяющую положение аппарата), а иногда и с наличием запаздывания в каналах передачи информации. Это запаздывание может быть следствием, например, того, что информация от корабля с человеком-оператором на борту до необитаемого подводного аппарата с роботом передается через толщу воды не с помощью электрического кабеля или кабеля световода, которые могут быстро запутаться в элементах конструкций, а с использованием ультразвука. Скорость распространения звука в воде всего 1400 м/с. Поэтому при расстояниях между ультразвуковым приемником и передатчиком 3–4 км сигнал задерживается более чем на 2–3 с. Ручное управление движениями робота при таком запаздывании возможно лишь в режиме маленький шаг–большая остановка–маленький шаг–большая остановка и т.д., даже при выполнении типовых операций. Отсюда – очень низкая производительность труда и высокая утомляемость оператора.

Наиболее приемлемым решением при выполнении типовых операций указанного класса является супервизорное управление. Наряду с ручным управлением оно рассчитано на оснащение подводного аппарата бортовой автономной ЭВМ, которая в автоматическом режиме управляет роботом в соответствии с информацией, полученной его системой осязания. Переход к супервизорному управлению позволяет поднять производительность робота и существенно уменьшить напряжение и утомляемость человека-оператора.

В настоящее время накоплен значительный опыт по расширению функциональных возможностей устройств робототехники за счет снабжения их специальными датчиками и системами, позволяющими приспособляться к

не полностью определенным и меняющимся условиям работы. Это дает основание надеяться на расширение использования роботов в немашиностроительных отраслях хозяйства, в частности в сельском хозяйстве, где уровень организации среды часто достаточно высок. Так, автоматизация тепличного хозяйства, стойлового животноводства (в частности процесса дойки животных) стала реальной в силу наличия соответствующих научно-технических заделов в робототехнике.

1.5. НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ СОЗДАНИЯ И СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Основное требование, предъявляемое к роботам – качественное выполнение двигательных функций исполнительного органа. Поэтому среди систем, составляющих промышленный робот, исполнительная система (совокупность механизмов и приводов, обеспечивающих движение конечного звена) имеет ключевое значение. Именно она во многом определяет такие важные характеристики робота, как скорость, маневренность, точность, возможность работы в загроможденных препятствиями пространствах и лежит в основе теории роботов. Теоретические наработки в этой области дополняют опыт и интуицию конструкторов робототехнических устройств инженерными методами расчета и проектирования, позволяя обоснованно выбирать главные параметры систем робота, сопоставлять важнейшие качества роботов различных типов, планировать их действия и отдельные движения. Ознакомить создателей роботов с этими методами – основная цель данной монографии. Материал книги позволяет получить представление о широком круге научно-технических проблем, связанных с созданием роботов, и современных подходах и методах их решения. К указанным проблемам относятся:

- исследование структур, кинематики, статики и динамики манипуляционных систем, их рабочих органов и функциональных механизмов, разработка методов анализа и синтеза этих систем с учетом присущей им двигательной избыточности по отношению к решаемым задачам движения, а также кинематической и динамической связанности движений по отдельным степеням подвижности;
- изучение и особенности построения многомерных систем регулирования, учитывающих механику роботов и обеспечивающих точность и устойчивость их программных движений;
- анализ методов синтеза программ движений робототехнических систем, отвечающих тем или иным критериям качества;
- проблемы создания интерфейса человек–машина применительно к робототехническим системам и решаемым с их помощью техническим задачам.

1. Бессонов А.П., Уминов Н.В. К вопросу о систематике походок шагающих машин // Машиноведение, 1975. № 6. С. 23–30.
2. Вукобратович М. Шагающие роботы и антропоморфные механизмы. М.: Мир, 1976. 542 с.
3. Головин В.Ф. Мехатронная система для манипуляций на мягких тканях // Механика, автоматизация и управление. 2002. № 7. С. 17–22.
4. Ерохи И.Л., Игнатьев М.Б. Адаптивные системы управления промышленными роботами. М.: НИИМАШ, 1976. 59 с.
5. Жавнер В.Л., Крамской Э.И. Погрузочные манипуляторы. Л.: Машиностроение, 1975. 160 с.
6. Кулешов В.С., Лакота Н.А. Динамика систем управления манипуляторами. М.: Энергия, 1971. 304 с.
7. Медведев В.С., Лесков А.Г., Ющенко А.С. Системы управления манипуляционных роботов / Под ред. Е.П. Фролова. М.: Наука, 1978. 416 с.
8. Охоцимский Д.Е., Платонов А.К. Алгоритм управления шагающим аппаратом, способным преодолевать препятствия // Изв. АН СССР Техн. кибернетика. 1973. № 5. С. 39–47.
9. Попов Э.В., Фридман Г.Р. Алгоритмические основы интеллектуальных роботов и искусственного интеллекта. М.: Наука, 1976. 120 с.
10. Реди Дж. Промышленные применения лазеров: Пер. с англ. М.: Мир, 1981. 420с.
11. Тимофеев А.В. Построение адаптивных систем управления программным движением. Л.: Энергия, 1980. 88 с. (Б-ка по автоматике; Вып. 610).
12. Ястребов В.С., Игнатьев М.Б., Кулаков Ф.М. и др. Подводные роботы. Л.: Судостроение, 1977. 348 с.
13. Bannister R.D. Lasers and robots: A tale of two technologies // Robots VIII Conf. proc.: Application for today. Detroit. (Mich., 1984. Vol. 1. P. 5.1–5.25).
14. Brown J.W. Shuttle remot manipulator system workstation // Man/machine engineering: Proc. Congr. Intern. Ergonomic Assoc. 1976. P. 149–153.
15. Heginbotham W.B. Factors affecting the successful application of IR technology // Industr. Robot. 1973. Vol. 1, N 1. P. 31–40.

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ МЕХАНИЗМЫ И СИСТЕМЫ ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА

2.1. ОБОБЩЕННАЯ СТРУКТУРНАЯ СХЕМА РОБОТА

Обобщенная структурная схема робота включает в себя три системы (рис. 2.1): двигательную (манипуляционную) – для целенаправленного воздействия на окружающую среду; информационную (сенсорную) – для обеспечения робота информацией о состоянии самого робота, окружающей среды и результатах воздействия на нее двигательной системы; управляющую – для выработки законов управления двигательной системой на основе данных, поступающих как от информационной системы, так и от человека-оператора. Необходимость двигательной и управляющей систем очевидна, а включение в состав робота информационной системы на первый взгляд может показаться надуманным. Действительно, на начальном этапе развития робототехники казалось, что промышленный робот можно легко скомпоновать на основе механической руки, взятой от известных в атомной промышленности манипуляторов, современных гидро-, пневмо- или электроприводов, широко используемых на разнообразном традиционном оборудовании, и управляющей вычислительной техники или систем ЧПУ, известных в станкостроении.

Однако опыт последующего развития робототехники показал, что вследствие специфики этого класса машин простой перенос известных из общего машиностроения технических решений, как правило, не приводит к удачной робототехнической системе. Устанавливая промышленный робот и исключая человека из участия в технологическом процессе, мы лишаем систему многих скрытых от глаза наблюдателя, но существенно важных возможностей приспособления к конкретным условиям выполнения заданной технологической операции. С участием человека эта приспособляемость достигается с помощью его органов чувств и накопленного опыта. Например, исходя из изменения вибрации машины или уровня шума, на основе своего опыта оператор определенным образом планирует и совершает движения загрузки машины, а наиболее информативный зрительный канал используется им для получения требуемой точности и выработки стратегии управления технологическим процессом. Человек-оператор никогда не начнет движение, если увидит, что на исходную позицию в силу каких-либо причин заготовка не поступила.



Рис. 2.1. Обобщенная структурная схема робота

Отсюда следует вывод: для создания "квалифицированных" роботов необходимо разрабатывать и научиться эффективно использовать искусственные органы осязания, через которые обеспечивается сенсорная связь робота с оборудованием и объектами работы. Это и является специфической проблемой робототехники, определяющей разработку особых информационных систем. Аналогично появляются специфические задачи при построении для роботов, казалось бы, традиционных в технике двигательных систем. Например, в конструкции механических рук манипулятора для атомной промышленности проблема зазоров не возникает, поскольку оператор компенсирует их влияние, дозируя соответствующим образом перемещение задающих рук, но в автоматических системах наличие зазоров может привести не только к потере точности, но и к потере устойчивости.

Кроме того, гигантский объем информации, доставляемый искусственными органами чувств, и выработка на ее основе программы движений и действий робота – системы с большим числом степеней свободы – при создании управляющей системы робота требуют решения проблемы реального времени. Это значит, что вычислительные устройства, составляющие основу системы управления, даже при возросшем за последнее время быстродействии, не успевают справиться с поставленными задачами и часто сдерживают темп движения робота. Решение этой проблемы связано как с разработкой эффективных алгоритмов обработки сенсорной информации, так и с уровнем организации среды.

Представляется очевидным, что уровень "квалификации" робота и уровень организации среды, необходимые для эффективного взаимодействия системы робот–объект–среда, неразрывно связаны между собой. Улучшение функциональных свойств робота позволит меньше заботиться об организации внешней среды в промышленном производстве. Очевидно также, что функциональные свойства робота при прочих равных условиях определяются мощностью средств обработки информации (быстродействием и объемом памяти ЭВМ) и характеристиками искусственных органов осязания.

Основу современного промышленного робота составляет совокупность исполнительных механизмов и устройств с системами привода, позволяющих взаимодействовать со средой при выполнении той или иной технологической задачи. Эта совокупность определяет двигательную систему робота.

Функциональные возможности робота, его универсальность и соответствие характеристикам обслуживаемого оборудования определяются в первую очередь разнообразием возможных движений механической руки. Основная задача рационального построения механики робота заключается в обеспечении требуемых манипуляционных возможностей при заданных точности, грузоподъемности и быстродействии. То обстоятельство, что применительно к роботам первостепенное значение приобретают вопросы, связанные с чисто механическими двигательными функциями, дает основание считать, что построение системы управления, организация информационных потоков, а также методов и средств переработки этих потоков должны быть подчинены выполнению системой механических функций [2]. Иными словами, в конечном итоге двигательная система робота определяет все требования, предъявляемые к управляющей и информационно-программирующим системам.


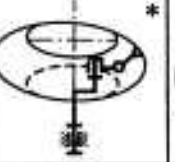
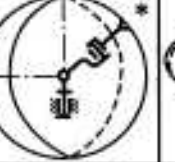
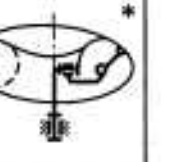

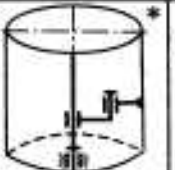
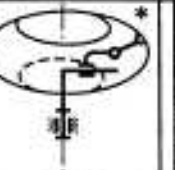

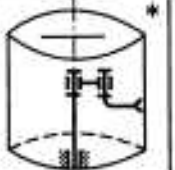



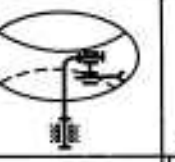
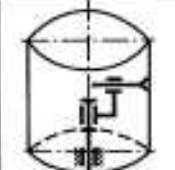

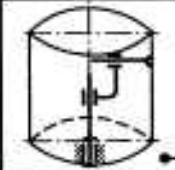
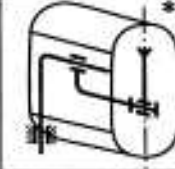
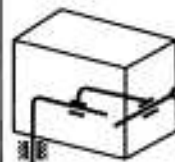
В настоящем разделе рассмотрены основы построения структуры двигательной системы, а именно ее основных функциональных механизмов, обеспечивающих точность, грузоподъемность и быстродействие за счет уравнивания веса звеньев, кинематической и динамической развязки движений, натяжения кинематических цепей, введения механизмов так называемых стереотипных движений.

2.2.1. Скелет руки робота

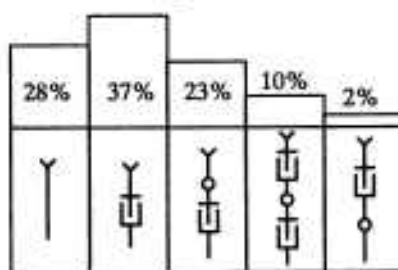
От выбора структуры скелета руки зависит разнообразие возможных движений робота. Однако остается неясным, чем измерять это разнообразие и какие соображения положить в основу выбора.

Для произвольного манипулирования объектом в пространстве достаточно шести степеней подвижности механизма. Поэтому скелет руки строится, как правило, из цепочки в 6 звеньев, последовательно соединенных друг с другом посредством шарниров. Последнее от основания звено несет захватное устройство – седьмую степень подвижности. Принято разделять движения робота на глобальные, региональные и локальные. Глобальные движения – это перемещения на расстояния, превышающие размеры самого робота. Региональные движения – это перемещение захвата робота в различные зоны рабочего пространства, определяемого размерами звеньев скелета руки. К локальным относят перемещения захвата, соизмеримые с его размерами, в частности ориентацию в малой зоне рабочего пространства, небольшие установочные перемещения и т.д.

Понятие о локальных и региональных движениях позволяет расчленить скелет руки робота на два кинематических участка, несущих различную функциональную нагрузку: кисть с захватом и собственно руку. Кинематика

Три вращательные пары	ВВВ					<u>Trallifa (Норвегия)</u> <u>Sundstrand (США)</u> <u>Cincinnati 3T (США)</u> <u>ASEA (Швеция)</u> <u>Famulus (ФРГ)</u> <u>ТУР-10</u> <u>PUMA (США)</u> <u>МА-23 (Франция)</u>
Две вращательные и одна поступательная пары	ВВП					
	ПВВ					
	ВВП					
Одна вращательная и две поступательные пары	ПВП					
	ВПП					
	ППВ					
Три поступательные пары	ППП					

б



кости определяет ориентировочные возможности робота, кинематика руки – конфигурацию и размеры рабочего пространства робота.

Возможные структурные кинематические схемы собственно руки приведены на рис. 2.2, а. Они образованы сочетаниями трех пар пятого класса (вращательных В и поступательных П) и обеспечивают региональные перемещения конечной точки разомкнутой цепи (эта точка является базовой для присоединения кисти с захватом) в пределах некоторого рабочего пространства, очертания которого показаны тонкими линиями. Для каждого сочетания представлено несколько реализуемых схем, различающихся взаимным расположением осей кинематических пар, а именно разворотом каких-либо из пар на 90° . Указаны названия моделей роботов, реализующих ту или иную структуру. Анализ приведенных структур позволил выявить условия взаимного расположения пар, обеспечивающие объемные движения конечной точки цепи, влияние соотношений длин звеньев и ограничений в шарнирах на конфигурацию рабочего пространства, наличие двузначности, позволяющей заносить схват в теневую сторону препятствий (на рис. 2.2, а такие структуры отмечены звездочкой) и т.д.

Следует подчеркнуть, что не всякая структура разомкнутой цепи, содержащая три (или более) кинематические пары пятого класса, обеспечивает объемное движение конечной точки. Такое движение осуществляется механизмом, структурная схема которого удовлетворяет хотя бы одному из следующих условий:

- 1) имеются две вращательные пары, оси которых непараллельны;
- 2) имеются две вращательные пары с параллельными осями и поступательная пара, ось которой не перпендикулярна к осям вращательных пар;
- 3) имеются две поступательные пары с непараллельными осями и вращательная пара, ось которой перпендикулярна к плоскости, образованной направлениями осей поступательных пар, или поступательная пара, ось которой не параллельна той же плоскости.

Исключение составляет механизм, имеющий только вращательные пары, оси которых пересекаются в одной точке. Невыполнение указанных условий исключает объемное движение и приводит к движению по поверхности. Такие структуры не могут быть использованы для реализации региональных движений руки робота.

Анализ приведенных схем показал, что количество возможных вариантов уменьшается с уменьшением числа вращательных пар. Максимальное число вариантов (4) дают схемы ВВВ и ВПВ. Схема ППП возможна только в одном варианте.

Каждый вариант кинематической структуры, представленный на рис. 2.2, а, проиллюстрирован конфигурацией рабочего пространства, обслуживаемого роботом. В пределах этого пространства рука робота может вывести кисть в любую точку. Очевидно, при изменении соотношений между размерами звеньев и углов между осями кинематических пар размеры и конфигурация рабочего пространства меняются [24]. При конструктивном оформлении механизма руки возникают ограничения угловых и линейных

Рис. 2.2. Кинематические структуры построения собственно руки (а) и кисти (б)

перемещений в парах, вследствие чего в расчетных рабочих объемах образуются запретные зоны, в которые не может быть выведена кисть робота. Заметим, что параметры, влияющие на объем и конфигурацию рабочего пространства, следует устанавливать, исходя из особенностей согласования робота с конкретным технологическим оборудованием. Одно из решений – создание агрегатных конструкций роботов.

На начальном этапе развития робототехники наибольшее распространение получили структуры рук роботов типа Versatan и Unimate, выделенные на рис. 2.2, *а* утолщенной линией. В общем числе известных моделей доли этих структур составляли 70 и 10% соответственно. Схемы этих структур двузначностью не обладают. При их создании наибольшее значение придавалось жесткости конструкции. Однако в последнее время чаще стали использовать схему ВВВ (на рис. 2.2, *а* выделена утолщенной рамкой). Такая схема наряду с двузначностью имеет преимущества конструктивного характера, связанные с отсутствием поступательных пар, практическая реализация которых затруднена. Кроме того, отсутствие таких пар в конструкции позволяет существенно экономить производственные площади, а это немаловажное обстоятельство.

Ориентирующие движения робота во многом определяются структурой кисти (рис. 2.2, *б*). Задача произвольной ориентации объекта решается кинематическими структурами, содержащими три вращательные пары, оси которых последовательно развернуты на 90° . Такие кисти встречаются лишь в 10% моделей роботов, что объясняется естественным расположением осей и позиций основного технологического оборудования и специализацией обслуживающих его роботов. Специализация промышленных роботов, с одной стороны, упрощает их конструкцию, а с другой – существенно ограничивает их возможности.

Схват руки может достигать любой точки рабочего пространства, но возможности механизма оказываются различными в разных точках. Другими словами, каждой точке рабочего пространства данной механической руки присущи определенные свойства, характеризующие возможности осуществления различных рабочих операций. Так, ориентирующие способности руки в какой-либо точке пространства можно оценить величиной телесного угла, внутри которого хват может быть подведен к данной точке. Этот угол называется углом "сервиса", а отношение его к полному телесному углу – коэффициентом сервиса в данной точке [3].

Таким образом определяется скалярное поле, т.е. каждой точке рабочего пространства ставится в соответствие коэффициент сервиса. Значение этого коэффициента может меняться от 0 для точек на границе рабочего пространства до 1 для точек полного сервиса. Введение таких интегральных оценок приводит к тому, что задача выбора параметров кинематической цепи скелета руки (длины звеньев, величины и расположения ограничений в шарнирах) сводится к задаче параметрической оптимизации среднего значения коэффициента сервиса в рабочем пространстве. По данной величине, используя специально разработанный для этих целей метод объемов, оценивают ориентирующие способности конструкции и ее универсальность [4]. Задача решается на ЭВМ с привлечением численных методов, примеры ее решения приведены ниже (см. гл. 4).

2.2.2. Две схемы размещения приводов. Понятие о кинематической развязке движений

Выше мы установили, что разнообразие движений робота определяется структурой скелета руки: количеством звеньев, числом и взаимным расположением ее шарниров. Такие важные механические характеристики конструкции руки, как скорость движения и усилия воздействия на внешнюю среду, определяются тем, как решена кинематическая схема руки, т.е. тем, как организована передача движений от приводных двигателей к звеньям скелета. Разомкнутость схемы скелета руки обуславливает потерю значительной части мощности привода в связи с необходимостью преодолевать статические и динамические нагрузки от сил тяжести и инерции звеньев руки.

Поэтому безразлично, каким образом при построении кинематической схемы робота будут "подключены" силовые двигатели. Возможны две принципиально различные схемы подключения: двигатели располагаются непосредственно на звеньях (рис. 2.3, а); двигатели располагаются на основании (рис. 2.3, б) и связываются со звеньями скелета посредством дополнительных кинематических передач.

Достоинством первой схемы является удобство (наглядность) программирования, т.е. возможность управлять последовательно каждым двигателем, получая изменение угла только в одном шарнире. Во втором случае движения связаны и для изменения положения плеча (координата q_1) при неизменных относительных положениях плеча и предплечья (координата q_2) необходимо управлять уже двумя двигателями (координаты ψ_1 и ψ_2). Именно в этом заключается сложность программирования второй схемы, особенно если учесть, что в реальных конструкциях число степеней подвижности достигает 5–6. Помимо этого, для таких схем из-за наличия длинных кинематических цепей характерны повышенные зазоры. Однако возможность получить легкую и маневренную руку, не нагруженную весами приводов, а также несложные технические решения по натяжению кинематических цепей в схемах с вынесенным приводом определили тенденцию их применения в современной робототехнике.

Эту тенденцию поддерживают решения авторов по развязке движений [15], когда в связанной, как на рис. 2.3, б, схеме с помощью механических или электронных устройств удается обеспечить взаимно однозначное соответствие между углом поворота двигателя и отнесенного к нему шарнира, и тем самым упростить программирование.

Решение задачи по развязке движений связано с построением и анализом кинематических соотношений, связывающих входы и выходы механизма руки. Для исследования многосвязных систем существует известная процедура, позволяющая по отклику на единичный входной сигнал определять коэффициенты уравнений, описывающих поведение системы в целом. Оказалось, что эту процедуру можно использовать при анализе сложных планетарных механизмов механических рук с приводом на основании. В этом случае коэффициенты уравнений представляют собой частные передаточные отношения между входами и выходами механизма и могут быть найдены последовательным "замораживанием" всех выходов,

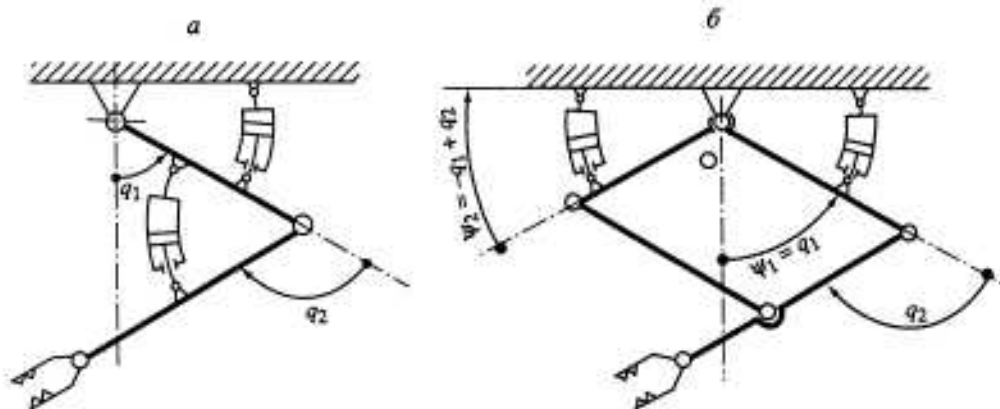


Рис. 2.3. Модели механических рук с приводами на звеньях (а) и на основании (б)

кроме одного, и определением передаточных отношений от "замороженного" выхода ко всем входам [20]. Заметим, что процедура замораживания выходов превращает механизм с несколькими степенями подвижности в несколько механизмов с одной степенью подвижности, но с одним общим выходом. Повторив эту процедуру для всех выходов, получают матрицу частных передаточных отношений, описывающую кинематику механизма руки (см. гл. 5). Как правило, элементами матрицы являются константы, т.е. кинематика механизма описывается системой алгебраических линейных уравнений.

Разумеется, что любые изменения в кинематике механизмов руки отражаются на виде матрицы частных передаточных отношений. Это позволяет синтезировать механизмы, отвечающие требуемым свойствам. В частности, выше отмечалось, что для удобства программирования, а иногда для обеспечения работоспособности системы, необходимо иметь взаимно однозначное соответствие между каждым входом руки и соответствующим ему выходом, т.е. такое соответствие, как если бы двигатели были установлены на подвижных звеньях руки. (Новый перспективный способ пассивного управления, требующий решения этой задачи, будет рассмотрен в гл. 10.) Математически взаимно однозначное соответствие выражается в диагональности матрицы частных передаточных отношений, а технически, при решении задачи средствами механики, — сводится к введению в конструкцию руки специальных механизмов, получивших название компенсирующих или развязывающих. Их функции заключаются в устранении кинематического взаимовлияния по степеням подвижности, т.е. обращении в нули (точная развязка), или в малые величины (приближенная развязка) всех недиагональных членов матрицы частных передаточных отношений.

Компенсирующие механизмы могут быть рассредоточены по подвижным звеньям руки, либо выполнены в виде функционального блока, установленного на основании. Задачу развязки движений можно решать не только механическими, но и электронными средствами. При этом в основу синтеза соответствующих электронных устройств компенсации все равно должны быть положены соотношения, полученные при анализе матриц частных передаточных отношений.

В заключение заметим, что к приводным двигателям, особенно в случае их размещения на подвижных звеньях скелета руки, предъявляют требования максимума удельной мощности. В этом отношении хорошими характеристиками обладают гидро- и пневмодвигатели, что и определило их широкое распространение в промышленной робототехнике. Вместе с тем присущие им недостатки, связанные с необходимостью подготовки рабочей среды (жидкость, воздух) и сложностью эксплуатации, с одной стороны, и успехи в области создания управляемого электропривода, с другой – определяют широкое использование последнего в робототехнике. Оно основано на достижениях и решениях, связанных с созданием электропривода постоянного тока на базе высокооборотного двигателя, в конструкции которого использованы современные магнитные материалы и компактный волновой редуктор. Удельная мощность такого двигателя с редуктором приближается (в диапазоне малых мощностей) к удельной мощности гидро- и пневмодвигателей, однако он уступает им по этому параметру и в большинстве случаев рационально komponуется в схемах роботов с вынесенным приводом.

2.2.3. Натяжение кинематических цепей

Независимо от применяемой схемы расположения приводов одной из основных задач является устранение зазоров в кинематических цепях роботов. В схемах с приводом на подвижных звеньях ее решение проще, как правило, за счет привлечения решений, известных из машиностроительной практики. Наилучшие результаты дает применение волновых редукторов, которые в силу конструктивных особенностей почти не имеют зазоров. Если удастся выход такого редуктора подключить непосредственно к соответствующему звену скелета руки, то задачи устранения зазоров не существует.

В схемах с вынесенным приводом, даже если двигатели снабжены волновыми редукторами, приходится использовать передаточные механизмы для передачи движений от приводов к звеньям скелета руки. Зазоры в этих механизмах устраняются либо выполнением кинематических элементов по высоким классам точности, либо с помощью организации специальных натяжных кинематических цепей. При этом существенно, что натяжная цепь, как правило, повторяет приводную с той лишь разницей, что подключается к соответствующему приводу через упругий элемент. Такой элемент обеспечивает усиление натяжения в системе "привод – приводная кинематическая цепь – звено скелета руки – натяжная кинематическая цепь – упругий элемент – привод". Важно, что при организации натяжения передача движений от силового двигателя к звену будет осуществляться без погрешностей, обуславливаемых зазорами, а отрегулированный однажды упругий элемент не изменит своего первоначального усилия.

По такому принципу строят кинематически подобные приводные и натяжные ветви, связанные с одним двигателем. Однако техническая реализация этого принципа часто затруднена из-за конструктивных сложностей, связанных с необходимостью размещения двойного количества кинематических цепей на подвижных звеньях. Поэтому приходится искать новые

технические решения, позволяющие в механизме руки с l степенями подвижности иметь минимальное число натяжных элементов и соответственно натяжных ветвей, обеспечивающих решение задачи натяжения. Ниже мы опишем такие решения. Здесь отметим, что в общем случае удастся систему руки с l степенями подвижности натянуть всего одной натяжной кинематической цепью с установленным в ней упругим элементом.

2.2.4. Механизмы стереотипных движений

Выполнение многих технологических и транспортных операций промышленными роботами требует соблюдения некоторых геометрических условий, например, заданной ориентации объекта манипулирования в процессе движения. Для выполнения этих условий могут быть созданы стандартные подпрограммы движений. Частная реализация этих подпрограмм вносит в движения промышленного робота элементы стереотипа. Движение механической руки, удовлетворяющее наложенным геометрическим условиям, будем называть стереотипным. Программная реализация стереотипных движений встречается во всех робототехнических системах, оснащенных ЧПУ или управляющей ЭВМ.

Для разгрузки программного устройства и повышения точности при выполнении стереотипных движений применяют специальные механизмы, обеспечивающие кинематическую связь между различными степенями подвижности руки и реализующие тем самым то или иное заданное геометрическое условие. Особенно рационально такие механизмы встраиваются в двигательные системы с вынесенным приводом, так как развитая кинематика механизмов этих систем облегчает синтез кинематических связей для организации стереотипных движений. В кинематических цепях роботов с вынесенным приводом всегда присутствуют элементы, перемещения которых пропорциональны углам поворота в шарнирах руки или их суммам. Эти величины, как правило, служат аргументами математических условий стереотипных движений. Поэтому при создании того или иного механизма стереотипного движения задача сводится к организации таких связей между элементами кинематической цепи, которые удовлетворяли бы математическому условию рассматриваемого стереотипа. Механическая реализация стереотипных движений в ряде практически важных случаев обеспечивает упрощение конструкции робота и повышение точности выполнения часто повторяющихся стереотипных движений за счет исключения влияния дискретности системы управления.

2.2.5. Механизмы статического уравновешивания звеньев руки робота

Стремление снизить энергоемкость робота привело к появлению механизмов, разгружающих двигатели от нагрузок, обусловленных массами подвижных звеньев, и динамических нагрузок, вызванных их инерционностью. Для компенсации моментов от сил тяжести звеньев предусматривают противовесы, устанавливаемые на звенья скелета руки, или пружинно-

уравновешивающие устройства, устанавливаемые, как правило, на основании.

До недавнего времени считалось, что противовесы только увеличивают габариты руки робота и повышают ее инерционность. Однако исследования авторов работы [17] показали, что на основе уравновешивания руки массами можно реализовать концепцию так называемой динамической развязки, основанной на эффектах "расчленения" сложной динамически связанной системы робота с n степенями подвижности на n одномерных подсистем. При этом в качестве уравновешивающих масс целесообразно использовать приводные двигатели робота, применяя соответствующие компоновочные схемы. Это дает возможность не только снизить мощность привода, но и существенно упростить управление, так как управление несколькими одномерными подсистемами ведется традиционными способами и не вызывает принципиальных сложностей, присущих управлению в связанных системах.

При уравновешивании руки упругими элементами синтез устройств уравновешивания проводится, исходя из структуры скелета руки и ее ориентации в поле сил тяжести. При этом решается задача создания механизма, обеспечивающего компенсацию веса звеньев при любой конфигурации руки [25]. При точном решении такой задачи рука с пружинно-уравновешивающими устройствами представляет собой систему с постоянной потенциальной энергией. Практически достаточно уравновесить наиболее тяжелые звенья руки, используемые, как правило, для региональных движений.

В зависимости от схемы расположения приводов и ориентации руки в пространстве решения задач статического уравновешивания различны по сложности. В одних случаях достаточно рядовыми передачами кинематически связать с соответствующим звеном руки пружинное устройство, которое в функции положения звена обеспечит необходимое усилие уравновешивания. В других случаях систему уравновешивания приходится строить с использованием синусных механизмов и дифференциалов, чтобы получить требуемые усилия уравновешивания. Последнее обычно обусловлено тем, что упомянутые усилия описываются сложными тригонометрическими функциями углов поворота звеньев. Конечно, эта задача, как и многие из описанных выше, также может решаться программными средствами за счет вычисления и введения компенсирующих "добавок" на приводы. Однако такой путь неминуемо приводит к завышенной установочной мощности приводов робота.

В лучших образцах роботов масса руки в 10–15 раз превосходит массу поднимаемого груза. Поэтому уравновешивание массы руки является эффективным средством снижения установочной мощности двигателей. При наличии уравновешивающих механизмов мощность расходуется только на полезную работу (перенос груза), преодоление сил трения и сил инерции при разгоне и торможении звеньев руки. Режимы разгона и торможения составляют почти весь цикл работы робота. Именно на эту работу затрачивается основная мощность двигателей.

2.2.6. Рекуперация механической энергии в системах привода роботов

Режимы разгона и торможения составляют основу цикла любого робота, поэтому целесообразно на этапе торможения аккумулировать механическую энергию в специальных устройствах, а на этапе разгона "выдавать" ее в систему, оставляя за двигателями лишь функция подкачки энергии для компенсации потерь на трение и совершение полезной работы. Эта идея лежит в основе перспективных двигательных систем робототехники, позволяющих одновременно повысить скорости движений рук и сэкономить энергию.

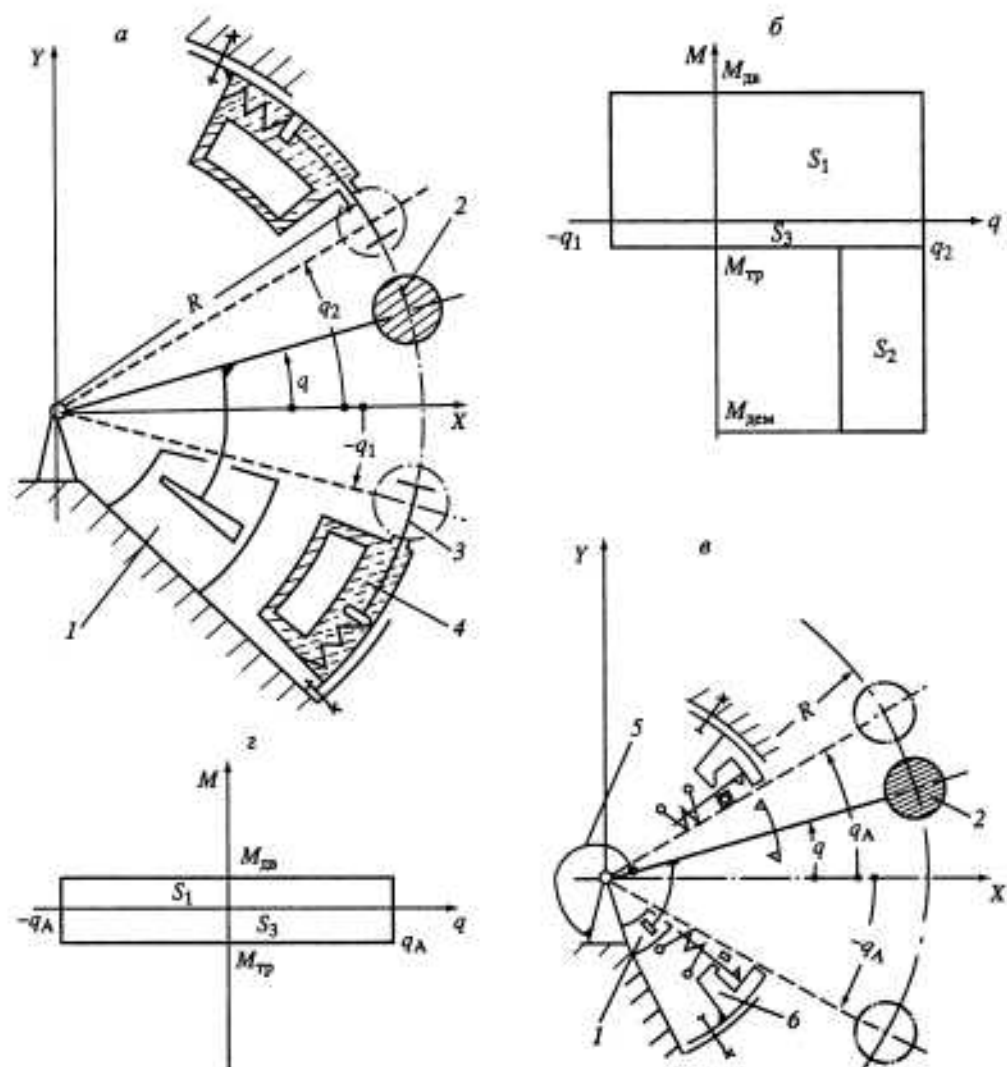


Рис. 2.4. Модели традиционного привода звена (а) и привода с рекуперацией механической энергии (в) и соответствующие им циклограммы (б, з)

Встраивание аккумуляторов механической энергии в двигательную систему робота – одна из наиболее сложных проблем, обусловленная спецификой роботов как систем с большим числом степеней свободы и с изменяемым циклом движений. В общем случае не удается использовать алгоритмы расчета и построения механических аккумулирующих устройств. Однако в конструкциях цикловых роботов эти принципы уже реализованы [16].

Рассмотрим принцип рекуперации энергии и сопоставим традиционную схему привода одной степени подвижности любого циклового робота со схемой, снабженной рекуператором энергии (рис. 2.4). Традиционная схема привода строится в соответствии с рис. 2.4, а. Двигатель 1 может быть любого типа (пневматический, гидравлический или электрический). Он кинематически связан со звеном 2, которое моделируется рычагом с массой m . Очевидно, что мощность двигателя 1 определяется, исходя из инерционности звена 2 и требуемого быстродействия. В соответствии с функциональным назначением системы она должна совершать возвратно-вращательные движения, периодически ускоряясь и замедляясь. При этом в конечных положениях звена 2 всегда устанавливают регулируемые упоры 3, позволяющие получить требуемую величину хода, и демпфирующие устройства 4. Энергия, которую выдает системе двигатель 1 на большей части хода, рассеивается демпфирующими устройствами на относительно малом перемещении. Чем больше эта энергия и, соответственно, выше быстродействие, тем мощнее должны быть демпферы, больше ускорения и силы, действующие на элементы системы.

Циклограмма работы традиционной системы и ориентировочный график изменения моментов двигателя ($M_{дв}$), демпфера ($M_{дем}$) и трения ($M_{тр}$) приведены на рис. 2.4, б. Анализ движений показал, что работа источника мощности (см. площадь S_1) равна сумме работ моментов демпфера и трения (площади S_2 и S_3 соответственно) в течение полного цикла движения (от угла $-q_1$ до угла $+q_2$), т.е.

$$S_1 = S_2 + S_3.$$

Следовательно, при увеличении быстродействия и повышении $M_{дв}$ требуемый момент $M_{дем}$ возрастает значительно быстрее вследствие того, что он действует на существенно меньшем участке перемещения. При этом значительно возрастают ускорения, а следовательно, нагрузки на участке торможения. Следует подчеркнуть, что повышать быстродействие в традиционной схеме путем увеличения мощности двигателя можно лишь до определенного, довольно низкого, предела. Существование этого предела обусловлено тем, что в качестве ограничений при выборе двигателя выступают его массогабаритные показатели и установленная мощность [10].

В более рациональной структуре привода (рис. 2.4, в), в отличие от традиционной, имеется аккумулятор механической энергии в виде упругого элемента 5 с жесткостью c , а вместо демпферов-упоров установлены управляемые упоры-фиксаторы 6. При среднем положении подвижного звена 2 между опорами-фиксаторами пружина 5 находится в свободном состоянии и ее усилие $cq = 0$. В начальном положении система поджимается к упору-фиксатору усилием cq_A , где q_A – амплитуда перемещения звена 2.

По команде на выполнении движения магнит фиксатора убирает упор и звено 2 под действием усилия пружины начинает разгоняться за счет перехода потенциальной энергии упругого элемента в кинетическую энергию звена. После прохождения среднего положения ($q = 0$) звено 2 начинает тормозиться за счет обратного перехода его кинетической энергии в потенциальную энергию пружины.

Очевидно, что если бы не было трения, то звено 2 обязательно достигло симметрично установленного второго фиксатора и его скорость в этом положении была бы равна нулю; наличие же трения в системе обуславливает необходимость установки привода 1. В рассматриваемой схеме привод используется не для разгона инерционного звена (на что в традиционной схеме затрачивается основная мощность), а только для компенсации потерь на трение. Поэтому схему отличает существенно меньшая мощность привода, а быстродействие от нее не зависит. Оно определяется собственной частотой системы и может выбираться с учетом жесткости пружины 5 и массы звена 2. Система привод-упругий элемент конструктивно легко выделяется в отдельный блок, получивший название "рекуператор".

При такой организации привода автоматически обеспечиваются важные характеристики, а именно плавность разгона и торможения, а также выход на упоры практически с нулевой скоростью, что устраняет необходимость в демпферах. Благодаря настройке системы путем регулирования момента двигателя его работа всегда равна работе сил трения: $S_1 = S_3$ (рис. 2.4, з). Важно, что в этой схеме $S_2 = 0$, т.е. нет необходимости "сжигать" излишки энергии в демпфере. Вопросы динамики цикловых систем с рекуперацией энергии подробно рассмотрены в гл. 9. Здесь отметим, что построение привода на принципах рекуперации энергии позволяет в ~10 раз снизить потребляемую им мощность и в 2-3 раза увеличить быстродействие робота.

2.2.7. Механизмы захватов промышленных роботов

Взаимодействие робота с объектами манипулирования осуществляется с помощью захватного устройства. При его расчете и конструировании учитывают форму детали или рабочего инструмента (определяющую конструкцию губок), ее свойства (хрупкость, чистоту поверхности и т.д.), условия протекания технологического процесса (повышенную температуру, взрывоопасность, агрессивность среды) и особенности применяемой технологической оснастки [11]. Отсюда понятно многообразие конструкций существующих захватов (рис. 2.5).

Особенностью взаимодействия захвата, детали и оснастки, отражающей специфику работы робота, является необходимость компенсации неточностей их взаимного положения. Остановимся подробнее на рассмотрении этой особенности. Пусть требуется взять деталь, жестко закрепленную в оснастке. Рука выходит в такую позицию, при которой деталь оказывается между раскрытыми губками захвата. В случае идеального взаимного положения детали и захвата при срабатывании последнего деталь испытывает только усилие зажима.

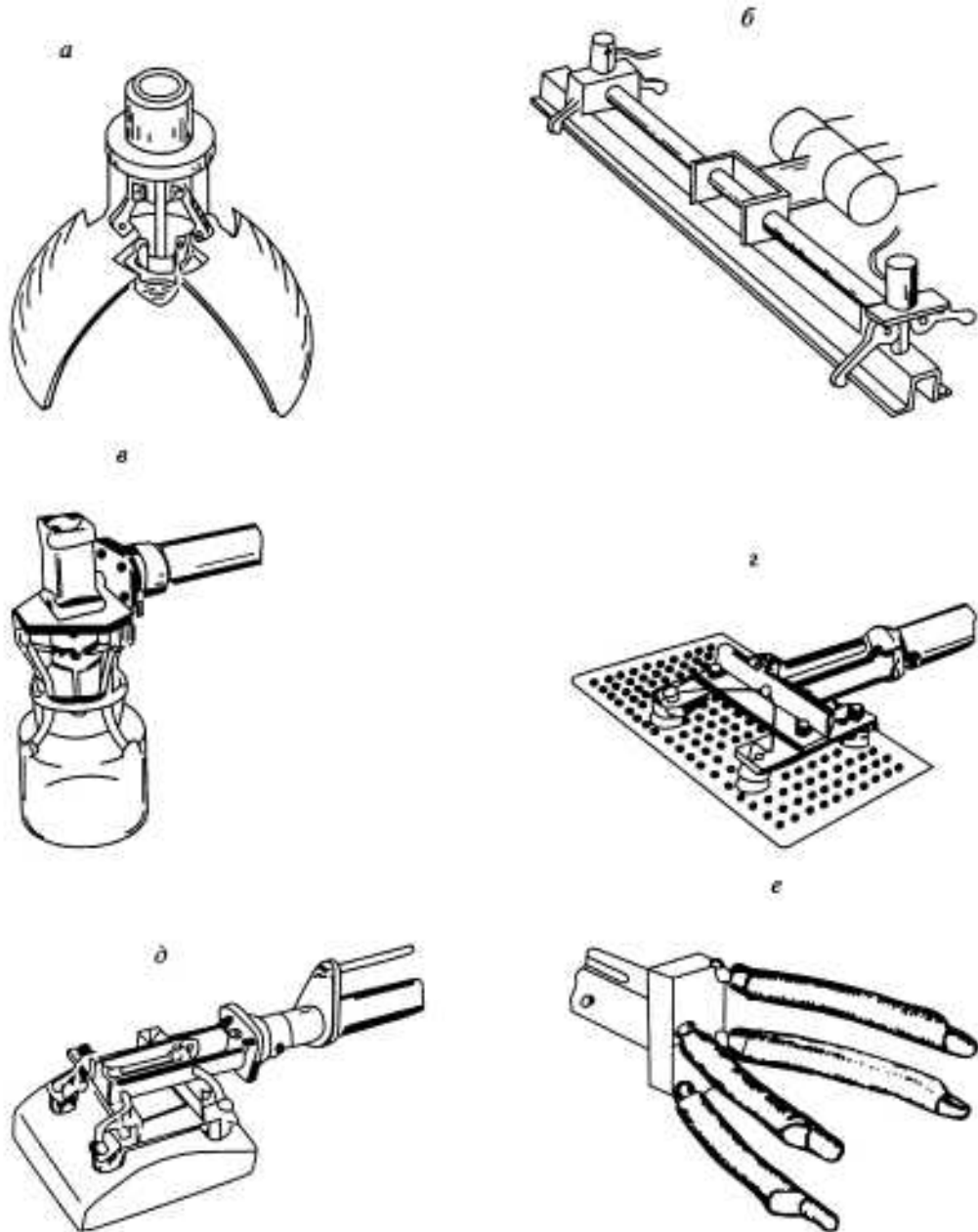


Рис. 2.5. Схемы типовых захватных устройств

а – трехсегментный захват для объектов сферической формы; *б* – захват для противитенных деталей; *в* – внутренний захват для специальных деталей; *г* – электромагнитный захват; *д* – захват с вакуумной присоской; *е* – пневматический пальцевый захват; *ж* – кольцевой захват с возможностью изменения диаметра от давления; *з* – трехпальцевый захват с приводами на пальцы и сенсорными устройствами; *и* – специальный вакуумный захват

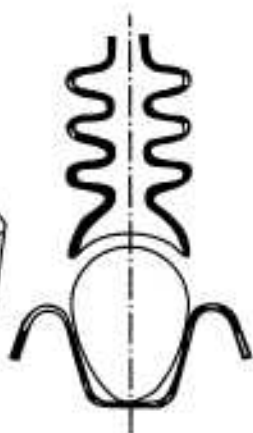
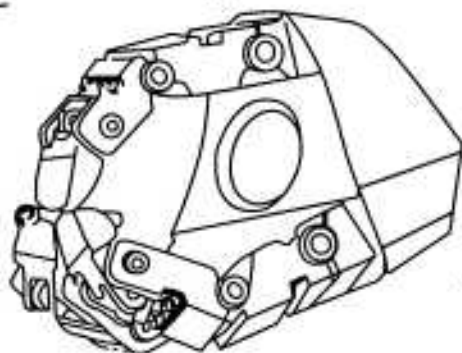
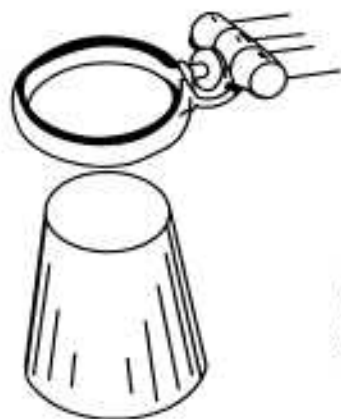


Рис. 2.5. (окончание)

В действительности из-за неточности выполнения региональных и ориентирующих движений, приводящей к погрешности расположения детали относительно губок захвата, при срабатывании последнего возникают нежелательные, а иногда и опасные, нагрузки, воспринимаемые элементами робота, деталью и оснасткой (рис. 2.6). Наиболее просто снизить эти нагрузки и компенсировать погрешности положения руки можно путем введения в ее конструкцию податливых элементов. Можно сделать податливыми звенья кинематической цепи руки или привода, но тогда податливость, приведенная к захвату, будет меняться в зависимости от положения руки. Поэтому элементы захвата обычно выполняют податливыми.

При взаимодействии захвата с объектом произвольной формы, закрепленным в неподвижной оснастке, требуется обеспечить податливости по шести направлениям: вдоль трех взаимно перпендикулярных осей и вокруг них. Однако число ν податливых направлений может быть уменьшено благодаря особенностям формы детали и губок, условиям закрепления детали и подвижности элементов оснастки. В общем случае

$$\nu = 6 - (\chi_1 + \chi_2) + \epsilon,$$

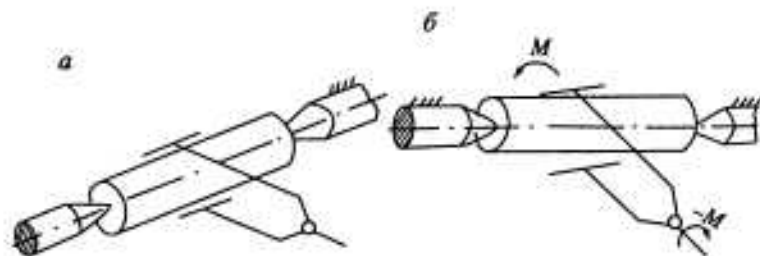


Рис. 2.6. Взаимное расположение схвата и его детали
 а – идеальное; б – вызывающее дополнительный момент M

Рис. 2.7. Варианты закрепления детали сложной формы в оснастке (а) и захватывания деталей схватами различной конфигурации (б)

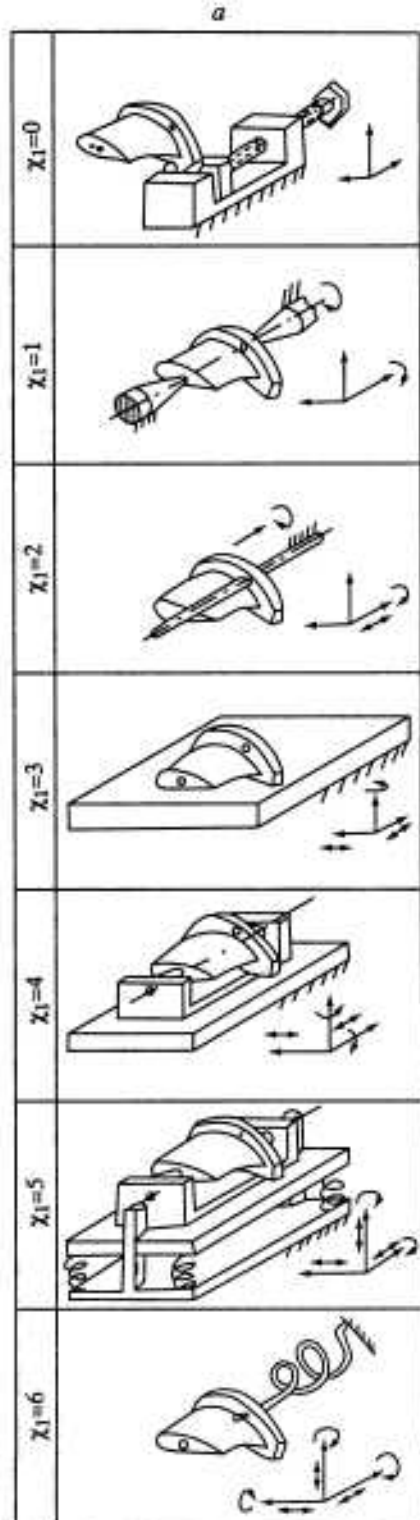
где χ_1 – число, характеризующее подвижность детали в оснастке (рис. 2,7, а); χ_2 – величина, характеризующая число возможных перемещений детали с учетом класса кинематической пары деталь–губки (рис. 2.7, б); ϵ – число возможных движений детали в оснастке и захвате, совпадающих по направлению.

Отметим, что при одной и той же форме детали конструкция губок существенно влияет на значение χ_2 (см. вариант зажима сферы); при одном и том же захвате на значение χ_2 может влиять также положение детали (см. вариант зажима цилиндра).

В известных конструкциях захватных устройств податливые элементы располагаются в месте крепления устройства к руке (в подвеске) [29], в механизме привода губок и в губках. В последних случаях обеспечиваются необходимая податливость и приспособляемость к форме детали и достигается равномерное распределение усилия зажима по ее поверхности.

2.3. УПРАВЛЯЮЩАЯ СИСТЕМА РОБОТА

Специфические особенности робототехнических устройств как управляемых объектов обусловлены в первую очередь многообразием видов реализуемых траекторий, а также существенно более широким диапазоном изменения скоростей и нагрузок по сравнению с традиционным технологическим оборудованием. Задача выбора из данного многообразия конкретных траекторий и режимов, т.е. синтез программы движения, должна решаться системой с помощью человека-оператора (в режиме обучения), или автоматически при наличии соответствующих управляющих программ и технических средств сбора и обработки информации о среде [7].



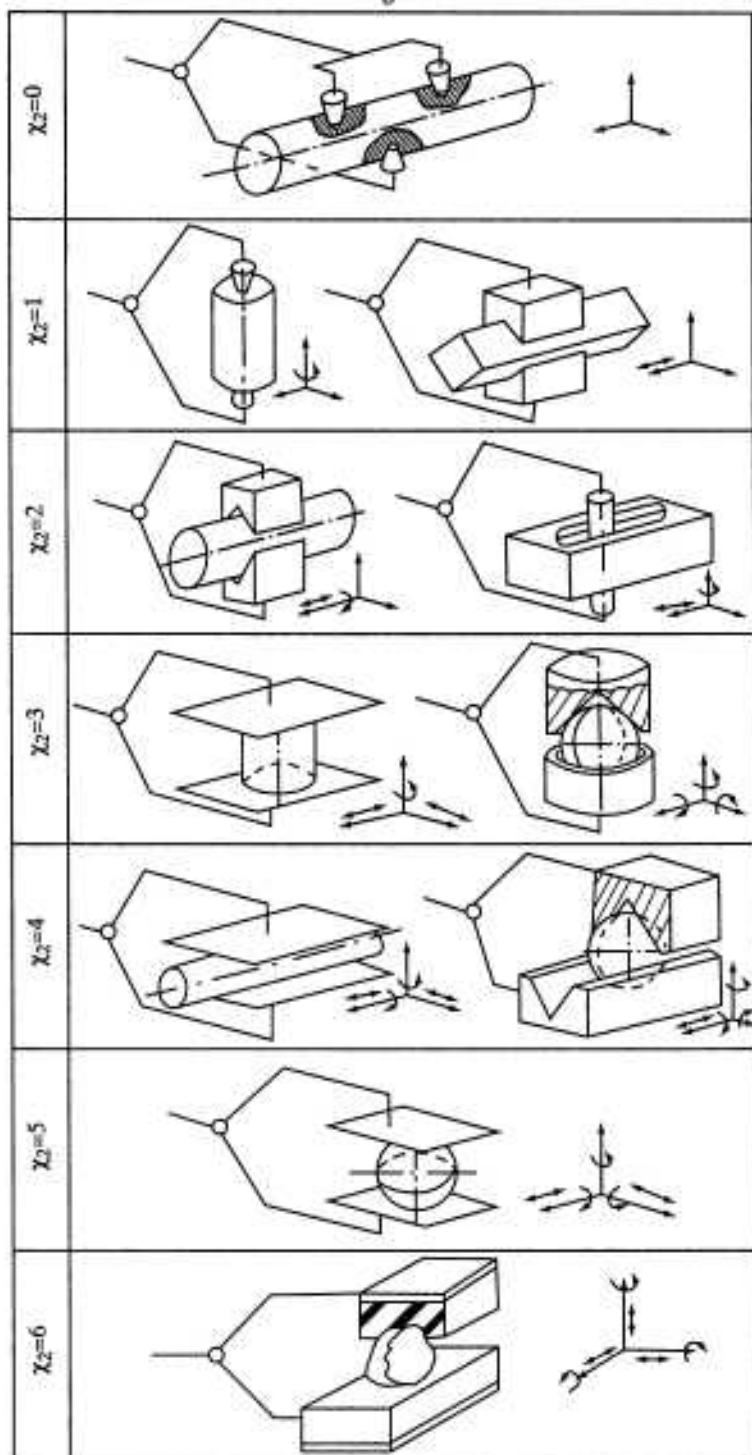


Рис. 2.7 (окончание)

Как правило, робот работает не на установившихся режимах (с заданными и постоянными скоростями), а на управляемых переходных режимах. При этом характерная для его работы цикличность представляет собой периодически повторяемый набор движений, каждое из которых составлено из участков интенсивного разгона и торможения. Это связано с тем, что роботы используют в качестве вспомогательного оборудования и они не должны ограничивать время цикла работы обслуживаемого технологического оборудования, а следовательно, от них требуется максимальное быстроедействие.

Необходимость повышения быстрогодействия при существенно увеличенных диапазонах скоростей и нагрузок обуславливает трудности синтеза систем регулирования с требуемым запасом устойчивости и качеством переходных процессов. Эти трудности усугубляются кинематической сложностью двигательной механической системы робота, а иногда, если не приняты специальные меры по так называемой динамической развязке, и существенным динамическим взаимовлиянием по различным степеням подвижности. В отличие от традиционного технологического оборудования в роботах исполнительные звенья базируются не на одном элементе типа станины, а последовательно друг на друге, образуя "скелет" в виде разомкнутой кинематической цепи. При движении каждое последующее звено динамически нагружает предыдущие, и в результате существенно искажает закон движения звеньев, заданный программой. Такое динамическое взаимодействие, обусловленное инерционными, диссипативными и кориолисовыми силами, в общем случае не позволяет рассматривать многомерную систему робота как совокупность соответствующего числа одномерных автономных систем. Именно этот факт определяет трудности задач управления двигательной системой робота. Однако предложения по инерционному уравниванию звеньев руки в сочетании с предложением по вынесению приводов на основание, положенные в основу концепции динамической развязки движений, позволяют в одних случаях исключить динамическое взаимовлияние, а в других – существенно его уменьшить.

Перечисленные особенности робототехнических устройств приводят к необходимости построения иерархических структур систем управления (рис. 2.8). Нижний уровень I системы решает задачи регулирования положений и скоростей звеньев двигательной системы по поступающим с верхнего уровня II синтезированным программным значениям.

При рассмотрении блок-схемы системы управления робота следует обращать внимание не столько на физическую реализацию блоков, сколько на их функциональное назначение, меру их необходимости в том или ином случае, взаимосвязь между ними.

Объектом управления является механическая рука, в которой, как указывалось, можно выделить скелет 1 – разомкнутую цепочку шарнирно-соединенных звеньев и систему привода, содержащую механические передачи и двигатели 2. Приводные двигатели могут быть установлены либо на звеньях скелета руки, либо на основании. В последнем случае от

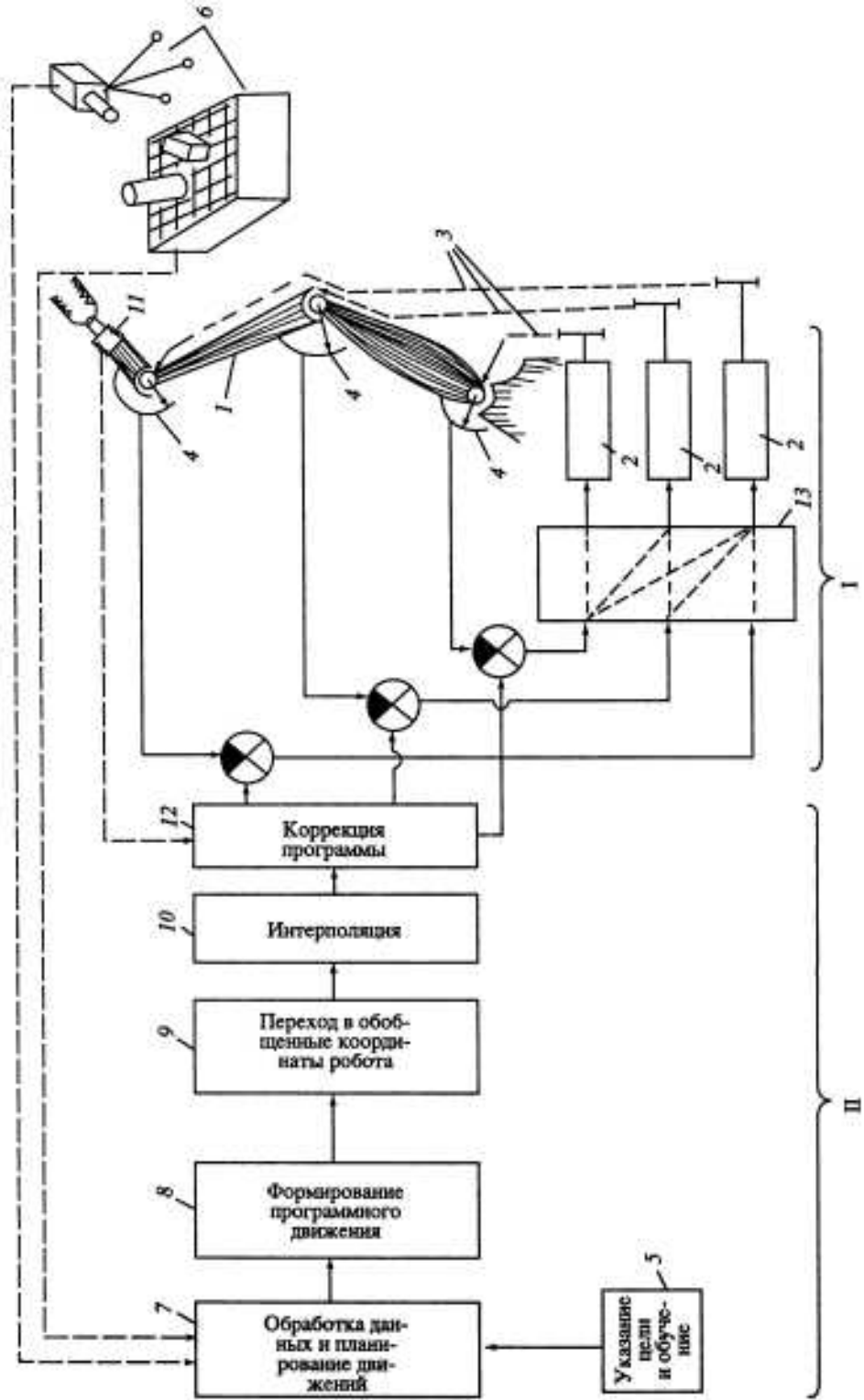


Рис. 2.8. Функциональная структура системы управления роботом

двигателей к звеньям скелета руки протянуты кинематические передачи 3. В шарнирах звеньев (или на валах двигателей) для организации контуров регулирования устанавливают датчики положения звеньев 4 – датчики обратных связей.

В общем случае робот должен содержать системы очувствления [13], регистрирующие состояние внешней среды. В зависимости от решаемой задачи такие системы могут быть различными по физической природе и разными по степени сложности. С их помощью могут осуществляться как дискретные, так и непрерывные измерения, а датчики этих систем могут быть либо сосредоточены в отдельных местах рабочего объема робота (например, телекамера и информационная поверхность), либо рассредоточены по его элементам (датчик усилия 11) и даже по обслуживаемому оборудованию. Наиболее перспективными системами очувствления являются системы искусственного зрения, позволяющие получать информацию до начала движения робота.

Все задачи по управлению механической рукой, включающие задание цели действия робота с той или иной степенью детализации, "обучение" его некоторым из них, обработку информации о состоянии внешней среды и планирование с учетом этого действий, формирование программного движения приводов и обеспечение требуемого качества программных движений, осуществляются управляющей системой.

2.3.1. Система регулирования промышленного робота

При выполнении многих технологических операций к роботам предъявляют жесткие требования по плавности и точности выполняемых движений.

В позиционных и контурных системах робототехники точность выполнения движений всецело определяется качеством нижнего уровня I управления, включающего системы регулирования и стабилизации характеристик приводов.

Как правило, контур регулирования образован механическими передачами, датчиком обратной связи, блоком сравнения программных координат робота с их текущими значениями и усилительно-преобразовательным устройством, в функции которого входит усиление сигнала рассогласования, полученного от блока сравнения, и преобразование его в параметры механического движения – ускорение, скорость, перемещение.

Очевидно, точность и устойчивость выполняемых движений в такой системе определяются качеством всех указанных выше элементов, а именно точностью и местом установки датчика обратной связи, количеством и технологическими погрешностями выполнения механических передач, наличием зазоров и трением в них, параметрами усилительно-преобразовательного устройства.

Известно, что для повышения точности автоматической системы желательно совмещать точку наблюдения (место установки датчика обратной связи) и точку управления (выход усилительно-преобразовательного устройства) с управляемым звеном. При этом максимально укорачивается

контроль регулирования, так как из него полностью удаляется кинематическая цепь привода.

В полной мере такое технически целесообразное предложение дает эффект только в рамках так называемого пассивного способа управления [26], суть которого заключается в следующем. Движение любой механической системы определяется действующей на нее эффективной силой, равной разности активных и пассивных сил. Активные силы задаются источником мощности, пассивные определяются реакциями связей, в частности силами трения. В любой управляющей системе присутствуют обе составляющие. В зависимости от того, какая из них используется для управления движением, т.е. регулируется усилительно-преобразовательным устройством, различают [12] активное и пассивное управление.

Активное управление подробно исследовано и широко применяется в том числе и в устройствах робототехники. Оно предполагает регулирование энергии, поступающей на силовой двигатель, от которого к исполнительному звену ведут кинематические цепи. Пассивное управление производится непосредственно в механической цепи, усилительно-преобразовательное устройство здесь играет роль управляемого тормоза.

2.3.2. Система формирования программных движений

В современных роботах в качестве управляющих систем используют средства вычислительной техники. В связи с гигантским объемом информации, поступающей как от оператора, так и от системы очувствления, которую необходимо переработать для создания программы движений и действий робота – системы с большим числом степеней свободы, – при создании управляющих систем возникает проблема реального времени. Это значит, что вычислительная техника даже при возросшем за последние годы быстродействии не успевает справиться с поставленными задачами и зачастую сдерживает темп движений робота. Проблема усугубляется еще и тем, что для качественного выполнения быстрых движений программирование часто ведется на основе расчетов по математической модели робота, т.е. применяется так называемое аналитическое программирование [22]. При этом также решается ряд вспомогательных задач, связанных, например, с необходимостью компенсировать различные погрешности механической системы робота, обусловленные неточностью изготовления его звеньев и регулировок узлов.

Формирование программы управления движениями и действиями робота производится на верхнем уровне II (см. рис. 2.8) системы управления на основе информации, полученной от оператора путем указания цели или обучения (блок 5) и от систем очувствления, регистрирующих состояние внешней среды (блок 6). При аналитическом программировании на базе созданной модели и поставленной оператором цели в блоке 7 формируется и запоминается последовательность действий и план движений робота. При этом осуществляются необходимые проверки на достижимость цели, исходя

из свойств модели, отражающих внутренние (ограничения на подвижность звеньев) и внешние ограничения (препятствия в зоне действия робота, скорости перемещения объектов, готовность оборудования к обслуживанию и др.). Полученная на этом этапе программа представляет собой набор координат позиций в рабочем пространстве робота с указанием времени перехода из точки в точку и времени выстоя в этих точках, состояния захвата (сжат, разжат), перечня команд, выдаваемых на обслуживаемое оборудование и т.д. На следующем этапе (блок 8) грубо задается траектория перемещений из позиции в позицию путем назначения промежуточных базовых точек – узлов интерполяции [23]. Эти точки выбирают, исходя из допустимой погрешности аппроксимации, диктуемой технологическими условиями с учетом заложенного в систему алгоритма интерполяции. Если технологические условия полностью не определяют траекторию и законы движения, то имеющаяся неопределенность должна быть разрешена путем "волевого" назначения закона движения (например, по отрезкам прямых).

В связи с тем, что базовые точки определены в декартовых координатах, в системе управления решается так называемая обратная задача (блок 9) – перевод в обобщенные координаты исполнительной системы робота. Время решения этой задачи зависит от того, можно ли, решая систему трансцендентных уравнений, получить формулы пересчета в явном виде, что в свою очередь определяется структурой скелета руки [18]. Этот факт следует учитывать при выборе структуры руки. Другая особенность этой задачи заключается в неоднозначности решения, которая разрешается в настоящее время на уровне эвристических соображений, например, исходя из конфигурации руки в предыдущей базовой точке.

Преобразование совокупности базовых точек в конечную программу движения в функции времени осуществляется посредством блока 10, реализующего некоторый заложенный в него алгоритм интерполяции. В этом алгоритме учтены требуемые законы разгона и торможения, а также условия "гладкости" законов движения в базовых точках. В настоящее время для интерполяции траекторий используют степенные функции времени (сплайны различных порядков) с учетом скорости и ускорения в начале интерполируемого участка [9]. Синтезированная таким образом программа при необходимости корректируется (блок 12) и передается на нижний уровень I для отработки после преобразования координат (блок 13) двигателями.

2.3.3. Два способа программирования роботов

Рассмотренная блок-схема системы управления содержит полный набор автоматических устройств и систем, необходимых для создания современного робота, наиболее полно отвечающего функциональным требованиям. Однако не всегда упомянутые выше задачи решают в автоматическом режиме с помощью соответствующих технических устройств и программ.

В "массовой" робототехнике многие из этих задач берет на себя оператор. Он планирует движения, сам выбирает траекторию и режим перемещения по ней. Заданная им информация запоминается и в даль-

нейшем при выполнении той или иной технологической операции многократно воспроизводится. Поэтому такой способ программирования носит название "программирование методом обучения". При этом полностью отпадает необходимость в интерполяции и решении задачи расчета обобщенных координат. В результате система управления предельно упрощается: реализуются функции только запоминания программы и ее отработки.

Тенденцию максимального освобождения человека-оператора от решения указанных задач обуславливают два важных обстоятельства.

1. Усложнение автоматизируемых технологий с форсированными по скоростям и нагрузкам процессами, при которых человек в силу своих физиологических ограничений не способен качественно управлять системой, а может "вмешаться" в нее на уровне задания цели, т.е. на более высоком уровне иерархии управления.

2. Требования сокращения сроков подготовки производства особенно мелко- и среднесерийного, доли которых непрерывно растут.

Развитию этой тенденции способствует тот факт, что задачи верхнего уровня, имеющие геометрический или кинематический характер, достаточно хорошо проработаны и могут быть решены с помощью современных средств аналоговой и цифровой техники. Кроме того, к настоящему времени уже созданы технические средства, в той или иной мере моделирующие органы чувств человека (системы технического зрения, осязания и т.п.). Включение этих средств в систему управления робота позволяет существенно расширить его функциональные возможности [8] и логически завершить решение задачи автоматизации управленческих функций оператора. Иными словами, тенденция заключается в замене программирования методом обучения на аналитическое программирование. Реализация этой тенденции в полном объеме позволит говорить о создании адаптивного робота, решающего проблему исключения специальной оснастки, необходимой в настоящее время для работы любого робототехнического устройства.

2.4. ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА РОБОТА

Необходимость оснащения роботов устройствами адаптации обусловлена требованиями устранения специальной оснастки (до 40% стоимости робота), индивидуально создаваемой для выполнения каждого конкретного технологического процесса, и уменьшения сроков переналадки производства на новый вид продукции.

Исключение оснастки возможно лишь при оснащении робота системами для восприятия информации о свойствах и состоянии внешней среды и использовании этой информации в процессе выполнения заданной программы действий. В робототехнике такие системы находят все более широкое применение и именно на них ориентируются при выполнении перспективных разработок [5].

В большинстве случаев системы восприятия роботов имеют четко выраженную иерархическую структуру: на нижнем уровне (уровень ощущений) расположены датчики о состоянии внешней среды; средний уровень составляют устройства первичной обработки и фильтрации инфор-

мации и, наконец, верхний уровень (уровень восприятия) состоит из логических и вычислительных устройств, на выходе которых получают информацию, необходимую для выработки программы действий.

Информация о текущем состоянии технологического процесса, об относительном расположении захвата робота, объектов манипулирования и среды позволяет автоматизировать многие "тонкие" технологические операции такие, например, как дуговую сварку (при неточном базировании свариваемых элементов), сборку (когда условия сопряжения накладываются на собираемые элементы кинематические связи), загрузку оборудования заготовками, находящимися "навалом" в таре, сортировку деталей, отбор их с конвейера и т.п.

Выше указывалось, что для "неочувствленных" роботов программа, подготавливаемая оператором, обязательно содержит полную информацию о всех действиях и состояниях робота, т.е. координаты звеньев по всем степеням подвижности в каждой позиции, состояние схвата (сжат, разжат), выдержку времени для перехода в следующую позицию. Составление программы методом обучения требует от оператора знания временных характеристик работы основного технологического оборудования и вспомогательной оснастки.

Для очувствленного робота, оснащенного системой восприятия информации о среде, требуется менее подробная информация; в ней могут отсутствовать, например, координаты очередной позиции, время выстоя, состояния захвата и другие технологические параметры. Неопределенность текущей программы снимается путем опроса датчиков и соответствующей обработки результатов измерений.

Информационные возможности системы восприятия робота зависят от числа и типа используемых датчиков. Современные датчики позволяют строить системы очувствления двух типов:

- осуществляющие сбор информации лишь в процессе движения руки робота и реагирующие, как правило, на соприкосновение с объектом окружающей среды (искусственное осязание),
- осуществляющие сбор информации независимо от процессов движения руки (искусственное зрение).

К системам первого типа относятся, например, системы, построенные на основе силомоментных датчиков. Информацию о силовом взаимодействии можно получить, рассредотачивая составляющие результирующей нагрузки по приводам всех степеней подвижности промышленного робота. При этом необходимая для робота податливость руки обеспечивается путем управления усилиями, развиваемыми приводами звеньев. Именно так решается часто встречающаяся в робототехнике задача взаимодействия с объектами, на которые наложены кинематические связи.

Широкие возможности создания адаптивных систем робототехники открываются при очувствлении роботов посредством устройств искусственного зрения. Они бывают самыми разнообразными: на базе телекамер, на основе дискретных информационных полей и на ПЗС-матрицах. Все эти системы доставляют огромный объем информации, и основная проблема заключается в том, чтобы с помощью алгоритмов и программ извлечь из него лишь те особенности, которые могут быть использованы

для распознавания объектов с заранее известными свойствами. Другими словами – это "борьба" с избыточной информацией, которая требует затрат времени на работу вычислительных средств, часто превышающих время движения робота. Такой оцувсталенный робот становится "тугодумом", и данное обстоятельство ставит проблему адекватности используемых технических средств восприятия информации кругу решаемых задач.

Для информационной системы робота это означает, что количество информации, собираемое датчиками, не должно быть несоизмеримо больше, чем количество информации, необходимое для устранения неопределенности в исходной программе действий робота. С ростом объема избыточной информации увеличивается время и усложняются алгоритмы ее обработки, снижается помехозащищенность системы. В настоящее время для ряда практических задач с помощью методов комбинаторики удается оценить информационную емкость системы на выходе (количество информации, необходимое для решения поставленной задачи), и информационную емкость системы на входе (число возможных состояний датчиков – максимальные возможности системы восприятия информации). Отношение этих величин представляет собой коэффициент использования информации в системе оцувствления робота. Чем ближе этот коэффициент к единице, тем лучше соответствует система восприятия поставленной задаче.

Наращивание технической оснащенности систем восприятия и разработка алгоритмов обработки информации с целью повышения универсальности оцувствленного робота определяют одно из основных направлений развития робототехники. Уровень исследований в этом направлении виден на примере экспериментальной робототехнической установки (рис. 2.9), предназначенной для сборки сложных объектов и имеющей две руки 1 и 2 (основную – силовую и вспомогательную – информационную) с восемью степенями свободы каждая, а также чрезвычайно разветвленную систему датчиков и систему управления и обработки информации на базе двух ЭВМ [30]. Система датчиков содержит 8 телекамер, осматривающих зону работы оцувствленного робота (одна из них установлена в захвате вспомогательной руки), и большое число двухпозиционных и пропорциональных датчиков усилия, смонтированных в захвате обеих рук.

Взаимодействие всех устройств установки отрабатывалось на операциях сборки бытового пылесоса, три узла которого (мешок для сбора пыли, моторный блок и поддон) произвольно (в том числе и навалом) располагались в рабочей зоне оцувствленного робота. Задача заключалась в том, чтобы в автоматическом режиме разыскать эти узлы, идентифицировать их и собрать в требуемой последовательности. Порядок действий при этом был следующим.

1. Определить положение и взять один из лежащих навалом мешков для сбора пыли (выполняется вспомогательной рукой).

2. Добиться, чтобы мешок был в положении, необходимом для сборки (выполняется на весу совместно двумя руками).

3. Найти поддон и установить в него мешок (поддон удерживается силовой рукой, а мешок, удерживаемый за центральную крестовину, вставляется вспомогательной рукой).

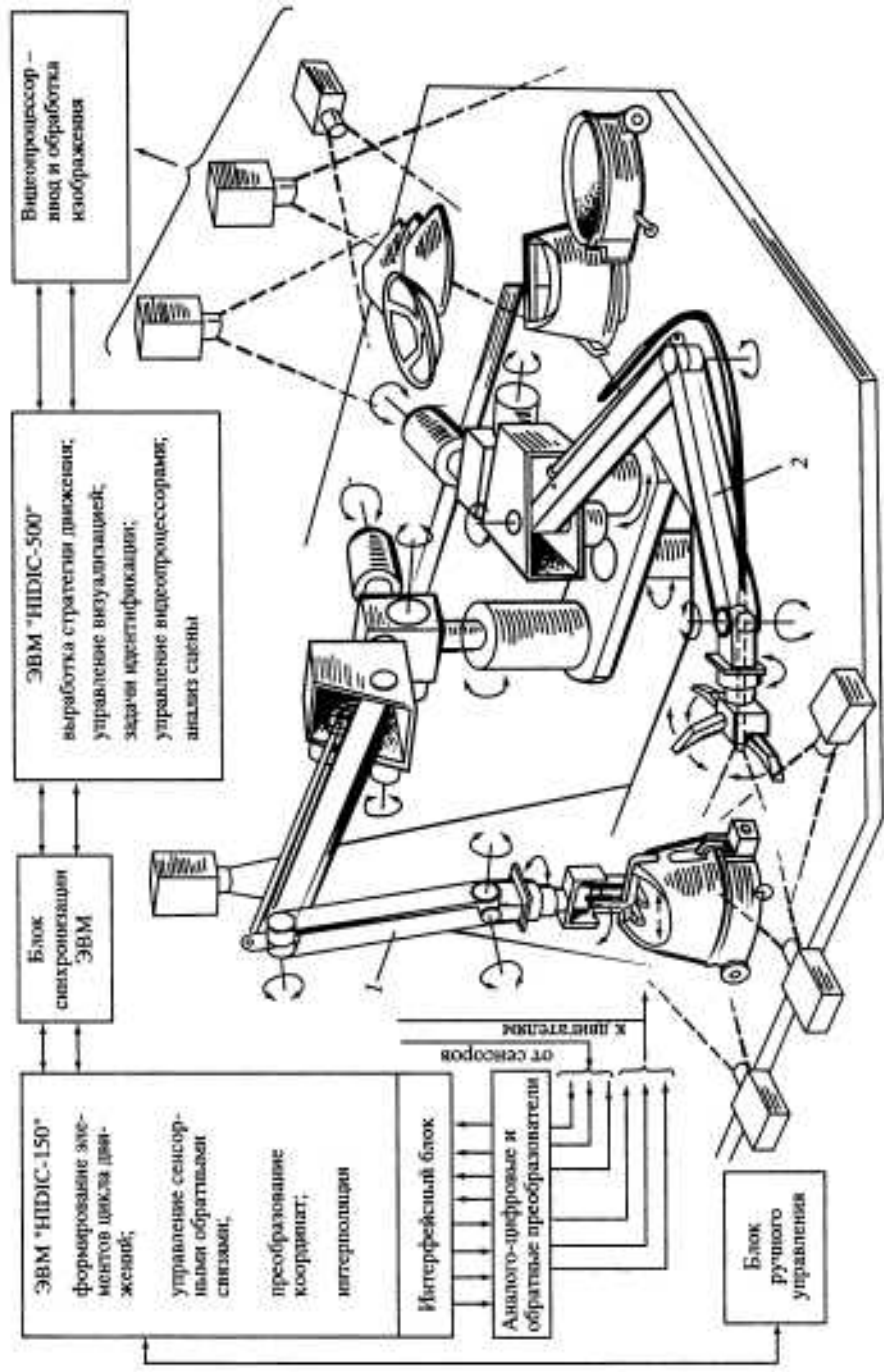


Рис. 2.9. Экспериментальная адаптивная робототехническая установка

4. Найти моторный блок и переместить его силовой рукой к уже собранному узлу (трудности здесь обусловлены значительными помехами для опознавания, поскольку моторный блок выполнен блестящим).

5. Установить моторный блок в поддон, удерживаемый вспомогательной рукой.

6. Закрыть боковые замки, соединяющие оба узла (выполняется двумя руками).

На каждом из этапов очувствленный робот использует и обрабатывает информацию, полученную от телекамер, датчиков и других устройств. Полное время операции составляет 2 мин.

Благодаря высокой информационной оснащенности описанная установка при наличии соответствующих программ может быть использована для решения широкого круга задач, возникающих в робототехнике. Ее основное назначение – отработка алгоритмов управления и выработка рекомендаций для проектирования очувствленного робота.

2.5. ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЙ ПРОМЫШЛЕННЫЙ РОБОТ ТУР-10

Чтобы составить представление о том, в какой мере и как реально применяют выделенные нами механизмы и устройства в практической робототехнике, рассмотрим конструкцию электромеханического робота.

При создании двигательных систем во многих случаях целесообразно размещать двигатели не на основании, а на корпусе первого подвижного звена. Именно такое конструктивное решение было принято при разработке отечественного электромеханического робота универсального назначения ТУР-10 (рис. 2.10). Он может быть использован для обслуживания оборудования, сборки, сварки и других технологических операций с деталями массой до 10 кг.

По своей структуре робот ТУР-10 соответствует структуре робота IRB-6 фирмы ASEA (Швеция), но отличается от него конструктивным выполнением функциональных механизмов. Размеры его звеньев и конфигурации рабочего пространства представлены на рис. 2.11.

Технические характеристики робота ТУР-10

Число степеней подвижности	5
Номинальная грузоподъемность (включая захватное устройство), кг	10
Погрешность позиционирования (повторяемость), мм	± 0,25
Система управления	УПМ 772, УКМ 772
Способ управления	Позиционный или контурный
Тип интерполяции при контурном управлении	Линейный, круговой
Число двоичных разрядов приема и обработки информации	15
Максимальная погрешность отработки траектории, мм	2
Число каналов связи с внешним оборудованием	
на ввод	12
на вывод	48



Рис. 2.10. Универсальный электромеханический робот ТУР-10

Рука робота в виде шарнирно-рычажного механизма с пятью степенями подвижности, позволяющими перемещать рабочий орган (схват или инструмент) в любую точку рабочего пространства и ориентировать его произвольным образом в плоскости звеньев руки в пределах ограничений движения в сочленениях и передаточных механизмах.

Рука (рис. 2.12) образована пятью подвижными звеньями 1–5, установленными на неподвижном основании 6. Первое подвижное звено представляет собой поворотную платформу 1, вращающуюся в подшипниках, смонтированных на основании. Привод 7 звена 1 установлен на основании. На поворотной платформе смонтированы приводы 8–11 звеньев 2–5. К фланцу последнего звена 5 крепится рабочий орган – схват или технологический инструмент.

Электромеханические приводы всех звеньев унифицированы и выполнены в виде совокупности двигателей постоянного тока Д1–Д5 типа ПЯ-150Ф, волнового редуктора с передаточным отношением 102,5, кодовых датчиков положения ДП1–ДП5 типа ППК-15 (разрядность 215) и тахогенератора ТГ1–ТГ5 типа ТП1-2,5.

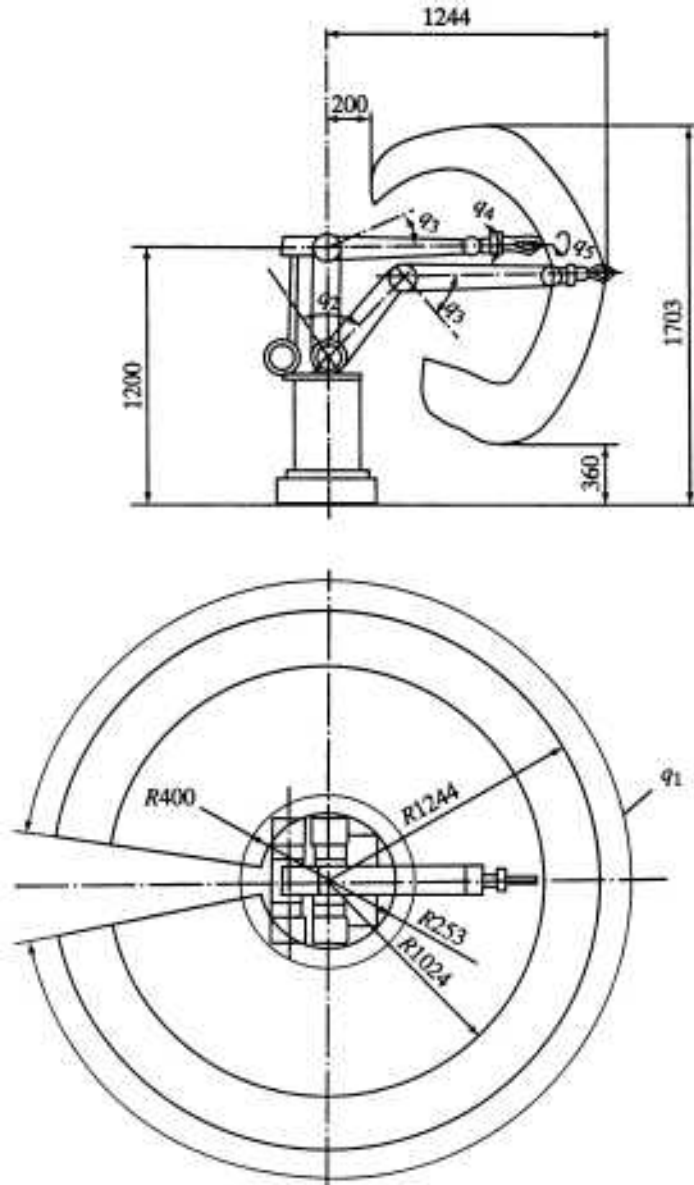


Рис. 2.11. Размеры звеньев робота ТУР-10

$$q_1 = \pm 170^\circ, q_2 = \pm 45^\circ, q_3 = +25^\circ - 45^\circ, q_4 = \pm 90^\circ, q_5 = \pm 180^\circ$$

В приводах руки согласующий редуктор от вала двигателя к валу датчика положения выполнен в виде зубчатой передачи; ее передаточное отношение в приводах движения звеньев 2 и 3 равно $45/28$, а в приводах механизма ориентации (звенья 4, 5) – $90/28$. В приводе поворотной платформы 1 вращение на вал датчика передается с выходного вала редуктора через беззазорную зубчатую пару с передаточным отношением 15,6.

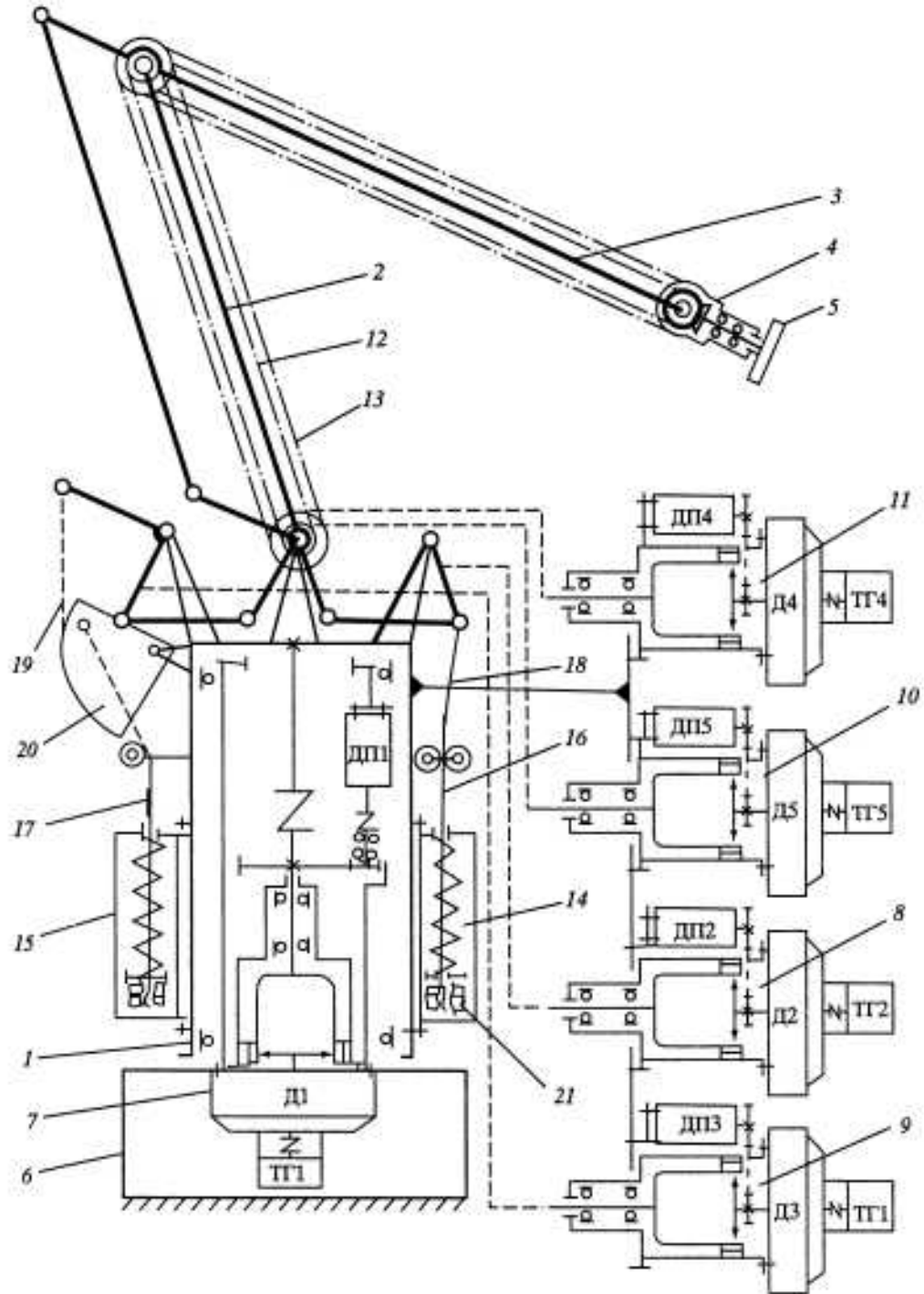


Рис. 2.12. Кинематическая схема робота ТУР-10

Кинематические цепи привода от выходных валов волновых редукторов к звеньям 2 и 3 руки выполнены в виде шарнирных параллелограммов, а к звеньям 4 и 5 – с помощью передач 12 и 13, содержащих по две замкнутые ветви. (В некоторых модификациях конструкции манипулятора вместо цепных передач применяют двойные шарнирные параллелограммы.) Для вращения звена 5 дополнительно используется коническая передача с передаточным отношением 0,5.

Натяжение цепных передач производится талрепами. В подвижных соединениях передаточных кривошипно-шатунных механизмов и шарнирах руки люфт выбирается за счет относительного осевого смещения колец подшипников. В конической передаче предусмотрено устройство выборки зазора.

Для статического уравнивания звеньев 2 и 3 в конструкции предусмотрены пружинные механизмы 14 и 15, установленные на поворотной платформе. (В первых конструкциях звено 3 уравнивали с помощью пневмоцилиндра, обеспечивающего необходимую постоянную силу на штоке.) Штоки 16, 17 пружин при помощи цепей 18, 19, проходящих через ролики, соединены со звеньями 2 и 3. Шток 17 связан через дополнительно установленный синусный механизм 20 с плечом Г-образного кривошипа привода качания звена 3, а шток 16 – с пальцем кривошипа качания звена 2.

На заданном диапазоне перемещения дополнительно установленный механизм имеет передаточную функцию, обратную силовой характеристике пружины уравнивания. Суммирование эффектов линейного изменения усилия на штоке пружины и соответствующего примерно линейного (на четверти оборота шкива синусного механизма 20) изменения плеча приложения этой силы позволяет получить практически постоянное усилие, действующее вдоль цепи 19.

На штоках 16, 17 имеется резьба, позволяющая при помощи гаек 21 обеспечить необходимую величину предварительного поджатия пружин, такую, чтобы при любой конфигурации руки не наблюдалось самопроизвольное перемещение звеньев 2 и 3.

За счет вынесения приводов (масса каждого привода – 15 кг) на поворотную платформу и применения системы передаточных механизмов в виде шарнирных параллелограммов и цепей удалось существенно облегчить конструкцию руки.

Механизмы устранения кинематического взаимовлияния степеней подвижности в данной конструкции отсутствуют. Поэтому при движении звена 2 или 3 ориентация всех последующих звеньев в абсолютной системе координат остается неизменной. При вращении звена 4 наблюдается "паразитное" движение звена 5 вследствие наличия конической зубчатой передачи. Устранение этого кинематического взаимовлияния осуществляется программно. При такой развязке все звенья робота программируются в абсолютной системе координат.

Описанная конструкция позволяет при программировании разделить движения руки на региональные, перемещающие рабочий орган в требуемую точку рабочего пространства (за счет звеньев 2 и 3) и не изменяющие ориентацию рабочего органа, и на локальные, обеспечивающие

необходимую ориентацию (за счет звеньев 4 и 5). Такое разделение упрощает программирование робота.

При установке двигателей на основание (в данном случае – на платформу 1) необходимо соблюдать условие: диапазон перемещений передаточного механизма каждого подвижного звена руки должен быть не меньше суммы диапазонов перемещений всех последующих звеньев. Возможные конфигурации руки вследствие кинематического взаимодействия по степеням подвижности часто ограничены не упорами в шарнирах руки, а допустимыми углами поворота передаточных цепных и кривошипно-шатунных механизмов. Диапазоны перемещений последних, выполненных в виде обычных (одинарных) шарнирных параллелограммов, составляют 90–100°, а в виде двойных, с пальцами на диске – 190–220°.

Каждое звено руки приводится в движение от соответствующего независимого электропривода с двухконтурным регулированием частоты вращения двигателя. При этом реализуется закон, формируемый блоком задания программы. На рис. 2.13 представлена функциональная схема устройства управления одной степенью подвижности робота, на которой отражено физическое разделение элементов и блоков системы. Принципно устройство управления роботом представляет собой совокупность блоков задания (формирования) программы движений и ее обработки – следящей системы приводов. Конструктивно оно выполнено в виде двух стоек – устройства числового программного управления модели УКМ-772 и блока управления электроприводами. Устройство УКМ-772 обеспечивает контурное управление робота. Программное обеспечение позволяет составлять и редактировать программы на специально разработанном языке программирования.

Программирование робота ТУР-10К (буква К означает контурный) с помощью программного обеспечения реализуется методом обучения человеком-оператором с помощью специального выносного пульта обучения. Кроме того, разработаны "сенсорные обучающие" рукоятки, а также аппаратные и программные средства преобразования координат для облегчения программирования робота [19]. Процесс обучения состоит в ручном управлении движением звеньев руки с целью установки рабочего органа в желаемые положения – узловые (опорные) точки будущих программных траекторий. При этом в памяти УКМ-772 запоминаются соответствующие показания датчиков положения, пропорциональные обобщенным координатам q_i , $i = 1, \dots, 5$ звеньев.

На основании записанной последовательности опорных точек в блоке формирования программы движений с помощью интерполирования рассчитываются непрерывные законы программных изменений обобщенных координат $q_i(t)$, которые подаются на вход следящей системы. Основная задача следящей системы состоит в обеспечении требуемой точности обработки программных движений.

В составе рассматриваемой следящей системы можно выделить три части: I – исполнительный двигатель (кинематически связан с объектом), согласующий редуктор и измерительные элементы: датчик положения, тахогенератор; II – усилительно-преобразовательное устройство; III –

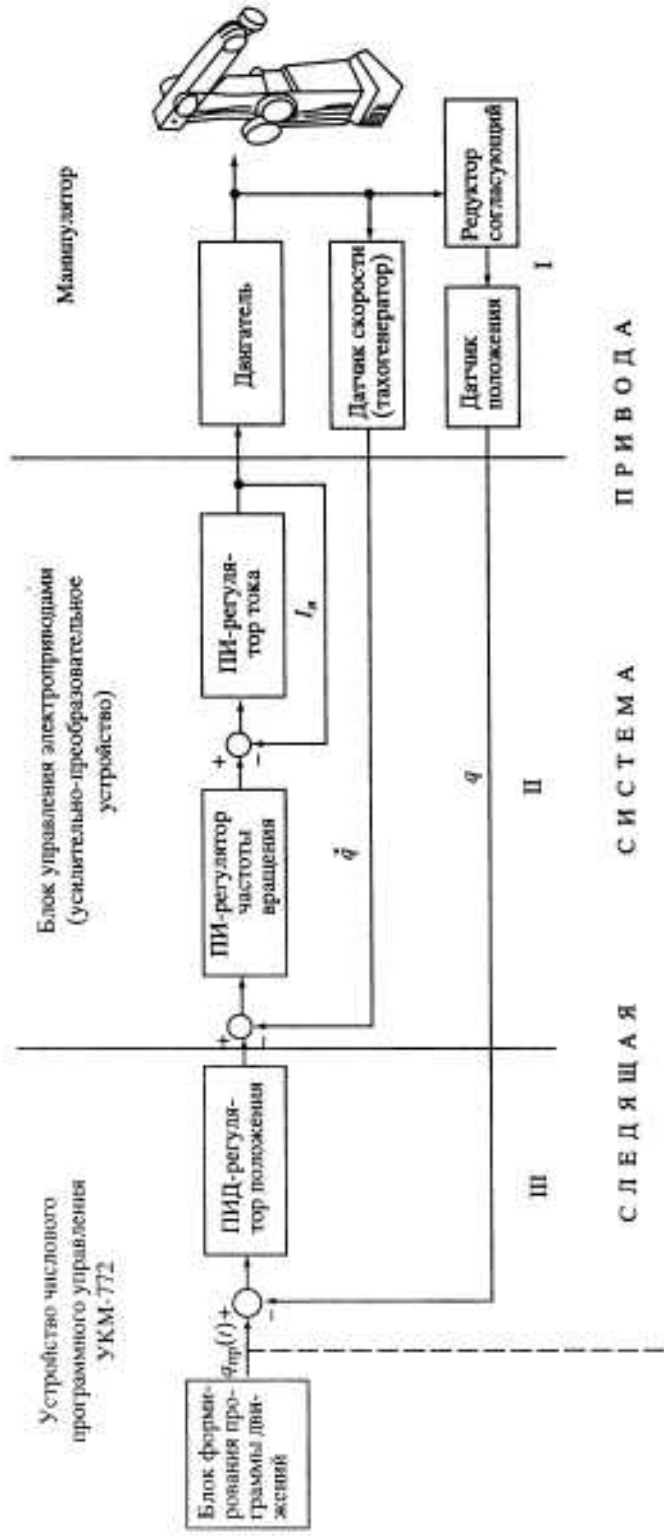


Рис. 2.13. Функциональная схема устройства управления одной степенью подвижности робота ТУР-10К

модули систем программного обеспечения УКМ-772, реализующие закон регулирования.

Усилительно-преобразовательное устройство представляет собой совокупность единого источника постоянного напряжения и широтно-импульсных транзисторных преобразователей (ШИП) каждого привода. Такой преобразователь включает широтно-импульсный модулятор, силовые транзисторные ключи, формирующие управляющее напряжение непосредственно на двигатели, и пропорционально-интегральные регуляторы тока и частоты вращения. При этом используется ПИД-регулятор, обеспечивающий выдачу управляющего воздействия пропорционально отклонению, интегралу и скорости изменения (производной) регулируемой величины. В ПИД-регулятор дополнительно введен самонастраивающийся канал управления по скорости, позволяющий повысить точность отслеживания траектории. Суть самонастройки сводится к автоматическому изменению коэффициента усиления этого канала в зависимости от текущего рассогласования по положению и скорости объекта регулирования.

Характеристики ПИД-регулятора и компенсатора скоростной ошибки определяются четырьмя постоянными коэффициентами усиления, назначенными оператором в диалоговом режиме в зависимости от требуемого качества переходных процессов. Эти коэффициенты не могут быть определены заранее, поскольку зависят от индивидуальных динамических свойств робота. Как правило, коэффициенты назначают по результатам пробных движений на различных режимах, добиваясь устойчивости при максимально возможном быстродействии системы. Такая настройка требует высокой квалификации оператора.

Частота тактирования управляющего сигнала на выходе регулятора и соответственно на входе усилительно-преобразовательного устройства составляет ~110 Гц.

Робот ТУР-10К является контурным и его программное обеспечение позволяет кроме программирования, линейной интерполяции и последующей автоматической работы в обобщенных координатах, реализовать прямолинейные траектории в плоскости руки в системах координат, связанных с основанием и с захватом, осуществлять программную развязку движения сгиба и вращения кисти. Для работы устройства управления роботом в контурном режиме используют математические модели, описывающие кинематику манипулятора.

2.6. НЕТРАДИЦИОННЫЕ СХЕМЫ РОБОТОВ

Принцип организации несущих звеньев рассмотренных выше схем роботов основан на том, что разомкнутая цепочка из шести жестких шарнирно-соединенных звеньев, определенным образом ориентированных друг относительно друга, может обеспечить достаточно большой набор конфигураций в рабочем пространстве. При этом предполагалось, что этим конфигурациям отвечают любые положения и ориентации установленного на конечном звене цепочки рабочего органа (схвата).

Однако существует ряд задач, для решения которых манипуляционная система, построенная по такому принципу, либо совсем не может быть

применена, либо ее применение усложнено. В первую очередь, это задачи производства элементов микроэлектронной техники, когда разомкнутый нежесткий механизм традиционной руки с трудом обеспечивает сравнительно высокую точность сборки элементов. Кроме того, при проведении такого рода работ по условиям технологического процесса робот часто должен быть абсолютно чистым. Иными словами, не допускается присутствия смазываемых или изнашивающихся элементов кинематической цепи. Не могут эффективно использоваться роботы с разомкнутым скелетом из жестких звеньев при работе в закрытых объемах, особенно если эти объемы представляют собой протяженные коридоры сложной пространственной конфигурации. Именно такого рода задачами определяется поиск новых принципов построения несущих звеньев робота.

2.6.1. Структура манипуляционных систем с параллельными кинематическими цепями

При больших статических и динамических нагрузках и небольших диапазонах смещений и поворотов объекта манипулирования находят применение манипуляционные системы, структуры которых содержат параллельные кинематические цепи. Платформа Стюарта – типичный пример конструкции такой манипуляционной системы. (рис. 2.14) [6, 14, 31]. Она выполнена в виде двух пластин, одна из которых является основанием,

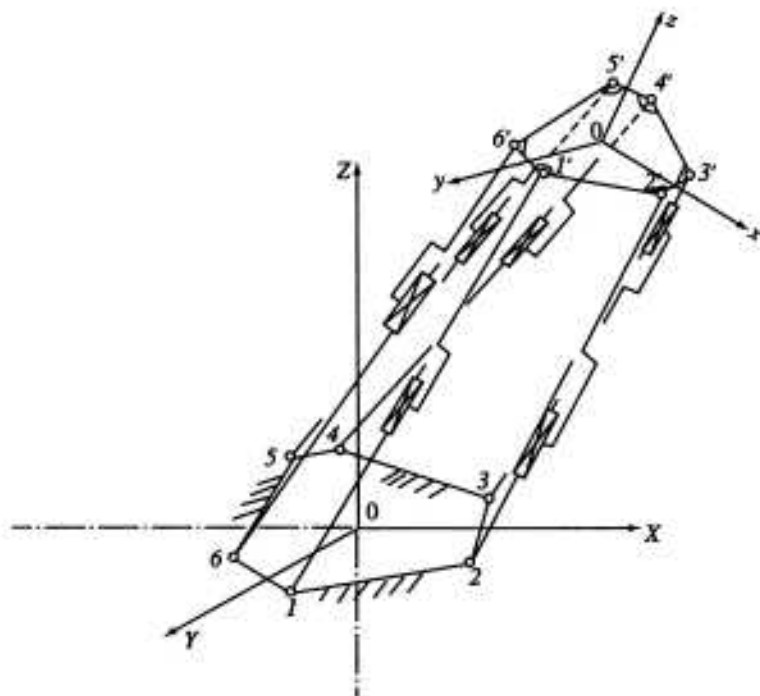


Рис. 2.14. Схема манипуляционной системы с параллельными кинематическими цепями

соединенных с помощью шаровых шарниров 1-6 и 1'-6' со стержнями, сочлененными попарно поступательными кинематическими парами.

В первоначальном варианте этой конструкции в качестве поступательных кинематических пар были использованы силовые гидроцилиндры. В модификациях системы для целей робототехники используют как пневмо-, так и электропривод.

Сравнение принципа построения рассматриваемой манипуляционной системы с принципом построения традиционной системы показало, что в данной системе можно получить принципиально большую точность, так как разомкнутая кинематическая цепь замещается замкнутой. Неслучайно поэтому, роботы на основе систем с параллельными кинематическими цепями применяют в операциях сборки печатных плат [28]. Еще одно достоинство таких систем связано с простотой решения обратной задачи, которая всегда решается в явном виде.

2.6.2. Манипуляционные системы с управляемой деформацией упругих звеньев

Представление звеньев скелета манипуляционной системы в ее модели абсолютно жесткими указывает лишь на то, что деформации звеньев, вызываемые передаваемыми нагрузками, пренебрежимо малы. В действительности и звенья скелета манипуляционной системы, и элементы кинематических передач обладают конечной жесткостью, которую приходится учитывать при решении задач выбора точности позиционирования и компенсации погрешностей положения рабочего органа, например методом коррекции программ. Обычно деформации звеньев определяются в основном внешней нагрузкой – неуправляемым фактором, а управляющие воздействия вызывают изменения относительных положений достаточно жестких звеньев манипуляционной системы.

Однако возможен и другой подход к построению манипуляционной системы и способу изменения ее конфигурации: звенья системы выполняют заведомо не жесткими, а упругими; управляющее воздействие определяет нагружение звена, преобладающее над всеми остальными видами нагрузок, передаваемых звеном, и соответственно его деформацию, за счет которой и меняется конфигурация манипуляционной системы. Таким образом, в этих системах все основано на управлении изменением конфигурации статического равновесия упругого звена. Поэтому характерная особенность систем с управляемой деформацией упругих звеньев заключается в том, что число степеней свободы одного упругого звена больше числа управляющих воздействий или числа принудительно изменяемых параметров. Во многих практически важных случаях упругие звенья представляют собой распределенные системы. Простейшие из них построены с использованием свойств трубки Бурдона [1].

Форма двух последовательно соединенных трубок Бурдона 1 и 2 (рис. 2.15) зависит от подаваемого в каждую из них давления. Изменение формы статического равновесия всей системы позволяет менять положение рабочего органа 3 в пределах некоторой области А. Здесь каждая из трубок Бурдона представляет собой упругое звено манипуляционной системы,

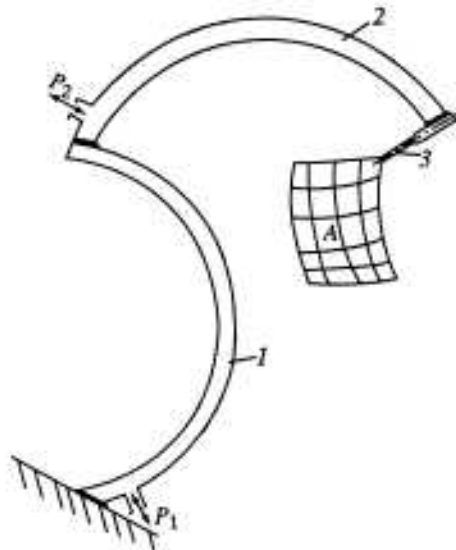


Рис. 2.15. Схема манипуляционной системы на основе трубки Бурдона

через изменяемые давления P_1 и P_2 реализуются управляющие воздействия, а деформации трубок, соответствующие положениям статического равновесия, определяют конфигурации манипуляционной системы. Область применения описанной манипуляционной системы – автоматизация процессов производства элементов микроэлектронной техники, причем герметичность конструкции и точность малых перемещений обеспечивают ей неоспоримые преимущества, перед другими конструкциями.

Другое усиленно развиваемое в настоящее время направление в области

построения упругих звеньев манипуляционных систем этого класса связано с использованием цепочек твердых тел, последовательно соединенных друг с другом высшими или низшими кинематическими парами, охваченных механизмами натяжения с одним или несколькими упругими элементами и нагружения упругого звена в целом. Потенциальная функция механизма натяжения зависит от относительного положения твердых тел цепочки. Задавая нагрузку на звено через механизм натяжения, можно менять конфигурацию статического равновесия цепочки твердых тел образующих звено.

Кинематическая схема упругого звена манипуляционной системы, допускающая управляемый изгиб в любой плоскости, проходящей через ось звена в недеформированном состоянии, представлена на рис. 2.16 [21]. Звено состоит из набора дисков 1–11, контактирующих друг с другом сферическими поверхностями. В дисках звена имеются отверстия: четыре по периферии диска и одно вдоль оси. Через отверстия пропущены тросы, каждый из которых прикреплен к дальнему от основания диску 11. Центральный трос 12 натянут упругим элементом 13, образует с ним механизм натяжения и одновременно выполняет функцию механизма центрирования дисков 1–11. Периферийные тросы 14–17 (попарно 14 и 16, 15 и 17) связаны с управляемыми двигателями 18 и 19 и образуют вместе с ними механизм нагружения звена. Каждому набору положений двигателей 18 и 19 соответствует некоторая, вполне определенная при известных статических нагрузках, статическая деформация звена в целом (рис. 2.17). Она определяется двумя параметрами: углом θ , образуемым плоскостью P изгиба звена с координатной плоскостью XOZ и углом наклона оси последнего диска φ , отсчитываемого от оси Z . Поэтому, несмотря на то что число степеней свободы упругого звена равно числу степеней свободы образующих его подвижных дисков, т.е. $10 \times 2 = 20$, условно можно считать число степеней подвижности упругого звена манипуляционной системы, равным двум.

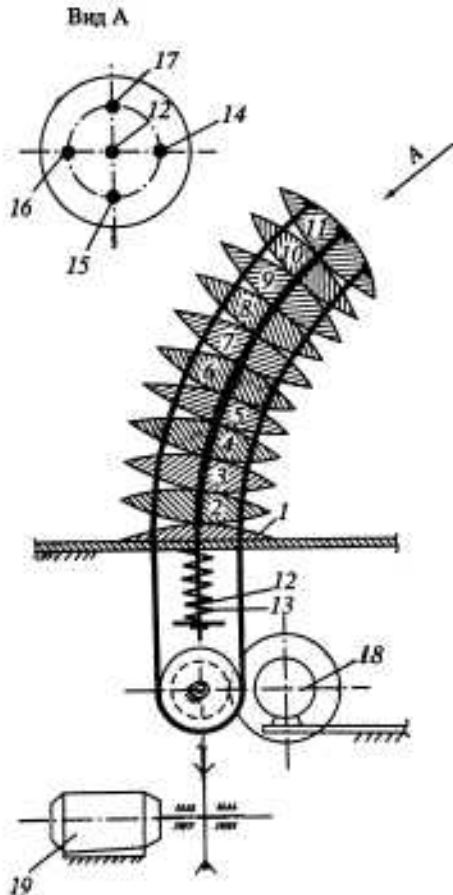


Рис. 2.16. Схема манипуляционной системы с управляемым изгибом звена

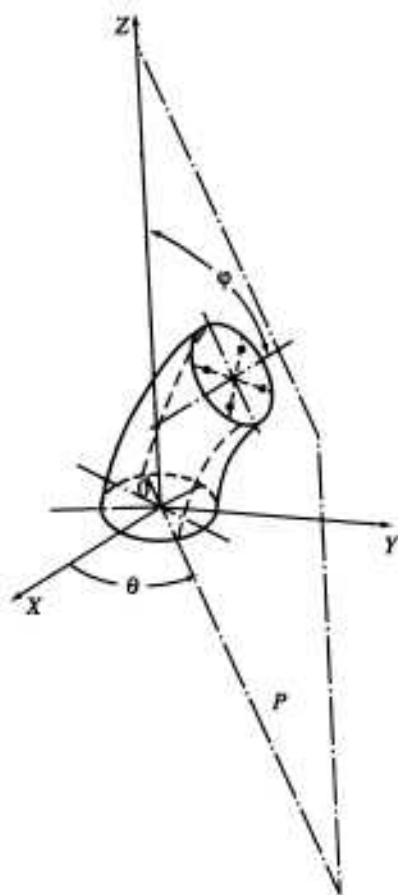


Рис. 2.17. Расчетная схема элемента манипуляционной системы с управляемым изгибом звена

При последовательном наборе таких звеньев и вынесении всех приводов на основание (как в традиционных системах) при малой площади, требуемой для установки промышленного робота, обеспечивается большая рабочая зона. При общем числе степеней подвижности манипуляционной системы > 6 дополнительные возможности обхода препятствий обусловлены отсутствием ограничений на степени подвижности, характеризующиеся углами поворота плоскостей изгиба звеньев. К этому следует добавить мягкое ("неразрушающее") взаимодействие упругих звеньев с элементами внешней среды. С учетом перечисленных достоинств ясны предпочтительные области применения таких манипуляционных систем: окраска, нанесение покрытий, сварка и инспекционный контроль в труднодоступных местах конструкций.

Из сказанного следует, что для управления манипуляционными системами рассматриваемого вида необходимы алгоритмы решения обратных задач, учитывающие изменения статических нагрузок на упругие звенья

системы при изменениях ее конфигурации [27]. Поиск таких алгоритмов тем более актуален, что программирование промышленных роботов не всегда можно осуществить "на натуре" методом обучения с использованием мнемонических рукояток.

2.6.3. Регулярные кинематические структуры в манипуляционных системах роботов

Регулярные кинематические структуры состоят из одинаковых периодически повторяющихся кинематических элементов и их сочетаний – модулей (рис. 2.18) [27]. В рассмотренных выше манипуляционных системах принцип регулярности использовался как для построения платформы Стюарта, так и для построения упругих звеньев из набора одинаковых твердых тел.

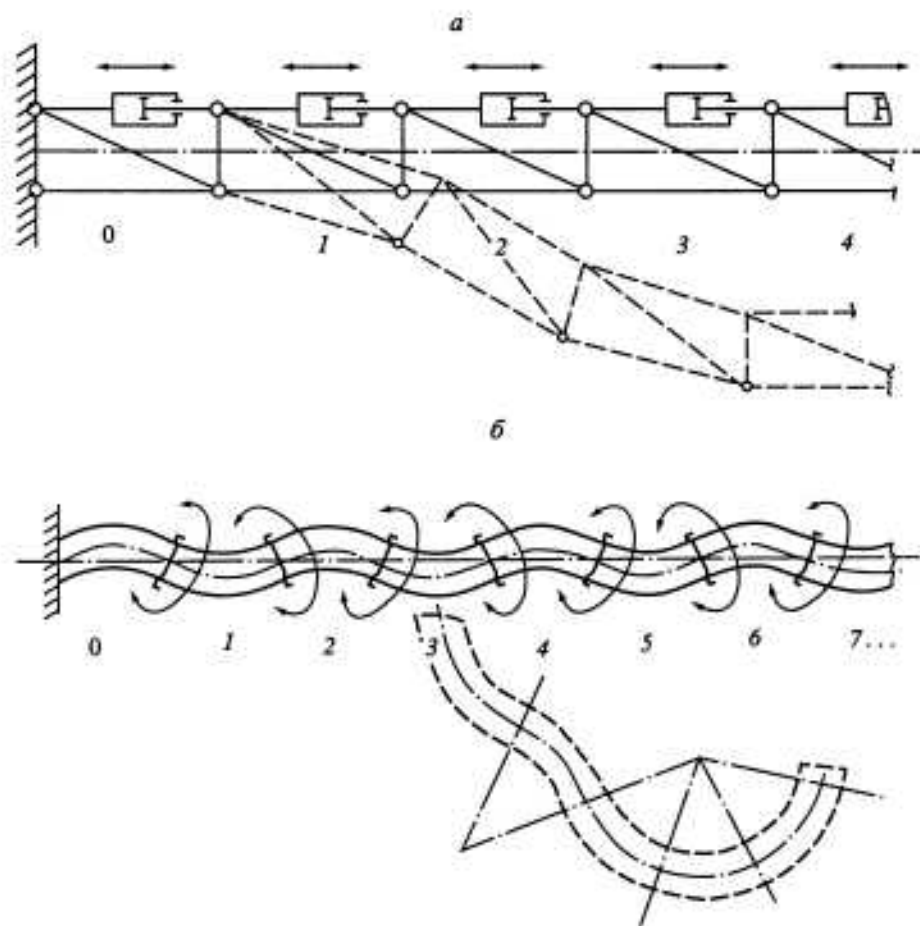


Рис. 2.18. Кинематические схемы регулярных робототехнических структур
 а – модули соединены вращательными парами, оси которых параллельны; б – модули соединены также вращательными парами пятого класса, оси которых пересекаются

Регулярные структуры привлекают внимание конструкторов прежде всего возможностью создания с помощью простых и одинаковых элементов 0, 1, 2, ..., n чрезвычайно гибких робототехнических систем. Обладая большим числом степеней подвижности ($n \geq 6$), такие механизмы могут успешно работать в среде с препятствиями, выполняя различные технологические операции. По способу управления регулярными робототехническими структурами их можно разделить на системы с позиционным и с цикловым управлением положением элементов. Позиционное управление чаще осуществляется в случаях, когда имеется небольшое число модулей, построенных по принципу регулярности.

При большом числе одинаковых модулей становится оправданным цикловое управление. В регулярных робототехнических системах с цикловым управлением (иными словами, в дискретных системах) каждый модуль может находиться в конечном числе устойчивых положений (конфигураций). С увеличением числа модулей растет число возможных конфигураций манипуляционной системы, а следовательно, и число точек в рабочем пространстве робота, с которыми может совпадать центр его рабочего органа – схвата. Можно добиться такой плотности заполнения точками рабочего пространства робота, которой будет достаточно для выполнения многих технологических операций. При цикловом управлении требования к приводам (возможность работы по упорам) минимальны, а регулярность структуры позволяет разработать такие алгоритмы решения различных задач позиционирования, количество вычислений в которых практически не зависит от числа модулей.

В настоящее время работы по созданию регулярных манипуляционных систем с цикловым управлением с числом степеней подвижности ≥ 6 еще не вышли за рамки лабораторных исследований.

2.7. МЕТОДОЛОГИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПОСТРОЕНИЯ МЕХАНИЗМОВ И СИСТЕМ РОБОТОВ

Важнейший элемент конструкции робота – механическая рука, высокоподвижная двигательная система, посредством которой он выполняет все порученные ему рабочие операции и взаимодействует с окружающей средой. Естественно, что в основу теории роботов в значительной части должна быть положена теория их двигательных систем.

В области робототехники долгое время сохранялась ситуация, при которой на многие важные вопросы, связанные с выбором основных параметров двигательной системы, построением движений и оценкой динамического поведения робота, конструктор вынужден был отвечать, опираясь лишь на опыт и интуицию. Применение хорошо разработанных фундаментальных методов аналитической механики мало исправляет это положение. В большинстве случаев не составляет труда записать в аналитической форме (и во многих вариантах) необходимые для практики соотношения и указать принципиальный путь определения всех кинематических и динамических характеристик робота, имеющих практическую важность, однако проблема конструирования вычислительного алгоритма представляет большие трудности. Положение усугубляется еще и тем, что двигательная система

включает не только скелет руки, описываемый громоздкими уравнениями кинематики и динамики, но и силовые агрегаты приводов, работающие совместно с системой управления.

До настоящего времени основной путь решения уравнений, поиска рациональной компоновочной схемы робота и эффективного алгоритма управления – это моделирование на ЭВМ динамического поведения двигательных систем роботов. Много в данном направлении сделано и делается исследовательскими лабораториями. Разработаны пакеты программ моделирования роботов. Однако исследовательские лаборатории часто не в состоянии охватить широкие и оперативные задачи практической робототехники. Поэтому наряду с методами моделирования разработчиков необходимо "вооружить" методами расчета и проектирования (и это одна из центральных задач, ставившаяся авторами при подготовке изложенного ниже материала), опираясь на которые специалисты смогли бы обоснованно выбрать главные параметры двигательных систем роботов, сопоставить важнейшие качества различных конструкций и планировать их движения. Сформулированные в данной главе положения в дальнейшем развиваются и уточняются на разных уровнях – кинематики, статики и динамики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александрова А.Г. Вакуумные роботы-манипуляторы на основе упруго-деформируемых исполнительных элементов // *Электрон. техника. Сер. 7. Технология, организация пр-ва и оборудование*. 1977. Вып. 1 (80). С. 35–43.
2. Артоболевский И.И., Кобринский А.Е. Роботы // *Машиноведение*. 1970. № 5. С. 3–11.
3. Виноградов И.Б., Кобринский А.Е. и др. "Сервис" манипулятор и метод объемов // *Там же*. 1969. № 3. С. 19–27.
4. Виноградов И.Б., Тывес Л.И. и др. Особенности кинематики манипуляторов и метод объемов // *Механика машин*. М.: Наука, 1971. Вып. 27/28. С. 5–16.
5. Генкин В.Л., Ерош И.Л., Игнатьев М.Б. Информационные устройства робототехнических систем: (Методы распознавания и управления роботизированными транспортно-складскими системами): Учеб. пособие для ВТУЗов. Л.: Ленингр. ин-т авиац. приборостр., 1985. 128 с.
6. Глазунов В.А., Колисков А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. М.: Наука, 1991. 95 с.
7. Динамика управления роботами / Под ред. Е.И. Юревича. М.: Наука, 1984. 336 с.
8. Ерош И.Л., Игнатьев М.Б., Москалев Э.С. Адаптивные робототехнические системы: (Методы анализа и системы обработки изображений): Учеб. пособие для ВТУЗов. Л., Ленингр. ин-т авиац. приборостр., 1985. 144 с.
9. Каргашиш А.Ю. Сплайн-аппроксимация и ее применение в задачах машинной графики и робототехники. М., 1981, 28 с. (Препр. / ИПМ АН СССР; № 21).
10. Каган В.Г. Электроприводы с предельным быстродействием для систем воспроизведения движений. М.: Энергия, 1975, 240 с.
11. Кобринский А.Е., Корендяев А.И. и др. Автоматические манипуляторы с программным управлением (промышленные роботы): Состояние, перспективы, проблемы // *Станки и инструмент*, 1974, № 11. С. 3–10.
12. Кобринский А.Е., Корендяев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. Принципы построения двигательных систем автоматических манипуляторов с программным управлением (промышленных роботов) // *Там же*. 1976. № 4. С. 3–10.
13. Кобринский А.Е., Саламандра Б.Л. и др. Информационные системы промышленных роботов // *Там же*. 1978, № 8. С. 12–17.
14. Колисков А.Ш. Разработка и исследование промышленных роботов на основе 1-координат // *Там же*. 1982. № 12. С. 21–24.

15. Корендяев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. Принципы построения двигательной системы автоматических манипуляторов с программным управлением (промышленных роботов) // Там же. 1976. № 4. С. 3–10.
16. Корендяев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. Особенности построения кинематических схем автоматических манипуляторов // Там же. 1981. № 2. С. 9–13.
17. Корендяев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. Концепция динамической развязки движений в робототехнических системах / Тр. III Сов.-югосл. Симпоз. по робототехнике, М., 1986. С. 37–42.
18. Корендяев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. К решению в явном виде обратной задачи о положениях манипуляторов с шестью степенями подвижности // Машиноведение, 1986. № 3. С. 10–21.
19. Митяшин И.П., Кацнельсон А.Ш. и др. Промышленный робот ТУР-10 // Приборы и системы управления. 1984. № 5. С. 32–33.
20. Овакимов А.Г., Анишин С.С. Якобиена матрица манипуляторов и ее применение к определению статических ошибок положения // Машиноведение. 1972. № 2. С. 34–39.
21. Пат. 419 421 Швеция, МКИ В25 j 17/00. *Vöjligarm, i synnerhet robotarm*. № 7902366-7; Заявл. 16.03.79; Опубли. 3.08.81. 8 с.
22. Пол Р. Моделирование, планирование траекторий и управление движением робота-манипулятора. М.: Наука, 1976. 103 с.
23. Попов Е.П., Верецагин А.Ф., Зенкевич С.Л. Манипуляционные роботы: Динамика и алгоритмы. М.: Наука, 1978, 398 с.
24. Сурнин Б.Н., Калабин И.В., Степанов В.П. и др. Промышленные роботы: Структура, типы и характеристики // Машиноведение. 1973. № 6. С. 6–10.
25. Тывес Л.И., Пурцеладзе Г.К. К статическому уравниванию звеньев механических рук // Машиноведение. 1981. № 5. С. 47–53.
26. Тывес Л.И., Столин Ю.В. Особенности регулирования в автоматических манипуляторах при управлении силами сопротивления // Там же. 1983. № 3. С. 53–59.
27. Тывес Л.И., Сонин А.Н. Особенности регулярных робототехнических структур с цикловым управлением // Там же. 1986. № 1. С. 9–18.
28. GADFLY – The answer to electronic component assembly // Assembly automation, 1983, February, P. 20–22.
29. Cutkosky M.R., Waigant P.K. Active control of compliant wrist in manufacturing tasks // ASME J. Eng. Industry. Vol. 108, N 1, P. 36–43.
30. Kashioka et al. An approach to the integrated intelligent robot with multiple sensory visual recognition techniques // Symp. on in. robots. Tokio, 1977, P. 203–207.
31. Stewart D. A platform with six degrees of freedom // Progr. Industr. Mech. Eng. 1965–1966. Vol. 180, pt. 1, N 15. P. 371–386.

СТРУКТУРА И КИНЕМАТИКА РУКИ РОБОТА

3.1. ОБОБЩЕННЫЕ КООРДИНАТЫ СКЕЛЕТА РУКИ. МАТРИЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ

Скелет руки робота представляет собой пространственный механизм, конфигурация которого определяет положение исполнительного органа в пространстве. Будем рассматривать скелет руки как цепочку n жестких шарнирно-связанных звеньев, соединенных между собой вращательными и поступательными кинематическими парами пятого класса. Первое звено цепочки также с помощью кинематической пары пятого класса связано с основанием.

Конфигурация образованного таким образом механизма определяется однозначно относительными положениями смежных звеньев, включая положение первого звена относительно основания. Поэтому переменные параметры, характеризующие эти положения звеньев, могут быть приняты за обобщенные координаты q_i . По определению [3, 4] число таких независимых параметров есть число степеней подвижности механизма. Таким образом, для рассматриваемой разомкнутой кинематической цепи число степеней подвижности равно числу подвижных звеньев скелета механической руки. В дальнейшем под числом степеней подвижности робота понимается именно число степеней подвижности скелета его руки в предположении абсолютной жесткости звеньев и идеальности кинематических пар*.

При рассмотрении моделей механизмов с учетом нежесткости звеньев, зазоров и упругостей в кинематических парах число степеней свободы системы всегда превышает число степеней подвижности исследуемого механизма. Они совпадают, если рассматриваемая модель находится на уровне кинематической структуры с идеальными звеньями и шарнирами.

Для формализации описания механизма, необходимой для решения задачи о его положении, скоростях и т.д., с каждым звеном скелета руки свяжем правую систему координат, в которой определены все точки данного звена, в том числе положения осей предыдущей и последующей

* В теоретической механике [15] известно понятие числа степеней свободы, представляющего собой также число независимых параметров, однозначно определяющих положение системы. Это более общее понятие распространяется не только на механизмы, но и на любые системы.

кинематической паре. Если задаты величины смещения q_i в i -й кинематической паре, то положение одной системы координат относительно предыдущей будет полностью определено.

Для вычисления координат точек i -го звена в $(i-1)$ -й системе координат воспользуемся матрицами размером $[4 \times 4]$, преобразующими так называемые однородные координаты точек трехмерного пространства [1, 18]. Эти матрицы оказались чрезвычайно удобными при исследовании пространственных механизмов с низшими кинематическими парами [12, 13, 23, 24], в том числе промышленных роботов [21, 22], так как позволяют описывать не только поворот вокруг координатных осей, но и смещение начала координат, а при многократных преобразованиях действия над такими матрицами сводятся только к их умножению.

В частном случае однородных координат (когда при переходе из одной системы координат в другую масштаб не меняется) имеет место простое и физически понятное матричное соотношение, определяющее переход из i -й системы в $(i-1)$ -ю:

$$\begin{bmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \\ z_{i-1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(X_{i-1}, X_i) & \cos(X_{i-1}, Y_i) & \cos(X_{i-1}, Z_i) \\ \cos(Y_{i-1}, X_i) & \cos(Y_{i-1}, Y_i) & \cos(Y_{i-1}, Z_i) \\ \cos(Z_{i-1}, X_i) & \cos(Z_{i-1}, Y_i) & \cos(Z_{i-1}, Z_i) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i-1,i} \\ y_{i-1,i} \\ z_{i-1,i} \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix},$$

где $x_j = [x_j, y_j, z_j]^T$ – вектор-столбец координат точки в j -й системе; $x_{i-1,i} = [x_{i-1,i}, y_{i-1,i}, z_{i-1,i}]^T$ – вектор-столбец координат начала i -й системы в $(i-1)$ -й системе координат; подматрица $K_{i-1,i}$ размером $[3 \times 3]$, образованная направляющими косинусами, определяет поворот i -й системы относительно $(i-1)$ -й. В сокращенном виде это матричное преобразование представляется так

$$x_{i-1} = M_{i-1,i} x_i.$$

Обратный переход из $(i-1)$ -й системы в i -ю определяется аналогичным матричным соотношением:

$$x_i = M_{i,i-1} x_{i-1}.$$

Отметим, что матрицы $M_{i-1,i}$ и $M_{i,i-1}$ являются взаимобратными, т.е. $M_{i-1,i} = M_{i,i-1}^{-1}$ и часто их удобно вычислять, не прибегая к правилам обращения матриц, а с помощью формулы

$$M_{i,i-1} = M_{i-1,i}^{-1} = \begin{bmatrix} K_{i-1,i}^T & -K_{i-1,i}^T x_{i-1,i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

При последовательном переходе по цепочке шарнирно-соединенных звеньев, например от n -й системы координат (n -го звена) к нулевой (связанной с основанием), формула перехода имеет вид произведения матриц

$$x_0 = M_{0,1} M_{1,2} \dots M_{n-1,n} x_n = M_{0,n} x_n. \quad (3.1)$$

Очевидно, структура матрицы $M_{0,k}$ идентична указанной выше структуре матриц-сомножителей $M_{i-1,j}$. При большом числе переходов-преобразований каждый элемент матрицы $M_{0,k}$ представляет собой громоздкое выражение. Для проверки правильности вывода подматрицы $K_{0,n}$ в матрице $M_{0,k}$ удобно пользоваться следующими правилами:

- а) сумма квадратов элементов, содержащихся в одной и той же строке или в одном и том же столбце, равна единице;
- б) сумма произведений соответственных элементов двух строк или двух столбцов равна нулю.

Если системы координат, связанных со звеньями модели задавать произвольно, то каждая из матриц $M_{i-1,i}$ будет содержать 6 параметров привязки i -й координатной системы к $(i-1)$ -й – три линейных и три угловых (углы Эйлера). Для рассматриваемой модели скелета руки эти параметры не являются независимыми: каждое звено – два условия жесткой связи линейного и углового относительного положения двух осей предыдущей и последующей кинематических пар. Данное обстоятельство вынуждает искать и назначать такие системы координат, связанные со звеньями, для которых каждая матрица $M_{i-1,i}$ будет содержать только 4 независимых параметра: два линейных и два угловых. Следствием этого станет упрощение выражений в $M_{i-1,i}$ и облегчение аналитического и численного исследования не только кинематики, но и статики и динамики механизма. В настоящее время широкое распространение нашла система, предложенная в работах [21, 23].

Рассмотрим общий случай расположения осей двух последовательных кинематических пар в пространстве. Проведем через оси двух соседних кинематических пар две параллельные плоскости P_i и P'_i (рис. 3.1), удаленные друг от друга на величину наименьшего расстояния a_i между этими двумя осями. Центр i -й системы координат расположим в плоскости P_i в точке пересечения линии наименьшего расстояния с осью $(i+1)$ -й кинематической пары. Ось X_i совпадает с линией наименьшего расстояния и направлена от i -й к $(i+1)$ -й паре. Ось Z_i совпадает с осью $(i+1)$ -й кинематической пары и направлена так, чтобы глядя с оси X_i поворот оси Z_i относительно оси Z_{i-1} на угол скрещивания осей пар α_i осуществлялся в положительном направлении (против часовой стрелки). Направление оси Y_i выбирается, исходя из правой системы координат. При таком построении расстояние между началом $(i+1)$ -й системы координат и точкой пересечения осей X_i и Z_{i-1} в общем случае будет равно некоторой величине t_i . Положение i -го звена определяется также углом \tilde{q}_i поворота оси X_i вокруг оси Z_{i-1} , отсчитываемым от оси X_{i-1} .

Свяжем абсолютную ($i=0$) правую систему координат с основанием, направив ось Z_0 вдоль оси первой кинематической пары. Конкретизируем также положение n -й системы координат, связанной с исполнительным органом-захватом, так, чтобы ось X_n была параллельна плоскостям губок захвата, а ось Y_n , перпендикулярна им. Полюс n -й системы координат расположен в центре между губками захвата. В принятой системе обозначений матрица перехода от i -й к $(i-1)$ -й системе координат имеет вид

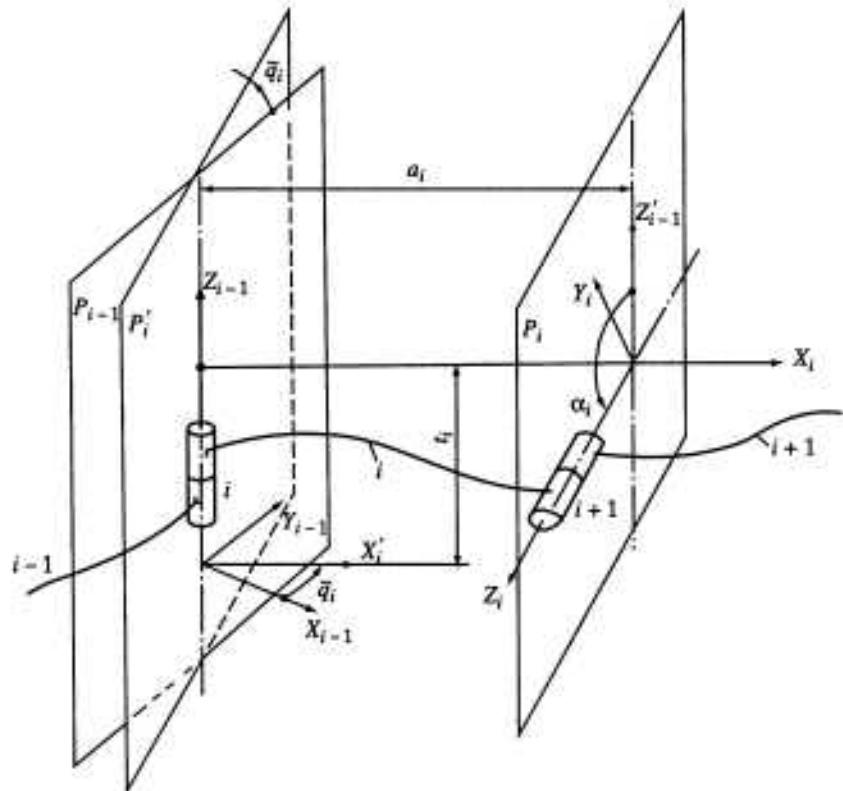


Рис. 3.1. Схема "привязки" систем координат к звеньям и шарнирам робота

$$M_{i-1,i} = \begin{bmatrix} \cos \bar{q}_i & -\cos \alpha_i \sin \bar{q}_i & \sin \alpha_i \sin \bar{q}_i & a_i \cos \bar{q}_i \\ \sin \bar{q}_i & \cos \alpha_i \cos \bar{q}_i & -\sin \alpha_i \cos \bar{q}_i & a_i \sin \bar{q}_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & t_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Таким образом, положение звена i (i -й системы координат) относительно звена $i-1$ ($(i-1)$ -й системы координат) определяется четырьмя параметрами: a_i , t_i , α_i , \bar{q}_i . В случае вращательной кинематической пары обобщенной координатой будет $q_i = \bar{q}_i$; в случае поступательной — $q_i = t_i$. Параметры a_i и α_i всегда являются константами и определяют длину звена скелета руки и угол скрещивания двух соседних осей пар. При описанном способе назначения систем координат всегда $a_i \geq 0$, а знак t_i определяется в $(i-1)$ -й системе по направлению оси Z_{i-1} .

В промышленных роботах оси смежных кинематических пар, как правило, или параллельны, или взаимно перпендикулярны (в основном такие схемы и рассматриваются в дальнейшем). Кроме того, стремление к упрощению конструкции и алгоритмов управления часто приводит к вариантам схемы с $a_i = 0$ или $t_i = 0$. Эти важные для практики частные случаи схем и

Таблица 3.1
Схемы и матрицы преобразования для вращательной пары

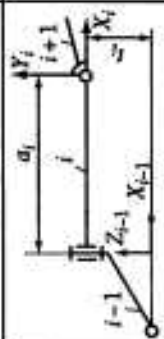
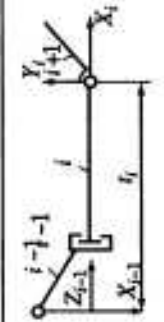
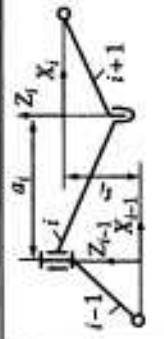
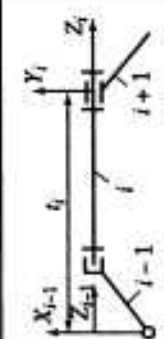
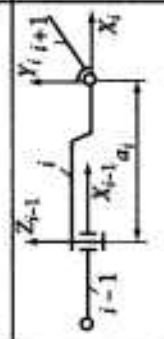
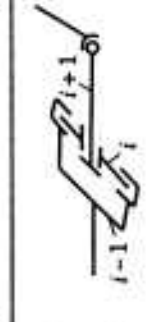
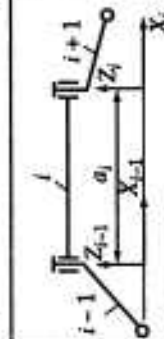
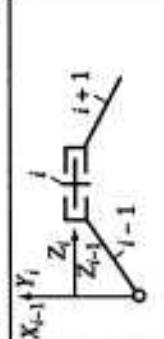
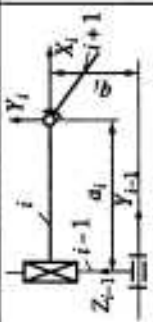
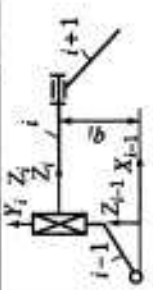
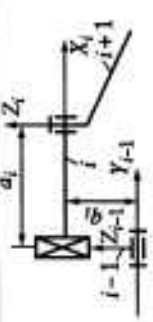
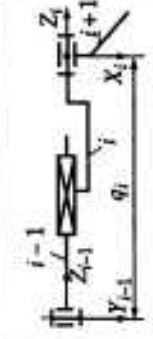
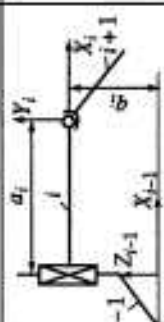
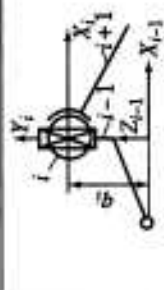
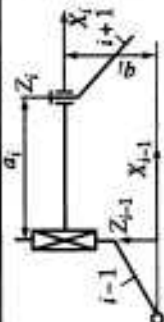
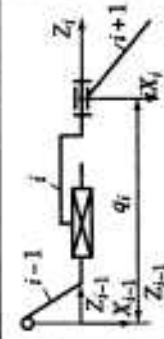
	$\alpha_i = \pi/2$		$\alpha_i = 0$	
t_i	$a_i \neq 0$	$a_i = 0$	$a_i \neq 0$	$a_i = 0$
$t_i \neq 0$	 $\begin{bmatrix} \cos q_i & 0 & \sin q_i & 0 \\ \sin q_i & 0 & -\cos q_i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	 $\begin{bmatrix} \cos q_i & a_i \cos q_i \\ \sin q_i & a_i \sin q_i \\ 0 & t_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	 $\begin{bmatrix} \cos q_i & -\sin q_i & 0 \\ \sin q_i & \cos q_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	 $\begin{bmatrix} \cos q_i & -\sin q_i & 0 \\ \sin q_i & \cos q_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
$t_i = 0$	 $\begin{bmatrix} \cos q_i & 0 & \sin q_i \\ \sin q_i & 0 & -\cos q_i \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	 $\begin{bmatrix} \cos q_i & a_i \cos q_i \\ \sin q_i & a_i \sin q_i \\ 0 & t_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	 $\begin{bmatrix} \cos q_i & -\sin q_i & 0 \\ \sin q_i & \cos q_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	 $\begin{bmatrix} \cos q_i & -\sin q_i & 0 \\ \sin q_i & \cos q_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Таблица 3.2
Схемы и матрицы для поступательной пары

	$\alpha_i = \pi/2$		$\alpha_i = 0$	
\bar{q}_i	$a_i \neq 0$	$a_i = 0$	$a_i \neq 0$	$a_i = 0$
$\bar{q}_i = \pi/2$	 $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & q_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	 $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	 $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	 $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
$\bar{q}_i = 0$	 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

матриц преобразования для вращательной пары приведены в табл. 3.1, а для поступательной пары – в табл. 3.2. Отметим, что в случае вращательных пар с параллельными осями ($\alpha_i = 0$) значение t_i четко не определено и может назначаться произвольно, исходя из удобства дальнейшего анализа или вычислений. В частности, за счет смещения i -й системы координат вдоль оси $(i + 1)$ -го шарнира можно всегда получить $t_i = 0$.

Матрицы, приведенные в таблицах удобны при формализации вывода математических соотношений для описания положения звеньев робота в пространстве по кинематической схеме его скелета.

3.2. МАТРИЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ

В данном разделе рассмотрены подходы к решению задач определения вектора V скоростей любого i -го звена как твердого тела. Элементами вектора V являются три скорости поступательного перемещения по трем взаимно перпендикулярным направлениям и три мгновенные угловые скорости относительно этих направлений.

$$V = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y, \dot{\theta}_z]^T.$$

Элементы вектора V являются функциями обобщенных координат и скоростей, подлежащими определению. Покажем, как найти эти элементы методом дифференцирования введенных выше матриц преобразования координат. Вектор V можно получить в абсолютной системе координат и в системе координат захвата (при этом подвижная система координат захвата мгновенно замораживается и вектор ищут относительно замороженной системы).

Для определения V в абсолютной системе координат выпишем матрицу преобразования \tilde{M}_{06} при малых приращениях обобщенных координат Δq_i , используя матрицы, приведенные в табл. 3.1 и 3.2. Пренебрегая членами второго порядка малости, и учитывая, что

$$\cos(q_i + \Delta q_i) = \cos q_i - \Delta q_i \sin q_i,$$

$$\sin(q_i + \Delta q_i) = \sin q_i + \Delta q_i \cos q_i,$$

представим эту матрицу в виде суммы двух матриц

$$\tilde{M}_{06} = M_{06} + \Delta M_{06}.$$

Первая – матрица преобразований при $\Delta q_i = 0$; элементы второй матрицы являются линейными функциями Δq_i

$$\Delta M_{06} = \left[\begin{array}{c|c} \Delta K_{06}(\Delta q_i, q_i) & \Delta x_0(\Delta q_i, q_i) \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right]. \quad (3.2)$$

Матрица ΔK_{06} определяет приращения направляющих косинусов системы координат захвата в абсолютной системе координат, а столбец Δx_0 – сдвиги центра системы координат захвата, обусловленные малыми Δq_i .

Совместим еще одну систему координат, связанную с захватом и ориентированную при $\Delta q_i = 0$ так же, как и абсолютная система координат, с центром захвата. Тогда при $\Delta q_i \neq 0$ поворот введенной системы координат относительно абсолютной выражается перемножением матриц

$$\Delta \tilde{\mathbf{K}}_{06} = \Delta \mathbf{K}_{06}(\Delta q_i, q_i) \cdot \mathbf{K}_{06}^{-1}(q_i),$$

результат которого имеет канонический вид [15]:

$$\begin{bmatrix} 0 & -\theta_z & \theta_y \\ \theta_z & 0 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 0 \end{bmatrix}.$$

Здесь $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ – малые повороты захвата относительно осей X_0, Y_0, Z_0 соответственно.

Заметим, что канонический вид матрицы получается только при одинаковой направленности абсолютной и введенной систем координат и удобен тем, что в ней значения θ_x, θ_y и θ_z однозначно "привязаны" к определенным элементам матрицы. Таким образом, при каноническом представлении имеют место следующие соотношения между соответствующими компонентами матриц:

$$\Delta \tilde{k}_{06}^{23} = -\Delta \tilde{k}_{06}^{32} = -\theta_x;$$

$$\Delta \tilde{k}_{06}^{13} = -\Delta \tilde{k}_{06}^{31} = \theta_y;$$

$$\Delta \tilde{k}_{06}^{12} = -\Delta \tilde{k}_{06}^{21} = -\theta_z.$$

Добавив к матрице $\Delta \mathbf{K}_{06}$ правый столбец матрицы $\Delta \mathbf{M}_{06}$ и нулевые элементы в четвертую строку, получим матрицы искомого решения задачи. Ими являются значимые наддиагональные элементы, т.е. $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \theta_x, \Delta \theta_y, \Delta \theta_z$, представляющие собой линейные функции Δq_i . Заменяя в этой матрице малые приращения Δq_i производными по времени, запишем матрицу для скоростей $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y, \dot{\theta}_z$

$$\mathbf{M}_{v0} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta}_z & \dot{\theta}_y & \dot{x} \\ \theta_z & 0 & -\dot{\theta}_x & \dot{y} \\ -\dot{\theta}_y & \dot{\theta}_x & 0 & \dot{z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \frac{\Delta \mathbf{K}_{06}(\dot{q}_i, q_i) \cdot \mathbf{K}_{06}^{-1}(q_i)}{0} & \frac{\Delta \mathbf{x}_0(\dot{q}_i, q_i)}{1} \end{array} \right] \quad (3.3)$$

Чтобы получить матрицу, описывающую приращения координат $\Delta x', \Delta y', \Delta z', \theta'_x, \theta'_y, \theta'_z$ в системе координат захвата, достаточно повернуть абсолютную систему координат таким образом, чтобы ее оси были параллельны одноименным осям системы координат захвата при $\Delta q_i = 0$. Матрица такого поворота имеет вид

$$\mathbf{M}_n = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{K}_{06}^{-1} & 0 \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right].$$

Тогда выражение для вектора скорости изменения координат в системе, связанной с захватом, в каноническом виде представляется так:

$$M_{V_n} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta}'_z & \dot{\theta}'_y & \dot{x}' \\ \dot{\theta}'_z & 0 & -\dot{\theta}'_x & \dot{y}' \\ -\dot{\theta}'_y & \dot{\theta}'_x & 0 & \dot{z}' \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = M_n \cdot \Delta M_{06}. \quad (3.4)$$

Из выражений (3.3) и (3.4) видна связь между M_{V_0} и M_{V_n}

$$M_{V_0} = M_n^{-1} M_{V_n} M_n$$

или

$$M_{V_n} = M_n M_{V_0} M_n^{-1}.$$

Используя эти соотношения, а также свойство ортогональных матриц, заключающееся в том, что каждый ее элемент равен своему алгебраическому дополнению [15], можно получить формулы для пересчета вектора скоростей V в абсолютной системе координат в вектор скоростей V' в системе координат захвата

$$\begin{aligned} \dot{x}' &= m_{06}^{11} \dot{x} + m_{06}^{21} \dot{y} + m_{06}^{31} \dot{z}; & \dot{\theta}'_x &= m_{06}^{11} \dot{\theta}_x + m_{06}^{21} \dot{\theta}_y + m_{06}^{31} \dot{\theta}_z; \\ \dot{y}' &= m_{06}^{12} \dot{x} + m_{06}^{22} \dot{y} + m_{06}^{32} \dot{z}; & \dot{\theta}'_y &= m_{06}^{12} \dot{\theta}_x + m_{06}^{22} \dot{\theta}_y + m_{06}^{32} \dot{\theta}_z; \\ \dot{z}' &= m_{06}^{13} \dot{x} + m_{06}^{23} \dot{y} + m_{06}^{33} \dot{z}; & \dot{\theta}'_z &= m_{06}^{13} \dot{\theta}_x + m_{06}^{23} \dot{\theta}_y + m_{06}^{33} \dot{\theta}_z, \end{aligned}$$

где m_{06} – компоненты матрицы M_{06} .

3.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ ЗВЕНЬЕВ РУКИ С ПОМОЩЬЮ МАТРИЦЫ ЯКОБИ

Получение зависимостей элементов векторов V или V' от элементов матрицы M_{06} по формулам (3.3) или (3.4) приводит к громоздким преобразованиям. Для вывода этих зависимостей рассмотрим подход, основанный на использовании матрицы Якоби [15] системы уравнений $V = F(\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_6)$. Для анализа структур пространственных механизмов рук матрицу Якоби стали широко применять с начала 1970-х годов [20,27].

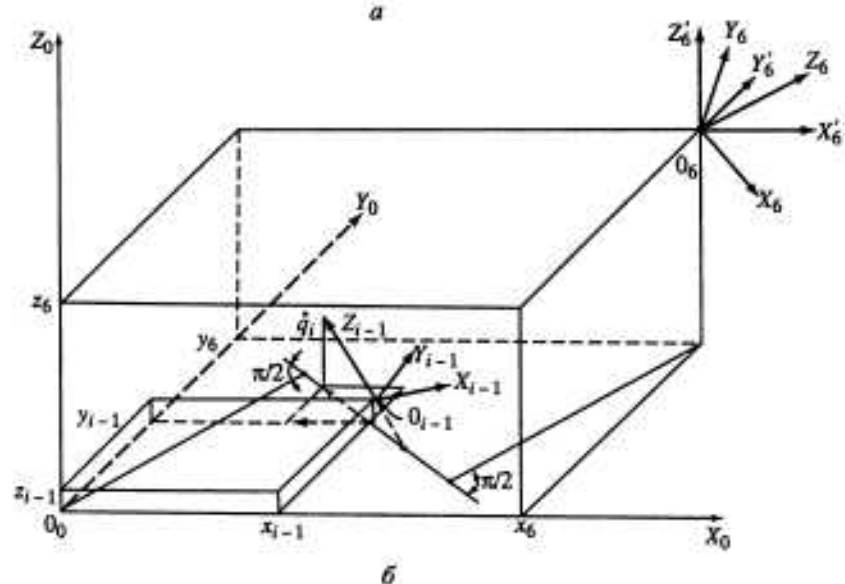
Из соотношений (3.2) следует, что приращения Δq_i или обобщенные скорости \dot{q}_i входят в уравнения этой системы линейно. Это дает право рассматривать коэффициенты при обобщенных скоростях как мгновенные частные передаточные отношения. Полученная таким образом система из шести линейных уравнений относительно обобщенных скоростей может быть представлена в виде

$$V = J\dot{q}, \quad (3.5)$$

где J – матрица Якоби частных передаточных отношений размерностью $[6 \times 6]$, элементы которой

$$J_{ji} = dV_j / d\dot{q}_i$$

являются функциями обобщенных координат.



б

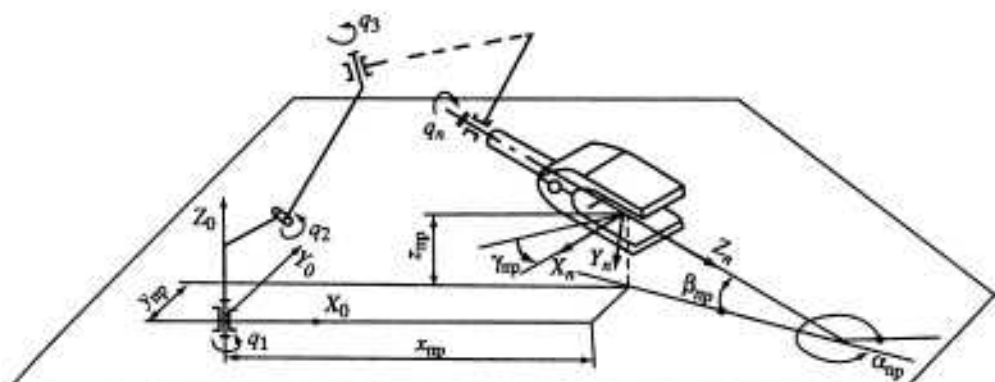


Рис. 3.2. Схема, иллюстрирующая получение частных передаточных отношений между скоростью вращения в i -й паре и компонентами вектора скорости захвата (а), а также программное задание положения и ориентации захвата (б)

Элементы J_{ji} можно выразить через элементы матриц M_{06} и $M_{0_{i-1}}$ ($i = 1, 2, \dots, 6$), не прибегая к преобразованиям матриц, а основываясь только на правилах определения мгновенных частных передаточных отношений от i -й кинематической пары к j -му элементу вектора V скорости захвата [27]. (Матрица M_{00} ($i = 1$) при выбранной системе координат является единичной.) Для получения шести элементов J_{ji} ($j = 1, 2, \dots, 6$), являющихся коэффициентами при \dot{q}_i , следует "заморозить" все обобщенные координаты, кроме q_i , и, рассматривая полученный механизм с одной степенью свободы, определить передаточные отношения V_j / \dot{q}_i .

Рассмотрим рис. 3.2,а, на котором представлена система 0_0 неподвижна, система 0_{i-1} связана с $(i-1)$ -м звеном, ее ось Z_{i-1} совпадает с осью i -го шарнира, а центр захвата расположен в точке O_6 . Система координат захва-

та X'_6, Y'_6, Z'_6 имеет оси, параллельные соответствующим осям абсолютной системы координат. Элемент J_{ji} представляет собой передаточное отношение между скоростью \dot{q}_i в i -й кинематической паре и j -м элементом вектора V при всех $\dot{q}_k = 0, k \neq i$, т.е. $k = 1, \dots, i-1, i+1, \dots, n$.

Если i -я кинематическая пара поступательная, то J_{ji} при $j = 1, 2, 3$ равны направляющим косинусам вектора Z_{i-1} , т.е.

$$J_{1i} = m_{0,i-1}^{13}; \quad J_{2i} = m_{0,i-1}^{23}; \quad J_{3i} = m_{0,i-1}^{33} \quad (3.6)$$

$$J_{j,i} = 0 \quad \text{для } j = 4, 5, 6.$$

Если i -я кинематическая пара вращательная, то частные передаточные отношения от i -й кинематической пары к первым трем элементам вектора V равны векторным произведениям кратчайших расстояний между осью Z_{i-1} i -й пары и осями X'_6, Y'_6, Z'_6 на проекции единичного вектора Z_{i-1} на плоскости $Y_0O_0Z_0, Z_0O_0X_0$ и $X_0O_0Y_0$ соответственно. Как видно из рис. 3.2, a величина частного передаточного отношения, связывающая, например, скорость \dot{q}_i с составляющей \dot{z} поступательного перемещения точки O_6 , равна сумме произведений проекций единичного вектора Z_{i-1} на оси Y_0 и X_0 на соответствующие разности координат точки O_6 и центра $(i-1)$ -й системы координат

$$J_{3i} = (y_6 - y_{i-1}) \cos(X_0, Z_{i-1}) - (x_6 - x_{i-1}) \cos(Y_0, Z_{i-1}).$$

Для передаточных отношений J_{1i} (для скорости \dot{x}) и J_{2i} (для скорости \dot{y}) получим аналогичные соотношения:

$$J_{1i} = (z_6 - z_{i-1}) \cos(Y_0, Z_{i-1}) - (y_6 - y_{i-1}) \cos(Z_0, Z_{i-1}),$$

$$J_{2i} = (x_6 - x_{i-1}) \cos(Z_0, Z_{i-1}) - (z_6 - z_{i-1}) \cos(X_0, Z_{i-1}).$$

Если точка с координатами x_6, y_6, z_6 взята на оси Z_{i-1} , то значение J_{ji} ($j = 1, 2, 3$) = 0, поскольку приведенные выражения имеют вид уравнений прямой (оси Z_{i-1}) в проекциях на координатные плоскости. Кроме того, один из элементов J_{ji} ($j = 1, 2, 3$) обращается в нуль, если ось Z_{i-1} параллельна одной из осей абсолютной системы координат.

С использованием элементов матриц M_{0i} выражения для J_{1i}, J_{2i} и J_{3i} будут иметь вид

$$J_{1i} = (m_{06}^{34} - m_{0,i-1}^{34})m_{0,i-1}^{23} - (m_{06}^{24} - m_{0,i-1}^{24})m_{0,i-1}^{33},$$

$$J_{2i} = (m_{06}^{14} - m_{0,i-1}^{14})m_{0,i-1}^{23} - (m_{06}^{34} - m_{0,i-1}^{34})m_{0,i-1}^{13}, \quad (3.7)$$

$$J_{3i} = (m_{06}^{24} - m_{0,i-1}^{24})m_{0,i-1}^{13} - (m_{06}^{14} - m_{0,i-1}^{14})m_{0,i-1}^{23}.$$

Остальные три составляющие J_{ji} ($j = 4, 5, 6$) при вращательной i -й кинематической паре всегда будут равны соответствующим направляющим косинусам, т.е.

$$J_{4,i} = m_{0,i-1}^{13}; \quad J_{5,i} = m_{0,i-1}^{23}; \quad J_{6,i} = m_{0,i-1}^{33}. \quad (3.8)$$

Таким образом, положение звена механической руки в зависимости от обобщенных координат можно определить с помощью матричных преобра-

зований по формуле (3.1), а его скорости либо по формуле (3.5) с учетом (3.6) или (3.7) и (3.8), либо по формулам (3.2) и (3.4). В обоих случаях получим уравнения для расчета скоростей звеньев, не прибегая к дифференцированию соотношения (3.1).

3.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИИ И УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ ЗВЕНЬЕВ РУКИ ЧЕРЕЗ УГЛЫ ЭЙЛЕРА

Для задания ориентации звена в рассмотренных выше случаях использовали матрицу направляющих косинусов подвижной системы координат в неподвижной или наоборот. Девять элементов этой матрицы не являются независимыми. В механике для ориентации твердого тела и исследования его движений традиционно используют углы Эйлера, представляющие собой три независимых параметра, например, углы прецессии $0 \leq \psi \leq 2\pi$, нутации $0 < \vartheta < \pi$ и чистого вращения $0 \leq \phi \leq 2\pi$.

Углы Эйлера ψ , ϑ и ϕ однозначно определяют ориентацию тела, за исключением случаев, когда $\vartheta = 0$ или $\vartheta = \pi$. Поэтому их можно применять для описания вращения лишь при указанных ограничениях [8].

Выражения для направляющих косинусов, полученные с использованием тригонометрических функций углов Эйлера имеют вид

	X_n	Y_n	Z_n
X_0	$c_\psi c_\varphi - s_\psi s_\varphi s_\vartheta$	$-s_\psi c_\varphi - c_\psi s_\varphi c_\vartheta$	$s_\vartheta s_\varphi$
Y_0	$c_\psi c_\varphi + s_\psi c_\varphi c_\vartheta$	$-s_\psi s_\varphi + c_\psi c_\varphi c_\vartheta$	$-s_\vartheta c_\varphi$
Z_0	$s_\psi s_\vartheta$	$c_\psi s_\vartheta$	c_ϑ

Здесь s_ψ , s_φ , s_ϑ – синусы соответствующих углов, а c_ψ , c_φ , c_ϑ – их косинусы.

С помощью этих формул всегда можно по полученным из матрицы M_{0n} направляющим косинусам вычислить углы Эйлера и наоборот. Что касается скоростей, то, зная текущие значения углов Эйлера и положение векторов мгновенных скоростей поворота $\dot{\psi}$, $\dot{\vartheta}$, $\dot{\phi}$, легко получить сумму проекций этих векторов на координатные оси. В результате выявляются соотношения, связывающие угловые скорости $\dot{\theta}_x$, $\dot{\theta}_y$, $\dot{\theta}_z$ вокруг неподвижных координатных осей и скорости изменения углов Эйлера:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_x &= \dot{\vartheta} \cos \psi + \dot{\phi} \sin \vartheta \cdot \sin \psi, \\ \dot{\theta}_y &= \dot{\vartheta} \sin \psi - \dot{\phi} \sin \vartheta \cdot \cos \psi, \\ \dot{\theta}_z &= \dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \vartheta. \end{aligned} \tag{3.9}$$

Разрешив эту систему относительно $\dot{\psi}$, $\dot{\vartheta}$ и $\dot{\phi}$, получим в принятой системе обозначений через элементы матрицы M_{0n} следующие выражения для вычисления эйлеровых скоростей через угловые скорости относительно координатных осей:

$$\begin{aligned}\dot{\psi} &= \dot{\theta}_z - \frac{m_{06}^{33}}{1 - (m_{06}^{33})^2} (\dot{\theta}_x m_{06}^{13} + \dot{\theta}_y m_{06}^{23}), \\ \dot{\theta} &= -\frac{1}{\sqrt{1 - (m_{06}^{33})^2}} (\dot{\theta}_x m_{06}^{23} - \dot{\theta}_y m_{06}^{13}), \\ \dot{\phi} &= \frac{1}{1 - (m_{06}^{33})^2} (\dot{\theta}_x m_{06}^{13} + \dot{\theta}_y m_{06}^{23}).\end{aligned}\quad (3.10)$$

В выражении для $\dot{\theta}$ знак у корня всегда берется положительным. Значение m_{06}^{33} не может быть равным 1, т.е. формулы (3.10) вырождаются, если $\theta = 0$ или $\theta = \pi$. Таким образом, от принятого ранее вектора

$$\mathbf{V} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y, \dot{\theta}_z]^T$$

с помощью соотношений (3.10) при необходимости можно перейти к вектору

$$\mathbf{V}_s = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}]^T. \quad (3.11)$$

Известно несколько систем задания углов Эйлера, каждая из которых удобна для описания технических систем различного технологического назначения, в частности гироскопов, корабельных и авиационных систем. Выше была описана система углов Эйлера, традиционно используемая для описания гироскопов. Ее применение для задания положения и скорости при программировании движений промышленных роботов не всегда удобно вследствие геометрических особенностей обслуживаемого оборудования и технологической оснастки. Ниже описаны системы координат, рекомендуемые для определения фактического положения и ориентации захвата по q , или для программного задания его положения в пространстве.

Положение захвата определим, задав три координаты его характерной точки, например центра губок захвата, равноудаленного от их плоскостей (рис. 3.2,б). С этой точкой совместим полюс неподвижной относительно захвата системы координат, ось Z_n которой, как определено выше (см. раздел 3.2), направим вдоль скелетной линии предыдущего звена, ось Y_n — перпендикулярна рабочим плоскостям губок захвата, а ось X_n определяется требованием правой системы. Ориентацию введенной системы в абсолютной системе координат будем задавать тремя углами Эйлера: α_{np} — углом наведения (угол между проекцией единичного вектора z_n на плоскость X_0Y_0 абсолютной системы координат и осью X_0); β_{np} — углом подхода (угол между осью Z_n и плоскостью X_0Y_0); углом γ_{np} (угол чистого вращения вокруг оси Z_n). С традиционно используемыми углами ψ , θ и ϕ углы, введенные для захвата робота, связаны соотношениями

$$\psi = \alpha_{np} - \pi/2; \quad \theta = -\beta_{np} - \pi/2; \quad \phi = \gamma_{np}. \quad (3.12)$$

Углы α_{np} и γ_{np} могут изменяться в пределах от 0 до 2π ; угол β_{np} — в пределах $\pm\pi/2$. Угол γ_{np} отсчитывается до оси X_n от линии, проведенной в плоскости X_nY_n через полюс системы $X_nY_nZ_n$ параллельно горизонтальной

плоскости X_0Y_0 . При $\alpha_{np} = \beta_{np} = \gamma_{np} = 0$ ось Z_n параллельна и совпадает по направлению с осью X_0 , а ось Y_n направлена вертикально вниз. Отметим, что ось первого шарнира, как правило, вертикальна, и система $X_0Y_0Z_0$ совпадает с неподвижной системой, расположенной на оси первой кинематической пары. Несовпадение одноименных осей 0-й и n -й систем координат при нулевых значениях α_{np} , β_{np} , γ_{np} обусловлено принятыми правилами их назначения для звеньев робота (см. раздел 3.2).

Введенная система углов α_{np} , β_{np} , γ_{np} позволяет легко определить программное задание для робота при работе с объектами, установленными на горизонтальных или вертикальных поверхностях технологической оснастки или оборудования. Зная углы α_{np} , β_{np} , γ_{np} , требуемую матрицу M_{np} программного задания можно получить в следующем виде:

$$M_{np} = \begin{bmatrix} c_\gamma s_\alpha - s_\gamma c_\alpha s_\beta & -s_\gamma s_\alpha - c_\gamma c_\alpha s_\beta & c_\beta c_\alpha & x_{np} \\ -c_\gamma c_\alpha - s_\gamma s_\alpha s_\beta & s_\gamma c_\alpha - c_\gamma s_\alpha s_\beta & c_\beta s_\alpha & y_{np} \\ -s_\gamma c_\beta & -c_\gamma c_\beta & -s_\beta & z_{np} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Здесь символами c и s обозначены \cos и \sin от аргументов α_{np} , β_{np} , γ_{np} , указанных в индексе. Скорости $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, $\dot{\gamma}$ изменения углов можно вычислить по формулам (3.10) с учетом следующих соотношений:

$$\dot{\alpha}_{np} = \dot{\psi}; \quad \dot{\beta}_{np} = -\dot{\theta}; \quad \dot{\gamma}_{np} = \dot{\phi}.$$

3.5. ЧИСЛО СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ ЗАХВАТА, ЕГО СВЯЗЬ С ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ ПОДВИЖНОСТИ МЕХАНИЗМА. ПОНЯТИЕ ОБ ИНДИКАТОРНОЙ МАТРИЦЕ

Под числом N степеней свободы звена робота, в том числе и захвата, при движении относительно неподвижного основания будем понимать число возможных независимых простейших движений. Эти движения – суть три поступательных движения вдоль трех взаимно перпендикулярных осей и три вращательных движения вокруг них. Эти движения рассматриваются лишь как возможные для данного момента времени или конкретного положения, поэтому число независимых элементов вектора V мгновенных скоростей звена равно числу степеней свободы звена при движении относительно основания.

Следует отметить, что число n степеней подвижности скелета руки может быть не равно числу N степеней свободы захвата при движении относительно основания. Например, если структура скелета содержит n кинематических пар с параллельными осями, то такой механизм имеет n степеней подвижности, а его исполнительный элемент-захват всегда перемещается в плоскости и имеет не более трех степеней свободы ($n \leq 3$). В общем случае при любом числе степеней подвижности руки и произвольном

расположении осей кинематических пар число степеней свободы захвата $N \leq 6$.

Как следует из определения, число n степеней подвижности скелета руки не зависит от ее конфигурации в каждый момент, в то время, как число N степеней свободы захвата может целочисленно изменяться в различных конфигурациях одной и той же руки. Вместе с тем между этими двумя важными характеристиками структуры руки существует тесная взаимосвязь: число $N \leq 6$ и не может быть больше числа n .

С целью создания наиболее простых конструкций при синтезе структуры руки всегда стремятся обеспечить требуемое число степеней свободы захвата за счет равного числа степеней подвижности скелета руки. Задачи синтеза структуры руки и исследования особенностей ее пространства конфигураций требуют создания достаточно простого и эффективного метода определения числа степеней свободы захвата.

Формально текущее значение N можно получить при исследовании матрицы \mathbf{J} частных передаточных отношений [5, 11]

$$N = \text{rank } \mathbf{J}.$$

Нас будут интересовать максимальное значение (N_{\max}) числа степеней свободы исполнительного органа (как одна из важных характеристик структуры руки) в области возможных конфигураций руки, а также положения и семейства положений последней, в которых вследствие кинематических особенностей структуры значение N уменьшается на 1, 2, ... В этих положениях не может быть задано (и отработано) произвольное движение рабочего органа, а также не все компоненты внешней нагрузки воспринимаются приводами. Поэтому положения или конфигурации скелета руки, в которых мгновенные значения $N < N_{\max}$, принято называть особыми [2, 6].

Матрицу \mathbf{J} можно получить для любой конфигурации руки (для любой точки рабочего пространства робота). Если определитель матрицы не равен нулю, то в рассматриваемой точке рабочего пространства существуют все шесть возможных перемещений захвата, т.е. $N_{\max} = 6$. Если же определитель матрицы \mathbf{J} равен нулю, то какие-либо степени свободы захвата из шести теряются или перестают быть независимыми. Определитель обращается в нуль вследствие того, что одна из строк (или столбцов) матрицы будет состоять из нулей или одна из строк (или столбцов) получается путем элементарных преобразований из другой строки (или столбца). Обращение определителя матрицы \mathbf{J} в нуль является признаком наличия особой конфигурации механизма. Например, если в каком-либо положении руки оси двух ее кинематических пар совпадают, то матрица \mathbf{J} будет содержать два одинаковых столбца, ее определитель станет равным нулю, и такое положение механизма будет особым.

Трудности анализа структуры механизмов рук с помощью матрицы Якоби и вычисление определителя этой матрицы обусловлены сложностью и громоздкостью выражений ее элементов, получаемых либо дифференцированием матричного соотношения (3.1), либо с помощью уравнений (3.6)–(3.8). Однако существует оригинальный методический прием, позволяющий выполнить структурный анализ руки робота, используя лишь информацию о нулевых или ненулевых элементах матрицы Якоби, и заклю-

чение о равенстве нулю определителя матрицы делать без вычисления ее элементов, а только на основании расположения нулевых компонентов. Этот прием базируется на том факте, что ранг матрицы \mathbf{J} не зависит от положения и ориентации подвижной системы координат, связанной с захватом, в то время как значения компонентов матрицы существенно от них зависят [17]. Это позволяет за счет рационального выбора положения и ориентации подвижной системы координат обратить многие из компонентов матрицы \mathbf{J} в нуль и достаточно просто и наглядно выполнить структурный анализ скелета руки.

Движение захвата будем представлять абсолютными векторами поступательного движения полюса (точки приведения) и вращения вокруг него. Матрицу \mathbf{J} получим как проекции этих векторов на оси некоторой назначаемой подвижной системы координат с центром в точке приведения. Эту систему координат в дальнейшем будем называть индикаторной [6]. Ее положение полностью определено обобщенными координатами механизма руки. Правила выбора индикаторной системы координат приведены ниже. Матрицу \mathbf{J} относительно индикаторной системы координат будем выписывать с точностью до нулевых или ненулевых (обозначенных знаком $*$) элементов. Такую "бинаризованную" матрицу Якоби будем называть индикаторной.

Из алгоритма определения элементов матрицы \mathbf{J}_k и соотношений (3.7) видно, что скорости \mathbf{V} существенно зависят от координат точки приведения, т.е. от элементов $m_{06}^{k,4}$, $k = 1, 2, 3$. Ранг матрицы \mathbf{J} не зависит от положения точки приведения, поэтому точку приведения будем выбирать в точке пересечения наибольшего числа осей кинематических пар (рис. 3.3,а). При этом получим максимальное число нулевых элементов в первых трех строках матрицы \mathbf{J} , так как в выражениях (3.7) элементы $(m_{06}^{k,4} - m_{0,j-1}^{k,4})$, $k=1, 2, 3$, обратятся в нуль. В результате от любой j -й оси, проходящей через точку приведения, в матрице \mathbf{J} получим столбец $\mathbf{J}_j = [0\ 0\ 0^{***}]^T$.

Воспользовавшись условием, что направления осей индикаторной системы координат также не влияют на ранг матрицы \mathbf{J} , для упрощения выражений (3.6), (3.7) и (3.8) выберем ее ориентацию такой, чтобы элементы $m_{0,j-1}^{k,3}$ ($k=1, 2, 3$) обратились в нуль. Для этого при наличии нескольких параллельных осей пар в структуре (рис. 3.3,б) одну из осей индикаторной системы координат направим параллельно осям этих пар. Тогда по два направляющих косинуса каждой из этих осей станут равными нулю, а в j -м столбце матрицы \mathbf{J} появятся три нулевых элемента, т.е. $\mathbf{J}_j = [*0*0*0]^T$.

Если оси нескольких кинематических пар лежат в одной плоскости (рис. 3.3,в), точку приведения целесообразно брать в этой плоскости, а ориентацию осей индикаторной системы координат выбрать такой, чтобы одна из координатных осей была перпендикулярна этой плоскости. Тогда каждая из осей вращательных кинематических пар, лежащая в этой плоскости, определит в матрице \mathbf{J} столбец вида $\mathbf{J}_j = [*0\ 0\ 0^{**}]^T$.

Таким образом, за счет удачного выбора точки приведения и ориентации осей индикаторной системы координат можно получить максимальное число нулевых элементов в индикаторной матрице \mathbf{J} . Если при этом одна из

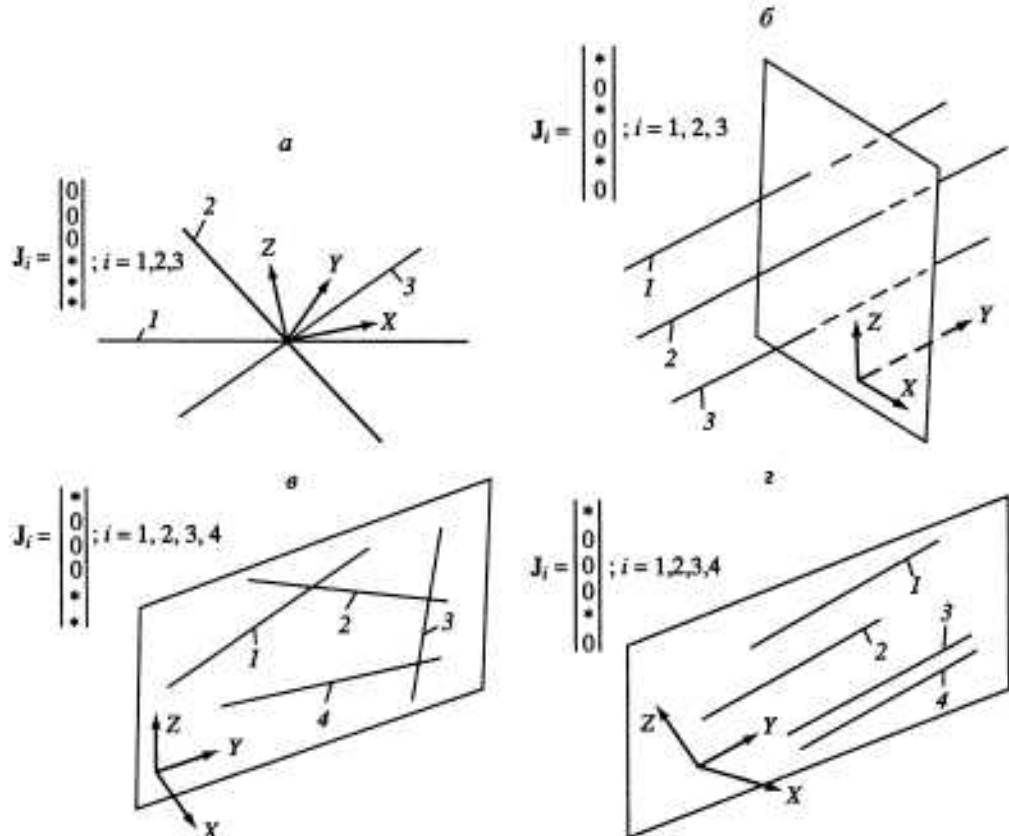


Рис. 3.3. Варианты расположения осей вращательных пар робота в пространстве и соответствующие им столбцы индикаторных матриц






строк матрицы \mathbf{J} полностью состоит из нулевых элементов, а следовательно, матрица \mathbf{J} вырождена, то механизм находится в особом положении. Признаком вырожденности матрицы является также наличие в ней блока размером $[3 \times 4]$, состоящего из нулевых элементов. Элементарными преобразованиями [9] можно привести матрицу с нулевым блоком $[3 \times 4]$ к матрице с нулевым блоком $[2 \times 5]$, и далее к матрице с нулевым блоком $[1 \times 6]$, т.е. получить полную строку с нулевыми элементами.

3.6. УМЕНЬШЕНИЕ ЧИСЛА СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ ЗАХВАТА. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПРИЗНАКИ НАЛИЧИЯ ОСОБЫХ КОНФИГУРАЦИЙ СКЕЛЕТА РУКИ


Приведенные выше правила получения индикаторной матрицы \mathbf{J} с максимальным числом нулевых элементов и условия ее вырождения позволяют сформировать набор кинематических признаков уменьшения числа степеней свободы захвата N в движении относительно стойки для механизмов рук с $n = 6$ (табл. 3.3).

Таблица 3.3

Набор кинематических признаков уменьшения числа степеней свободы захвата в движении относительно стойки для механизмов рук с $n = 6$ и $K = 2, 3, 4$

№	Кинематическая особенность структуры или конфигурации	$K = 2$	$K = 3$	$K = 4$
1	Совпадение K осей пар	$\frac{x = -1}{\text{II}}$ +	$\frac{x = -2}{\text{I}}$ +	$\frac{x = -3}{\text{III}}$ +
2	Пересечение K осей пар в одной точке	-	$\frac{x = -1}{\text{I}}$ - 	$\frac{x = -1}{\text{III}}$ +
3	Параллельность K осей пар	-	$\frac{x = -1}{\text{IV}}$ -  $\frac{x = -1}{\text{V}}$	$\frac{x = -1}{\text{VI}}$ +
4	Принадлежность плоскости K осей пар		$\frac{x = -1}{\text{VII}}$ - 	$\frac{x = -1}{\text{VIII}}$ +
5	Принадлежность плоскости K параллельных осей пар		$\frac{x = -1}{\text{IX}}$ +	$\frac{x = -2}{\text{IX}}$ +

В зависимости от того, сколько кинематических пар образуют каждую из особенностей, перечисленных в таблице, можно сделать вывод об уменьшении числа степеней свободы захвата. Ситуации, в которых теряется степень свободы захвата, т.е. $N < n$, отмечены знаком плюс, число теряемых при этом свобод обозначено буквой x , а ситуации, когда $N = n$, отмечены знаком минус. Случаи совпадения двух осей пар с плоскостью полностью дублируются случаями пересечения и параллельности двух осей. Поэтому соответствующие им клетки табл. 3.3 не рассматриваются и перечеркнуты.

Рассмотрены также сочетания кинематических особенностей, каждая из которых в отдельности не приводит к потере степени свободы. При этом учитывалось, что оси пар, определяющих любые две особенности, не должны иметь общей кинематической пары, т.е. одна кинематическая пара не может участвовать в формировании двух особенностей. Установлено, что двукратное повторение кинематических особенностей № 2, 3 и 4 при $K = 3$ приводит к потере одной степени свободы. Это отмечено в соответствующих клетках таблицы знаком . Теряется также одна степень

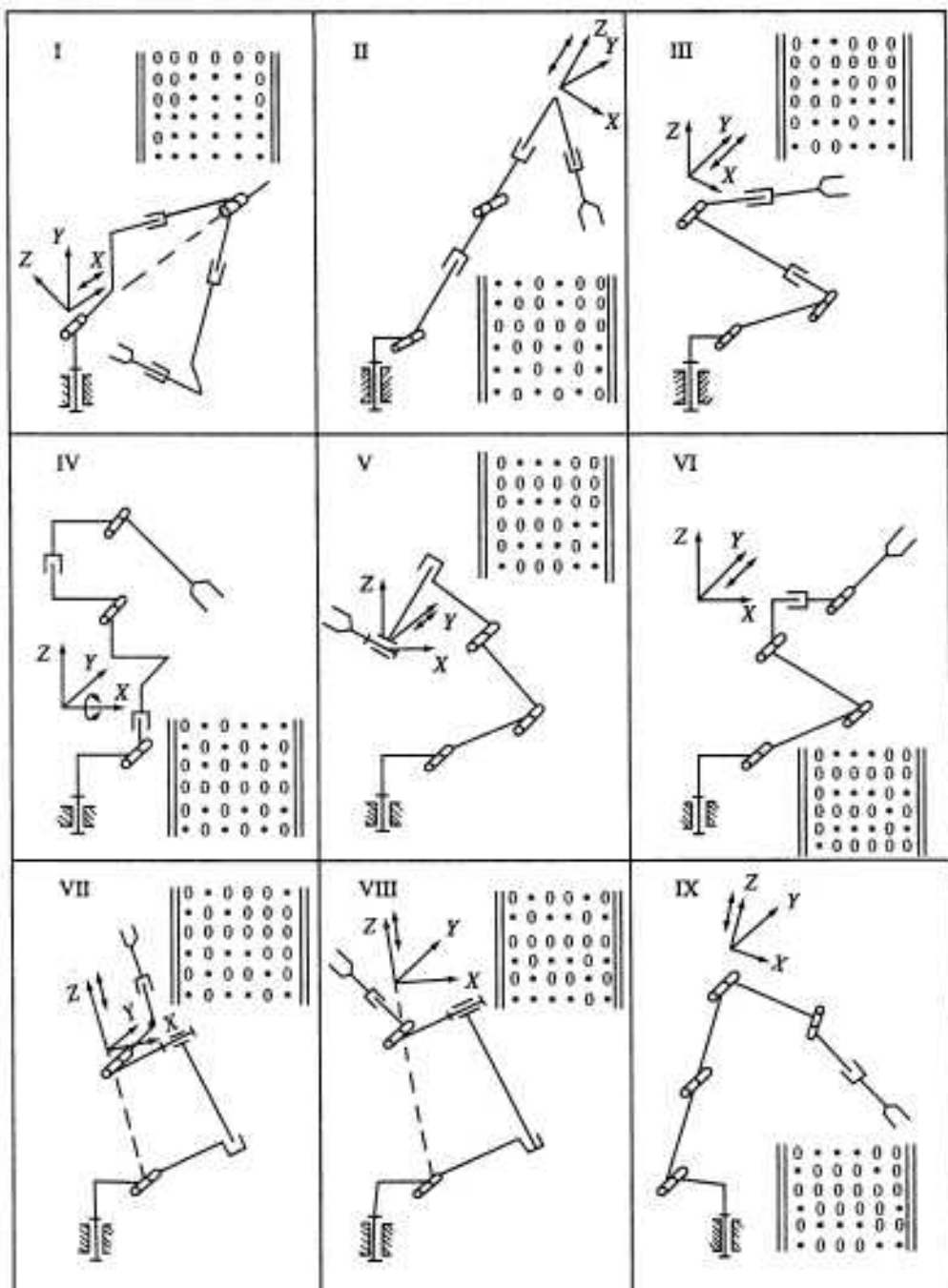


Рис. 3.4. Примеры структур, вырожденных вследствие особой конфигурации механизма

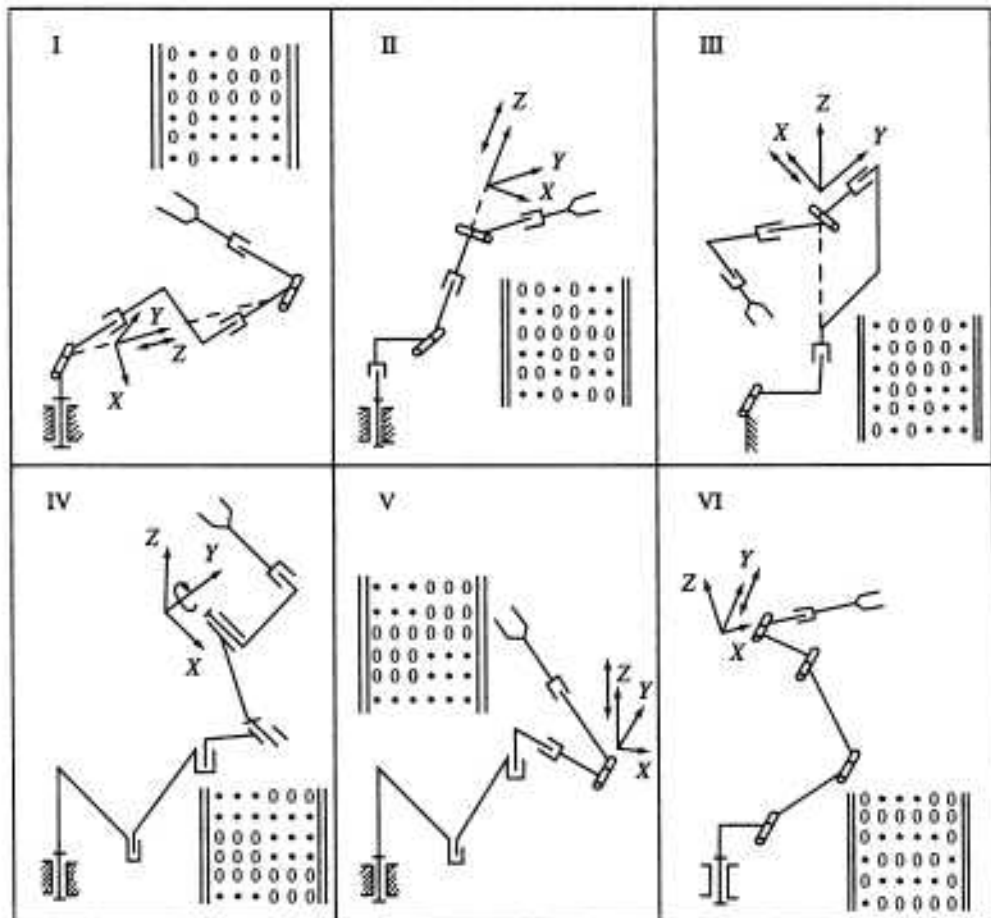


Рис. 3.5. Примеры антропоморфных вырожденных структур с $n = 6$ и $N = 5$

свободы при сочетании особенностей № 2 и 3 при трех осях пар, образующих каждую из них (отмечено стрелкой \Downarrow).

Различные варианты потери одной степени свободы исполнительного органа в структурах с $n = 6$ обозначены римскими цифрами. Соответствующие этим вариантам примеры особых конфигураций в структурах с $N_{\max} = 6$ приведены на рис. 3.4. Индикаторные системы координат построены в точках приведения. На них стрелками указаны движения исполнительного органа, которые невозможно осуществить вследствие особенностей конфигурации. Случай же, когда в механизмах с $n = 6$ условие $\alpha \leq -1$ удовлетворяется при всех положениях и обусловлено указанными кинематическими особенностями, присущими структуре скелета руки, представлены на рис. 3.5.

Наличие поступательных пар в кинематических структурах добавляет к условиям вырождения, приведенным в табл. 3.3 и касающихся взаимного расположения осей вращательных пар, некоторые дополнительные условия. Очевидно, что при наличии четырех поступательных пар всегда будем

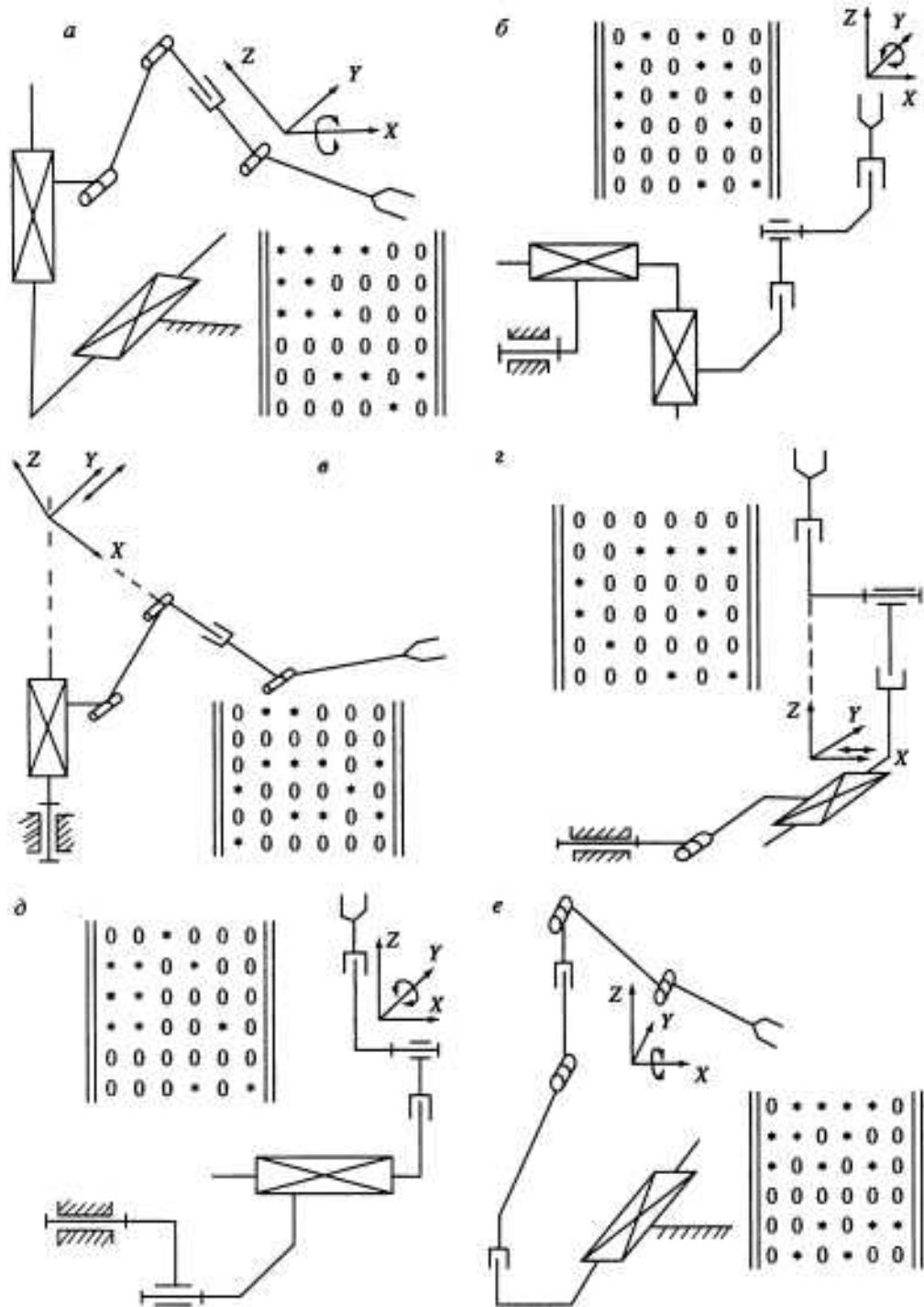


Рис. 3.6. Структуры роботов с поступательными парами, вырожденные вследствие особой конфигурации

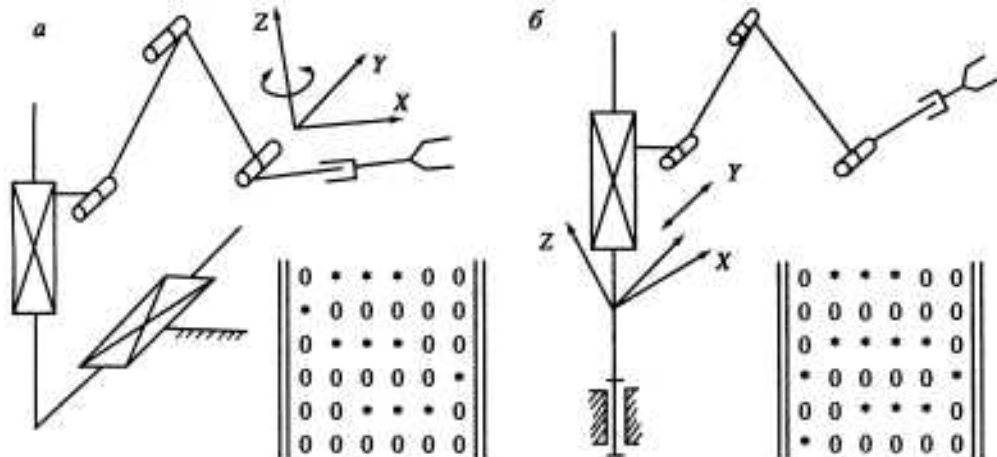


Рис. 3.7. Структуры роботов с поступательными парами, имеющие $n = 6$ и $N = 5$

иметь $\alpha = -1$. При меньшем числе поступательных пар анализ индикаторной матрицы J приводит к следующим условиям потери степени свободы захвата.

1. При трех поступательных парах:
 - а) параллельность двух поступательных пар;
 - б) параллельность осей двух вращательных пар;
 - в) параллельность осей трех вращательных пар одной плоскости.
2. При двух поступательных парах:
 - а) условие – см. пункт 1, а);
 - б) параллельность трех вращательных пар друг другу;
 - в) параллельность четырех вращательных пар одной плоскости.
3. При одной поступательной паре:
 - а) параллельность трех вращательных пар друг другу и перпендикулярность им поступательной пары;
 - б) расположение осей трех вращательных пар в одной плоскости, перпендикулярность поступательной пары к этой плоскости;
 - в) параллельность осей трех вращательных пар между собой и параллельность осей двух оставшихся вращательных пар;
 - г) параллельность осей пяти вращательных пар одной плоскости.

Примеры структур с $N_{\max} = 6$ с поступательными парами, иллюстрирующие особые конфигурации ($N = 5$) по условиям, перечисленным в пунктах 2б; 2в; 3а; 3б; 3в; 3г, приведены на рис. 3.6. Структуры с шестью степенями подвижности, но с $N_{\max} = 5$ вследствие постоянного (независимо от конфигурации) соблюдения условий 2б, 3а, 3в, представлены на рис. 3.7.

Отметим, что структуры с вращательными и поступательными парами, с $N_{\max} = 6$ не могут иметь положений, в которых $N < 3$. Каждая конкретная структура имеет свое минимальное значение N_{\min} . Так, структура, состоящая из трех поступательных пар и трех вращательных пар с пересекающимися осями может в зависимости от положения потерять не более одной степени свободы захвата. Для структуры, показанной на рис. 3.8,а, значение N_{\max} равно 6; в положении, изображенном на рис. 3.8,б, теряется одна степень

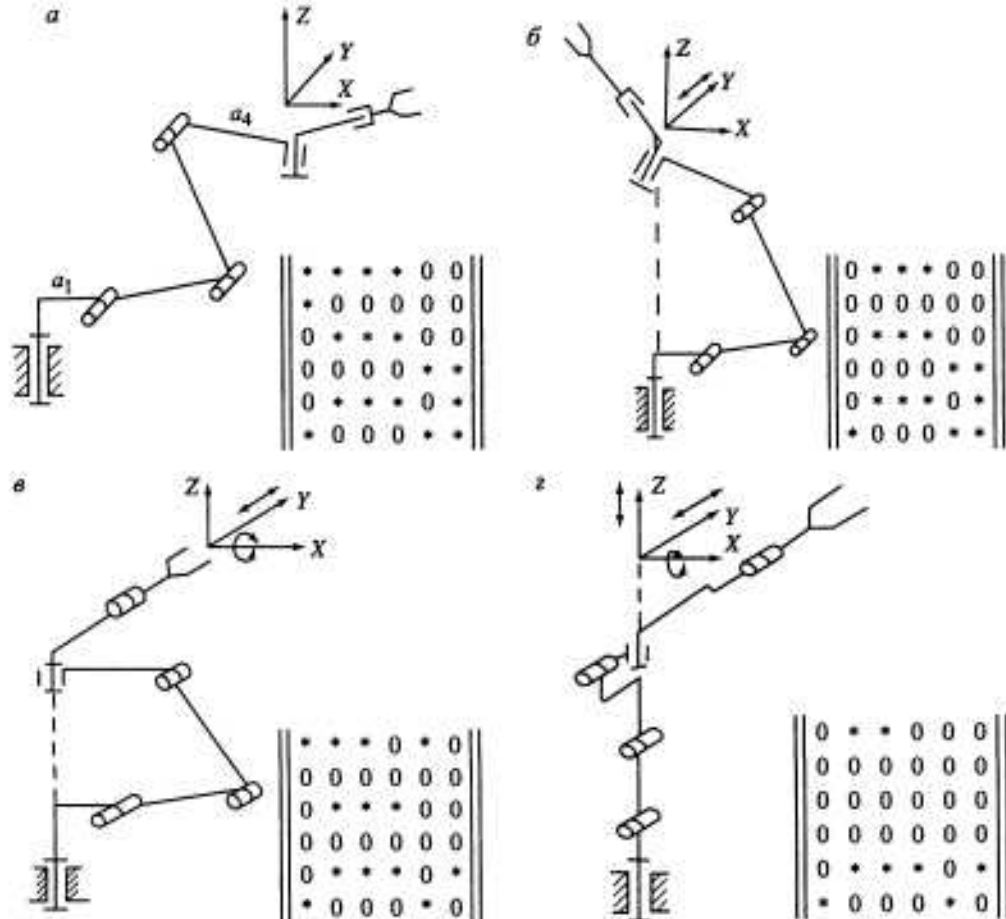


Рис. 3.8. Конфигурации руки антропоморфного робота, в которых теряется различное число степеней свободы захвата

свободы вследствие выполнения условия V (см. табл. 3.3); в положении, представленном на рис. 3.8,в, теряются две степени свободы из-за одновременного соблюдения условий II–IV на разных группах кинематических пар.

Анализ показал, что для структуры, приведенной на рис. 3.8,а, $N_{\min} = 4$. Изменение рассматриваемой структуры путем устранения эксцентриситетов a_1 и a_4 приводит к уменьшению N_{\min} . Конфигурация, в которой $N_{\min} = 3$ представлена на рис. 3.8, г. Этот случай соответствует расположению всех шести осей пар в одной плоскости, что дает $\alpha = -3$ (см. табл. 3.3).

При выборе структуры скелета механической руки с шестью кинематическими парами важно обеспечить $N_{\max} = 6$. В общем случае определение N_{\max} связано с определением N во всевозможных положениях в рабочем объеме путем вычисления матрицы J. Для уменьшения числа перебираемых вариантов целесообразно воспользоваться данными табл. 3.3 и ограниченным числом значений обобщенных координат q_i , выбирая их равными 0, $\pi/2$, π . В каждой такой конфигурации следует проверить, соблюдаются ли условия потери степени свободы захвата, указанные в таблице.

Ранг матрицы \mathbf{J} следует вычислять только для тех конфигураций, в которых не выполняется ни одно из условий таблицы. Если хотя бы для одной конфигурации $N = 6$, то выбранная схема структурно обеспечивает требуемое число степеней свободы захвата. Выбранные значения обобщенных координат $q_i = 0; \pi/2$ или π позволяют достаточно просто получать матрицу \mathbf{J} и исследовать ее ранг.

Рассмотрим для примера структуру, показанную на рис. 3.9,а. Очевидно, в представленной конфигурации $N = 5$. Необходимо определить значение N_{\max} , т.е. найти хотя бы одну конфигурацию, в которой $N = N_{\max} = 6$. Отметим, что конфигурация на рис. 3.9,а имеет $\kappa = -1$, например, вследствие выполнения условия № 5 при $K = 3$ (см. табл. 3.3). Нарушить его можно за счет поворота на $\pi/2$ в третьем шарнире (рис. 3.9,б). При этом в новой конфигурации ни одно из условий потери степени свободы, указанных в табл. 3.3, не выполняется. Следовательно, эту конфигурацию целесообразно исследовать на подвижность путем определения ранга матрицы \mathbf{J} . При выборе углов $q_i = 0; \pm\pi/2$ или π оси шарниров всегда будут параллельны (или перпендикулярны) осям индикаторной системы координат. В качестве точки приведения выберем точку пересечения максимального числа осей пар – это точка пересечения осей третьего, четвертого и шестого шарниров. При таких условиях легко найти частные передаточные отношения

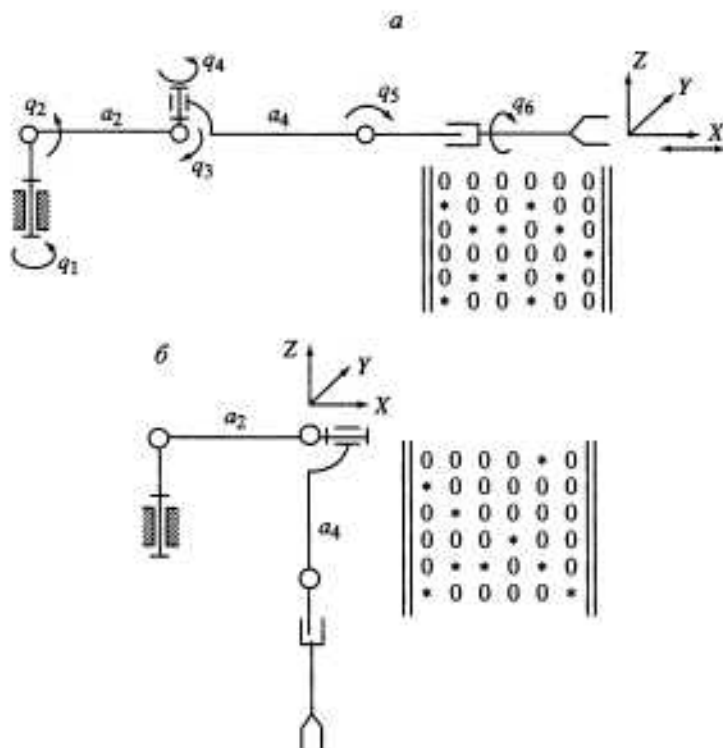


Рис. 3.9. Схема, иллюстрирующая решение задачи о максимальном числе степеней свободы захвата

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_4 & 0 \\ a_2 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Нетрудно убедиться, что определитель $\det J = -a_2^2 a_4 \neq 0$, следовательно $N_{\max} = 6$.

Убедившись, что рассматриваемый вариант структуры обеспечивает 6 степеней свободы захвата, проводят поиск всех особых положений механизма, у которых $N < N_{\max}$. Исходя из декартовых координат захвата в этих особых конфигурациях определяют возможные места установки оснастки и обслуживания оборудования. Отметим, что в рабочем пространстве робота существуют зоны с повышенной "плотностью" особых конфигураций. Чаще всего такие зоны располагаются у границы рабочего пространства и вдоль оси первой (вращательной) кинематической пары (см. конфигурации III и V на рис. 3.4). Рекомендуется установить робот по отношению к обслуживаемому технологическому оборудованию так, чтобы зоны с повышенной плотностью особых конфигураций были максимально удалены от технологических позиций.

3.7. ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧИ О ПОЛОЖЕНИЯХ РУКИ РОБОТА С $N = n = 6$

Геометрические характеристики окружающей среды – очертания объектов манипулирования, технологическое оборудование, всевозможные препятствия – представляются обычно в трехмерном декартовом пространстве. Технологическое задание для робота, т.е. программа его движений, определяющая положение и скорости захвата как функции времени, также описываются в трехмерном декартовом пространстве. В то же время, как было показано выше, представление механической руки робота как разомкнутой кинематической цепи с n степенями подвижности делают удобным и лаконичным описание ее состояния n -мерной системой обобщенных координат q . Именно то обстоятельство, что конфигурация руки робота определяется углами $q_i (i = \overline{1, n})$ поворота его звеньев, а исходная программа движений робота представляется последовательными положениями его захвата в декартовом пространстве, ставит одну из важных задач робототехники: по известным обобщенным координатам определять декартовы координаты звеньев и, наоборот: по известным декартовым координатам находить обобщенные координаты. Эти задачи известны под названием соответственно прямой и обратной задачи о положениях.

Решение прямой задачи для структуры в виде разомкнутой последовательной цепи звеньев не вызывает затруднений. Оно дается формулой (3.1), где матрицы $M_{i-1,i}$ определены параметрами звеньев и приведены для

всевозможных структур пар соседних звеньев в табл. 3.1 и 3.2. Отметим, что решение прямой задачи для традиционных схем роботов однозначно. Любой набор обобщенных координат q_i при произвольном n дает одну конфигурацию скелета и единственное положение захвата в декартовом пространстве.

Обратная задача таким свойством не обладает, так как при вращательных кинематических парах искомые обобщенные координаты в матрицах таблиц 3.1 и 3.2 являются аргументами тригонометрических функций. Поэтому одному и тому же положению и ориентации захвата может соответствовать несколько наборов решений. Отметим, что при "полном" программном задании, когда определены положение и ориентация захвата, и $n > 6$, возникает континуум решения. Если число условий в задании меньше числа степеней подвижности, то возникает так называемая "избыточность" системы. Ниже мы рассмотрим наиболее часто встречающийся в практике случай, когда избыточность отсутствует, т.е. будем искать корни q_i системы

$$M_{0,n} = M_{0,1} M_{1,2} \dots M_{n-1,n} = M_{np}, \quad (3.14)$$

когда $n = 6$ и определены все компоненты матрицы M_{np} программного задания, например в виде (3.13).

Выражение (3.14) дает право приравнять одноименные элементы $m_{0,n}^{jk} = m_{np}^{jk}$ ($j = 1, 2, 3; k = 1, \dots, 4$) матриц $M_{0,n}$ и M_{np} и получить 12 уравнений относительно шести неизвестных q_i . Среди полученных уравнений только шесть независимых: три определяются элементами правых столбцов обеих матриц, а оставшиеся три независимых уравнения можно получить из девяти равенств направляющих косинусов с учетом следующих шести уравнений связи:

$$\begin{aligned} (m_{0,n}^{11})^2 + (m_{0,n}^{21})^2 + (m_{0,n}^{31})^2 &= 1, \\ (m_{0,n}^{12})^2 + (m_{0,n}^{22})^2 + (m_{0,n}^{32})^2 &= 1, \\ (m_{0,n}^{13})^2 + (m_{0,n}^{23})^2 + (m_{0,n}^{33})^2 &= 1, \\ m_{0,n}^{11} m_{0,n}^{12} + m_{0,n}^{21} m_{0,n}^{22} + m_{0,n}^{31} m_{0,n}^{32} &= 0, \\ m_{0,n}^{11} m_{0,n}^{13} + m_{0,n}^{21} m_{0,n}^{23} + m_{0,n}^{31} m_{0,n}^{33} &= 0, \\ m_{0,n}^{12} m_{0,n}^{13} + m_{0,n}^{22} m_{0,n}^{23} + m_{0,n}^{32} m_{0,n}^{33} &= 0. \end{aligned}$$

Таким образом, в общем случае для решения обратной задачи необходимо искать корни системы из двенадцати трансцендентных уравнений с шестью уравнениями связи. Такая задача может решаться на современной вычислительной технике итерационными способами, но даже и при высоком быстродействии требуются значительные затраты машинного времени. Элементы M_{np} изменяются во времени, а следовательно, необходимо получать решения с высокой частотой, поэтому такой подход не может быть использован для быстродействующих промышленных роботов.

Обычно решению обратной задачи предшествует некоторый анализ получаемых уравнений. На первом его этапе из 12 полученных уравнений выделяют 6 независимых. Как правило, этот этап выполняется путем

исследования особенностей структуры скелета руки, успех в значительной степени зависит от опыта и изобретательности разработчика [10, 21, 22, 25]. Регулярный подход к выделению независимых уравнений предложен в работе [16] и развит в [14]. Он основан на условном разбиении структуры механизма и выделении уравнений связи, обеспечивающих "связку" его отдельных частей.

На втором этапе обычно подыскивают методы и средства, ускоряющие решение шести полученных уравнений. Иногда при удачном разбиении механизма удается разделить исходную систему уравнений на несколько подсистем, каждая из которых в определенной последовательности решается численными итерационными методами или с использованием аналоговых вычислительных устройств [25].

Для устранения итерационных процедур и наилучшего решения проблемы реального времени идеальным было бы использование математических соотношений в явном виде для вычисления искомым обобщенных координат. В связи с этим особое значение приобретает выделение класса структур механических рук с $n = 6$, для которых выражение для каждой обобщенной координаты может быть получено как функция от параметров α_i, a_i, l_i звеньев и программных значений $x_{np}, y_{np}, z_{np}, \alpha_{np}, \beta_{np}, \gamma_{np}$ координат захвата. Для некоторых частных структур с $n = 6$ такие решения найдены [10, 19, 22]. В работе [26] показано, что для структур с шестью вращательными парами обратная задача сводится к решению алгебраических уравнений не выше четвертого порядка, если в структуре присутствуют три пары, оси которых пересекаются в одной точке. Ниже доказано [7], что существует достаточно широкий класс структур с $n = 6$, для которых обратная задача решается в явном виде, т.е. сводится к решению уравнений не выше второго порядка. Кроме признака, указанного в работе [26], этому требованию удовлетворяют структуры, содержащие три пары с параллельными осями, снижение порядка уравнений до второго достигается при наличии среди оставшихся еще двух пар с пересекающимися или параллельными осями. Именно таким структурам следует отдавать предпочтение при синтезе кинематических схем рук различного технологического назначения, поскольку они обеспечивают управление в реальном масштабе времени.

3.8. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПРИЗНАКИ СУЩЕСТВОВАНИЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ О ПОЛОЖЕНИЯХ В ЯВНОМ ВИДЕ

В качестве кинематических особенностей структуры руки с $n = 6$, не приводящих к потере степени свободы захвата, можно рассматривать пересечение двух или трех осей вращательных пар или их параллельность. Обозначим признак пересечения двух или трех осей в одной точке символами 2^+ или 3^+ , а параллельность — 2^- или 3^- . Покажем, что достаточным условием существования решения обратной задачи в явном виде является наличие в структуре руки сочетания признаков 3^- или 3^+ и 2^- или 2^+ .

Так как в каждой из таких структур существует кинематическая пара, не входящая ни в одну из указанных групп, то общее число различающихся

вариантов структур равно четверенному числу перестановок из трех элементов, т.е. 24.

Варианты структур будем обозначать последовательностью групп, начиная от основания. Например, обозначение $3^+ - 1 - 2^-$ указывает, что первой от основания является группа из трех кинематических пар, оси которых пересекаются в одной точке, затем следует индивидуальная пара, и далее группа из двух пар, оси которых параллельны. Отметим, что симметричные варианты структур, например $3^+ - 1 - 2^-$ и $2^- - 1 - 3^+$, отличающиеся перестановкой крайних групп элементов, будут иметь взаимообратные матрицы M_{06} . Очевидно, что если для одной из этих структур обратная задача решается в явном виде, то то же самое справедливо и для симметричной ей структуры. Структуры скелетов рук, содержащие соответственно 3^+ и 3^- , приведены на рис. 3.10 и 3.11. Для каждой структуры указаны индикаторная система координат и индикаторная матрица J . С учетом указанной выше симметрии представленные структуры охватывают все возможные варианты, содержащие 3^+ или 3^- и 2^+ или 2^- .

Исследование выделенного класса проведем на основе анализа индикаторной матрицы J , определяющей наличие зависимостей между обобщенными скоростями $\dot{q} = [\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_6]^T$ механизма и проекциями скоростей $V = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y, \dot{\theta}_z]^T$ системы координат, связанной с захватом и совпадающей в текущий момент времени с индикаторной системой, на ее собственные оси.

В индикаторной матрице проявляются все кинематические особенности рассматриваемого механизма. Как показано ниже, по расположению нулевых и ненулевых элементов матрицы можно наметить алгоритм решения обратной задачи, а также определить вид самых простых независимых уравнений системы, которые можно получить преобразованиями соотношений из системы (3.14).

Правила выбора индикаторной системы координат (см. раздел 3.5) обусловлены требованием обеспечения максимального числа нулевых элементов в матрице J . В разделе 3.6 при анализе особых конфигураций мы использовали только одно свойство индикаторной матрицы, а именно наличие нулевого столбца при потере степени свободы захвата. Здесь же, для доказательства существования решения обратной задачи о положениях, потребуется еще ряд свойств индикаторной матрицы.

1. Первое свойство состоит в том, что, поскольку функция положения системы является интегралом от функций ее скоростей, то по виду индикаторной матрицы можно сделать заключение о структуре некоторых уравнений системы (3.14), используемых для решения обратной задачи. Рассмотрим это важное свойство на конкретном примере.

В отличие от традиционного в теории машин и механизмов подхода [12, 13, 24], в соответствии с которым вводимая система координат жестко связывается с одним из звеньев механизма, индикаторная система координат может быть не связана ни с одним из звеньев реального механизма. Однако его можно достроить, получив при этом модифицированный механизм с тем же n , одно из звеньев которого будет жестко связано с индикаторной системой координат.

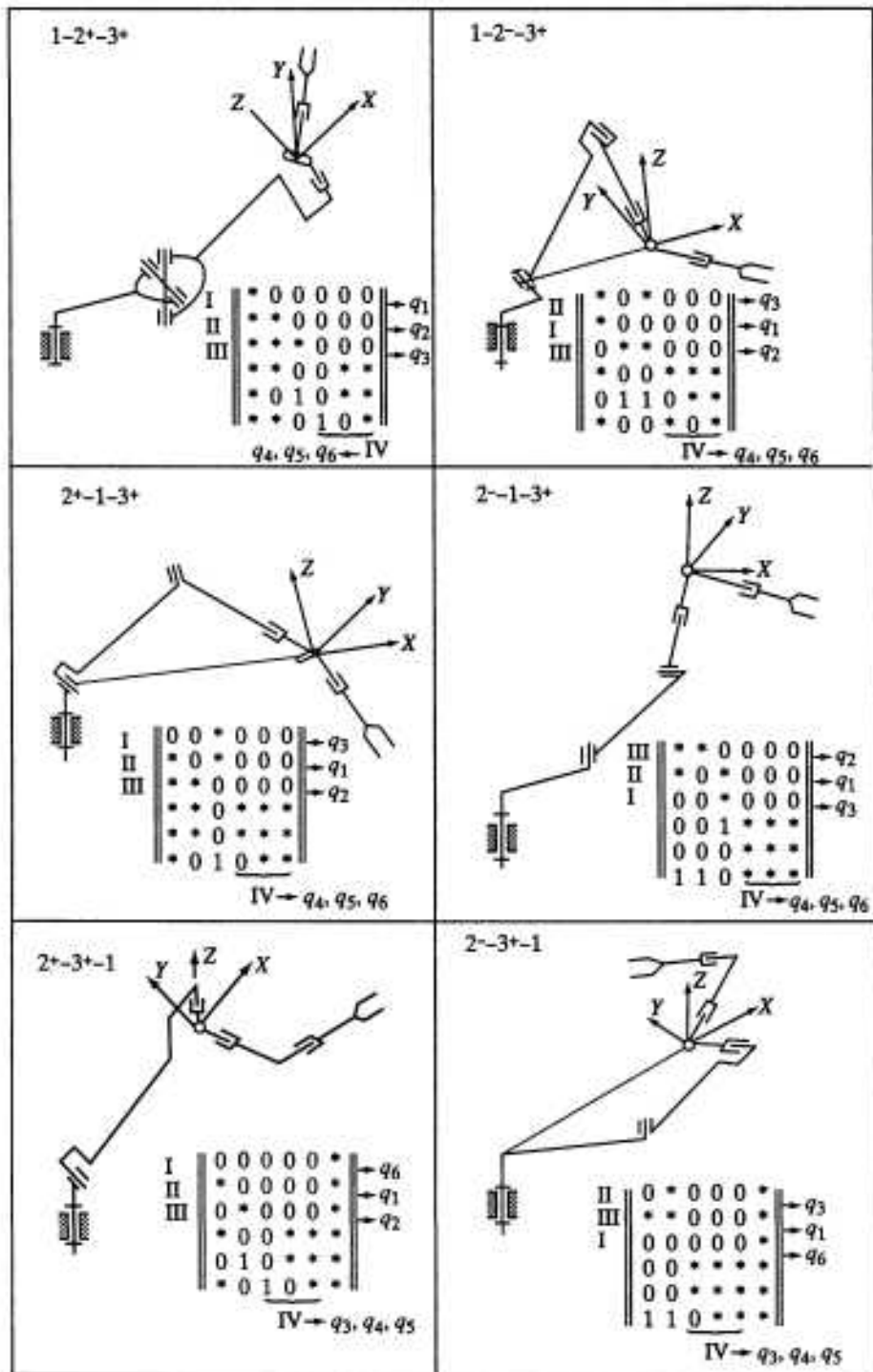


Рис. 3.10. Структуры, содержащие 3^* , для которых существует решение обратной задачи о положениях в явном виде

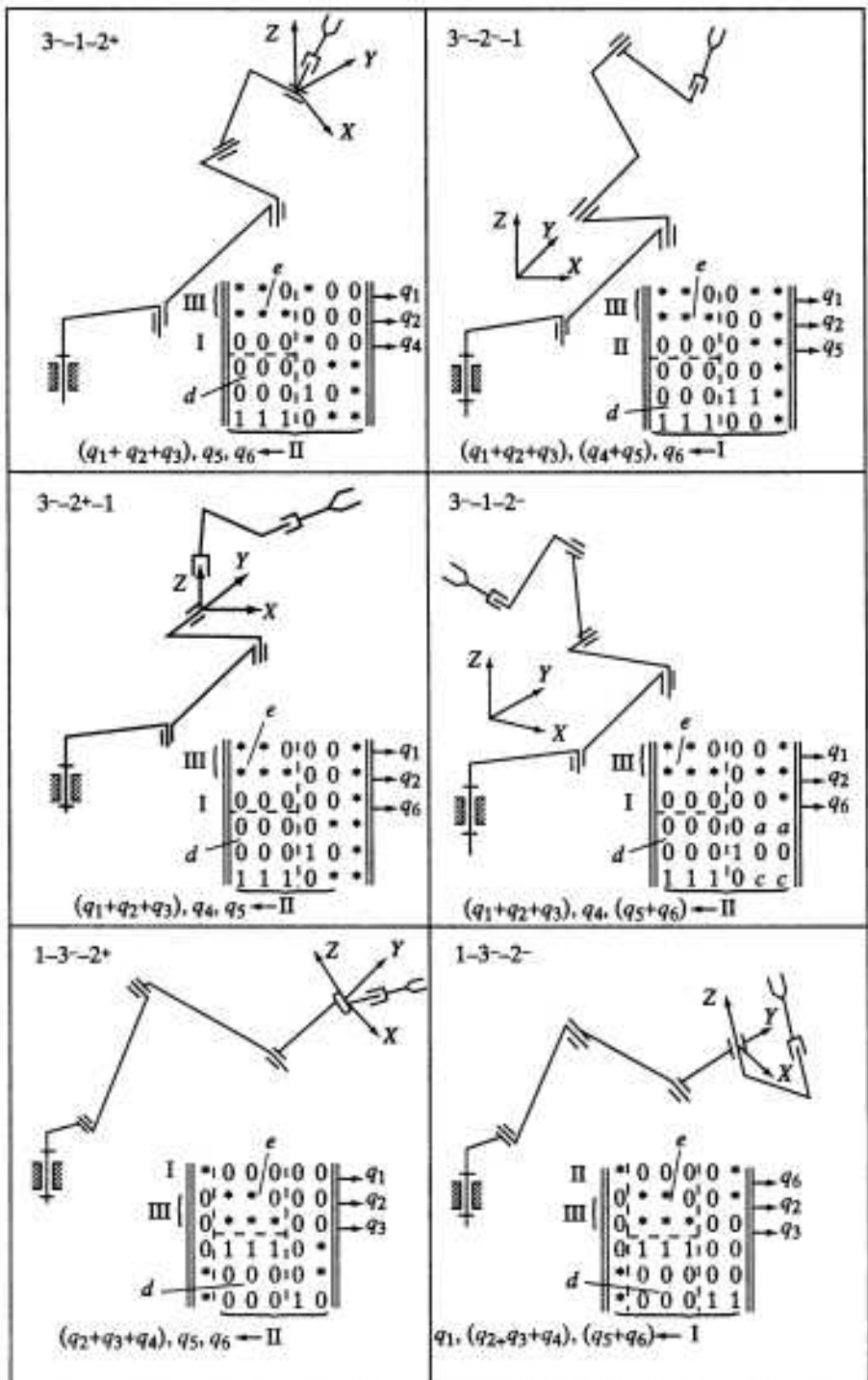


Рис. 3.11. Структуры, содержащие 3^+ , для которых существует решение обратной задачи о положениях в явном виде

В качестве примера на рис. 3.12,а показана структура 2^+-1-3^+ , обладающая той особенностью, что оси поворота звеньев 1 и 2 пересекаются в точке А, а оси поворота звеньев 4, 5, 6 – в точке В. Индикаторную систему X_n, Y_n, Z_n выбираем так, чтобы ее центр совпадал с точкой В ось X_n – с линией АВ, а ось Z_n всегда параллельна оси поворота звена 3. Выбранная индикаторная система не совпадает ни с одним звеном механизма, но добавив звено 7, соединенное в точке В со звеном 3 вращательной парой, ось которой параллельна оси Z_n , а со звеном 1 – в точке А сферической и поступательной парами, получим модифицированный механизм, в котором введенная индикаторная система X_n, Y_n, Z_n будет жестко связана со звеном 7. Положение звена 7 и, соответственно, индикаторной системы определено только координатами q_1, q_2, q_3 . Остальные обобщенные координаты (q_4, q_5, q_6) определяют положение захвата в индикаторной системе координат. Следовательно, матрицу J можно разбить на две части I и II (см. рис. 3.12,а), причем верхние три строки части I определяют проекции $\dot{x}_n, \dot{y}_n, \dot{z}_n$ абсолютной скорости центра индикаторной системы (точка В) на ее оси, а нижние три строки части – проекции $\dot{\theta}_{nx}, \dot{\theta}_{ny}, \dot{\theta}_{nz}$ угловой скорости. Скорости изменения координат точки А, наблюдаемой из подвижной индикаторной системы, определяются соотношениями [15]

$$\begin{aligned}\dot{x}_A &= -\dot{x}_n + \dot{\theta}_{nz}y_A - \dot{\theta}_{ny}z_A, \\ \dot{y}_A &= -\dot{y}_n + \dot{\theta}_{nz}z_A - \dot{\theta}_{nx}x_A, \\ \dot{z}_A &= -\dot{z}_n + \dot{\theta}_{ny}x_A - \dot{\theta}_{nx}y_A,\end{aligned}\quad (3.15)$$

где x_A, y_A, z_A – координаты точки А в индикаторной системе.

Уравнения (3.15) всегда интегрируемы, поскольку они являются полным дифференциалом функции положения точки А в индикаторной системе координат. Вследствие особенностей назначения индикаторной системы координат и соответствующего выбора наблюдаемой точки А многие слагаемые в соотношениях (3.15) обратятся в нуль. Для рассматриваемого примера всегда $y_A = 0, z_A = 0$, поэтому по индикаторной матрице J с учетом (3.15) можно записать:

$$\begin{aligned}\dot{x}_A &= \dot{x}_n = -J_{13}\dot{q}_3, \\ \dot{y}_A &= -(J_{21} + J_{61}x_A)\dot{q}_1 - (J_{23} + J_{63}x_A)\dot{q}_3 = 0, \\ \dot{z}_A &= -(J_{31} - J_{51}x_A)\dot{q}_1 - (J_{32} - J_{52}x_A)\dot{q}_2 = 0.\end{aligned}\quad (3.16)$$

Из условия интегрируемости уравнений (3.15) следует, что коэффициенты при производных в уравнениях (3.16) могут зависеть только от обобщенных координат, производные которых входят в данное уравнение. Следовательно, даже не интегрируя уравнения (3.16), по виду индикаторной матрицы можно установить, функциями каких обобщенных координат q_i будут конечные соотношения. Так, для рассматриваемого примера

$$x_A = f(q_3), y_A = f_2(q_1, q_3) = 0, z_A = f(q_1, q_2) = 0.$$

Для всех приведенных на рис. 3.10 структур якобиан получаемых конечных уравнений с точностью до нулевых и ненулевых элементов соответ-

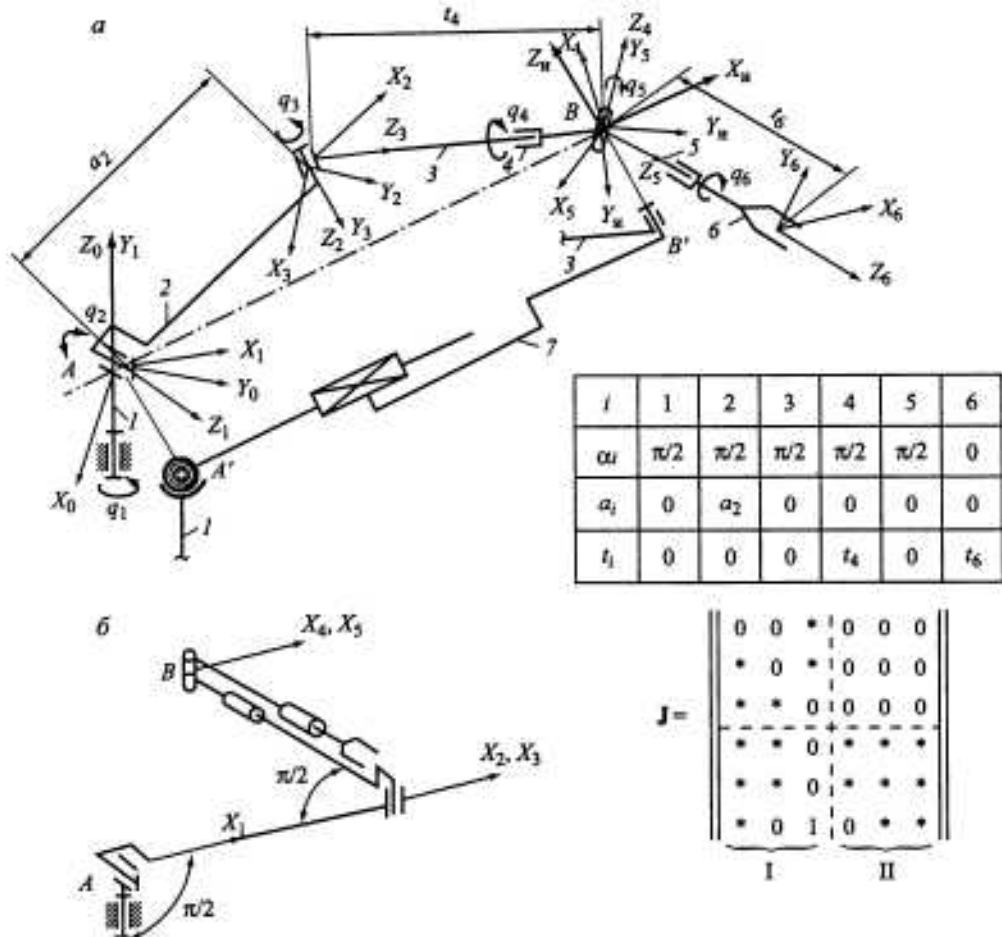


Рис. 3.12. Схема назначения систем координат в структуре $2^+ - 1 - 3^+$ (а) и "нулевая" конфигурация ($q_i = 0, i = 1, \dots, 6$) (б)

вует трем верхним строкам индикаторных матриц. Таким образом, три верхние строки индикаторных матриц любого из рассматриваемых вариантов (см. рис. 3.10) указывают на существование и вид трех уравнений для определения трех неизвестных обобщенных координат.

2. При наличии в структуре признака 3^+ верхняя половина матрицы J всегда будет иметь блок $[3 \times 3]$ нулевых элементов.

3. При наличии 2^+ и выборе индикаторной системы координат таким образом, чтобы одна из ее осей проходила через точку пересечения осей вращательных пар, в верхней части матрицы J появится блок $[3 \times 3]$, одна из строк которого содержит один ненулевой элемент и по крайней мере одна из оставшихся строк – не более двух ненулевых элементов, один из которых в одном столбце с упомянутым ненулевым элементом первой строки.

4. При наличии L ($L = 2, 3$) в нижней полуматрице J образуется блок $[3 \times L]$, имеющий одинаковые столбцы $[a, b, c]^T$. Выбирая ориентацию

индикаторной системы координат такой, чтобы одна из координатных осей была параллельна осям вращательных пар группы, получим в блоке $[3 \times L]$ две нулевые строки и одну единичную (см., например, блок d в матрицах на рис. 3.11). Это свойство является отображением особенностей матричных преобразований систем с параллельными осями. Результирующая матрица преобразований координат от m -й до $(m+L)$ -й системы имеет вид

$$\mathbf{M}_{m,m+L} = \begin{bmatrix} \cos \sum_{i=m}^{m+L} q_i & 0 & -\sin \sum_{i=m}^{m+L} q_i & \sum_{j=m}^{m+L} a_j \cos \sum_{j=m}^i q_j \\ \sin \sum_{i=m}^{m+L} q_i & 0 & -\cos \sum_{i=m}^{m+L} q_i & \sum_{j=m}^{m+L} a_j \sin \sum_{j=m}^i q_j \\ 0 & 1 & 0 & \sum_{i=m}^{m+L} t_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Как видно, в механизмах, содержащих группы с двумя или более парами с параллельными осями, каждую такую группу при анализе ориентирующих возможностей механизма можно заменить одной эквивалентной кинематической парой. Ориентация оси этой пары совпадает с ориентацией осей в группе, а угол поворота равен сумме обобщенных координат группы.

При $L=3$ в рассматриваемых случаях над блоком d образуется блок e , содержащий одну нулевую строку. Блок e указывает на существование двух уравнений с тремя неизвестными координатами. Если известна сумма этих координат (т.е. еще одно уравнение), а также известны координаты, не входящие в эту тройку, то с учетом элементов четвертого столбца матрицы (3.17) можно выписать следующие уравнения:

$$\begin{aligned} a_m \cos q_m + a_{m+1} \cos(q_m + q_{m+1}) &= F_1 - a_{m+2} \cos(q_m + q_{m+1} + q_{m+2}), \\ a_m \sin q_m + a_{m+1} \sin(q_m + q_{m+1}) &= F_2 - a_{m+2} \sin(q_m + q_{m+1} + q_{m+2}), \end{aligned} \quad (3.18)$$

где F_1 и F_2 известные функции от параметров механизма, программного задания и обобщенных координат, кроме q_m, q_{m+1}, q_{m+2} . Так как правые части системы (3.18) известны, и тригонометрические функции от q_m и $(q_m + q_{m+1})$ входят в левую часть линейно, то уравнения (3.18) разрешимы относительно q_m и $(q_m + q_{m+1})$ и, следовательно, зависимости для расчета q_m, q_{m+1}, q_{m+2} можно получить в явном виде.

5. Три угла q_l, q_{l+1}, q_{l+2} поворота вокруг трех последовательно ортогональных осей вращения, отмеченные знаком* в любых трех последовательных столбцах нижней полуматрицы \mathbf{J} , начиная с l -го, могут быть определены в явном виде, как функции параметров механизма, задания и оставшихся обобщенных координат. Действительно, из (3.14) получим

$$\mathbf{M}_{l-1,6} = \begin{bmatrix} * & * & c_l s_{l+1} & * \\ * & * & s_l s_{l+1} & * \\ s_{l+1} c_{l+2} & -s_{l+1} s_{l+2} & -c_{l+1} & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{n,l-1}^{-1} \mathbf{M}_{np}. \quad (3.19)$$

$$m_{33}^{l-1,6} = -c_{l+1} = \left[M_{03}^{-1} M_{np} \right]_{33}$$

получим уравнение для расчета q_{l+1} . Элементы третьих столбцов дают уравнение для расчета q_h , а третьих строк – для расчета q_{l+2} .

Доказательство сводимости решения обратной задачи к последовательному решению уравнений с одним неизвестным выполним с учетом свойств индикаторных матриц, рассмотренных выше.

Для структур с 3^+ (см. рис. 3.10) в силу свойств 2 и 3 или 4 всегда существуют уравнения, одно из которых зависит только от одной неизвестной координаты, а другое – от двух, включая первую. Вид уравнений определен тремя верхними строками индикаторной матрицы. Три уравнения для оставшихся трех координат находятся затем в силу свойства 5.

В отличие от структур с 3^+ , структуры, содержащие 3^- , разрешаются по трем нижним строкам матрицы J . Первые три уравнения для механизмов с 3^- и 2^- (см. рис. 3.11) получают по п. 5, где в качестве трех неизвестных принимается сумма трех обобщенных координат, сумма двух и одна оставшаяся. Для получения искоемых координат, входящих в известные суммы, используют уравнения (3.18), соответствующие трем верхним строкам матрицы J .

В структурах, содержащих 3^- и 2^+ (см. рис. 3.11), в одной из трех верхних строк матрицы J (в нулевой строке блока e) содержится один ненулевой элемент. После выделения соответствующего уравнения, еще три получим по п. 5, где в качестве одного из неизвестных выступает сумма трех координат. Два оставшихся уравнения для вычисления слагаемых, составляющих известную сумму, получим из системы (3.18).

Таким образом, доказана следующая теорема: пусть задана разомкнутая кинематическая цепь с шестью вращательными парами пятого класса; пусть структура цепи содержит две непересекающиеся группы пар с параллельными (L^-) или пересекающимися (L^+) в одной точке осями, причем одна группа содержит три ($L = 3$), а вторая две ($L = 2$) пары; тогда решение в явном виде обратной задачи о положениях существует.

На основании этой теоремы решение системы из 6 трансцендентных уравнений может быть сведено к последовательному решению 6 отдельных уравнений с одним неизвестным. Более того, каждое из полученных уравнений разрешимо относительно своего неизвестного, поскольку каждое из них имеет не более двух решений. Действительно, для структур с 3^+ первое уравнение, выделяемое по верхней полуматрице J , есть уравнение относительно обобщенной координаты, характеризующей положение в индивидуальной паре (не входящей в группы 3^+ , 2^+ , 2^-). Уравнение и указанная обобщенная координата являются ключевыми для решения системы в явном виде. Это уравнение имеет два решения, поскольку для всех рассматриваемых структур оно представляет собой уравнение решения треугольников. При известной ключевой координате задача сводится к решению обратной задачи для трехзвенных механизмов с двумя степенями свободы: в случае 2^- – плоского механизма с двумя параллельными осями пар; в случае 2^+ – пространственного механизма с двумя пересекающимися осями. В обоих

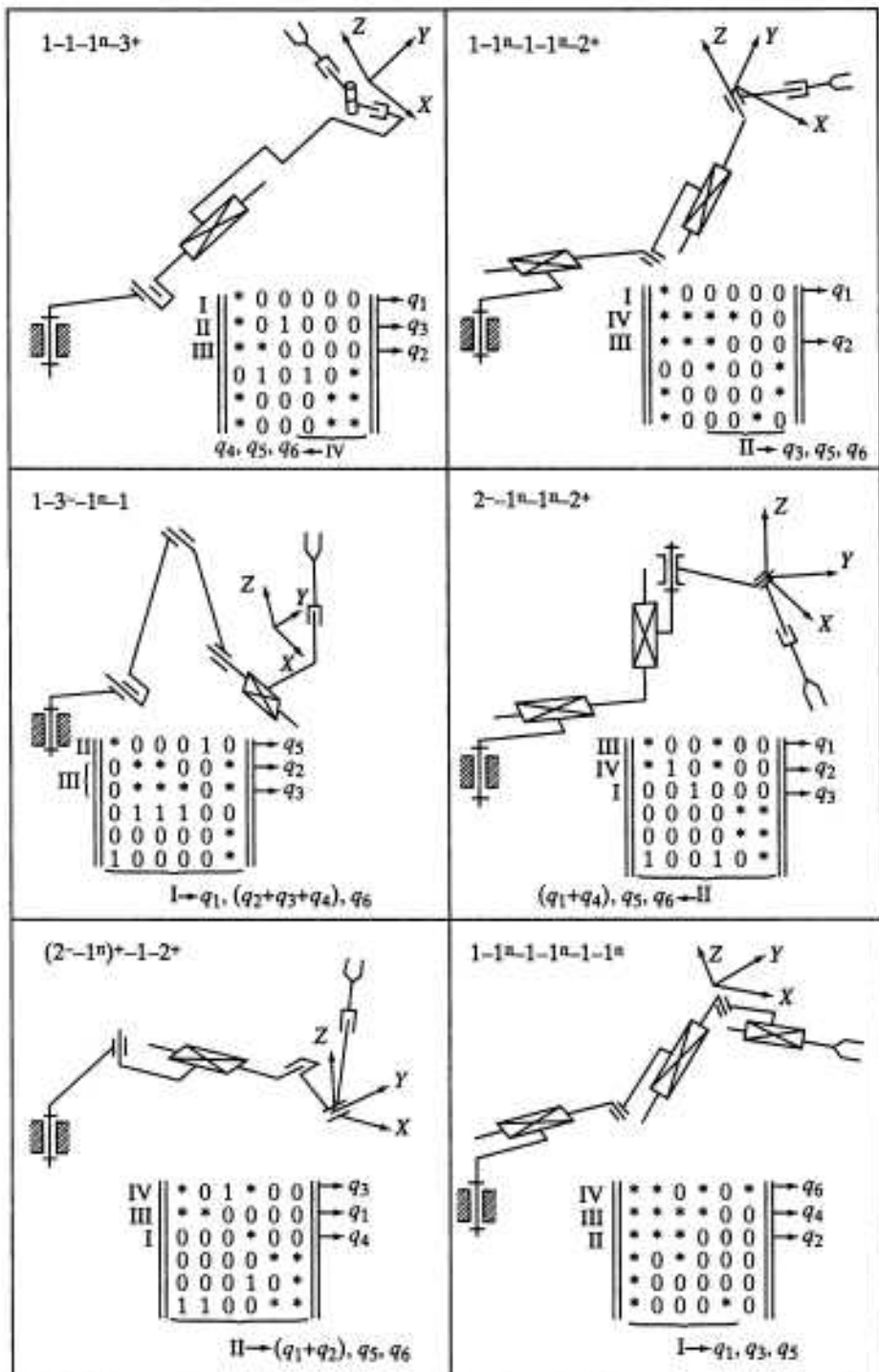


Рис. 3.13. Структуры роботов с поступательными парами, для которых существует решение обратной задачи о положениях в явном виде

случаях задача решается в явном виде и имеет всегда два решения. Еще два решения дает уравнение для q_{i+1} (см. п. 5). Таким образом, для схем с 3^+ всегда получается 8 наборов решений, которые при отсутствии ограничений на углы поворота в шарнирах могут быть реализованы механизмом руки. Аналогично для структур, содержащих 3^- , также имеются 8 наборов решений, поскольку два решения, как и для структур с 3^+ , дает уравнение для q_{i+1} (или для суммы обобщенных координат), два получаются из уравнения, соответствующего нулевой строке блока e , и, наконец, два оставшихся решения дают уравнения (3.18). Во всех структурах проанализированного класса механизмов 8 наборов решений определяют 8 конфигураций руки, удовлетворяющих программному положению и ориентации захвата.

Используя ту же методику анализа для схем, содержащих одну поступательную пару (обозначим ее символом 1^n), можно показать, что в явном виде решаются обратные задачи для структур, содержащих 1^n и 3^+ или 1^n и 3^- , и структур, содержащих группу пар $(1^n + 2^-)$ и 2^+ или 2^- (здесь знак плюс у скобки означает, что поступательная пара перпендикулярна осям вращательных пар группы). Характерные примеры таких структур и соответствующие индикаторные матрицы приведены на рис. 3.13. Заметим, однако, что замена вращательной пары на поступательную может привести к потере степеней свободы захвата (см. раздел 3.6). Так, в структуре $2^- - 1^n - 3^-$ захват имеет 5 степеней свободы.

Кинематические признаки решения обратной задачи для структур, содержащих две поступательные пары, состоит в наличии группы из трех кинематических пар, образующих плоский механизм, и группы 2^+ или 2^- . Плоский механизм может быть образован структурами, например $(1^n - 1^n - 1)$ или $(2^- - 1^n)$. Кроме того, решается структура $(2^- - 1^n - 1^n - 2^+)$. Наконец, для структур, содержащих 3 поступательные пары, обратная задача всегда решается в явном виде. Характерные варианты структур с двумя и тремя поступательными парами также приведены на рис. 3.13.

3.9. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ О ПОЛОЖЕНИЯХ В ЯВНОМ ВИДЕ

Приведенное доказательство существования решения обратной задачи в явном виде для рассматриваемого класса механизмов лежит в основе методики вывода искомых уравнений. Методика включает следующие основные этапы.

1. Для заданной структуры в соответствии с условиями, приведенными в разделе 3.5, назначается индикаторная система координат и строится индикаторная матрица J , по которой определяется последовательность нахождения искомых зависимостей. На рис. 3.10, 3.11 и 3.13 эта последовательность указана римскими цифрами.

2. Уравнения, на существование которых указывают строки верхней полуматрицы J , могут быть получены следующими двумя способами.

а. По координатам центра некоторой i -й (в том числе и нулевой неподвижной) системы координат в индикаторной системе координат. Для этого следует, с учетом условий назначения индикаторной системы координат, а также исходя из геометрических соображений, получить матрицу M_{ii} пере-

хода от индикаторной системы координат к i -й. Элементы правого столбца этой матрицы в соответствии со свойствами, перечисленными в разделе 3.8, будут зависеть только от обобщенных координат, указанных знаком * в соответствующих строках индикаторной матрицы J . Искомые уравнения можно получить, приравняв элементы четвертого столбца матрицы M_{i-1} значениям координат наблюдаемых точек механизма в подвижной индикаторной системе.

6. Получить в результате преобразования исходного соотношения (3.14) уравнения для координат центра некоторой i -й системы, совпадающей с центром индикаторной. Эти уравнения не будут соответствовать индикаторной матрице J , поскольку индикаторная система совпадает с i -й только своим центром, но не ориентацией осей. Тем не менее получаемые уравнения путем преобразований могут быть сведены к виду, определяемому матрицей J .

3. Уравнения, на существование которых указывает вид нижней полуматрицы J , выводятся из (3.14) (см. раздел 3.8, свойство 5).

4. Для шести полученных расчетных соотношений строится граф возможных решений и выполняется его анализ.

В литературе [21, 22] приводится решение обратной задачи в явном виде для структуры 1-2-3+ (см. рис. 3.10). Этой структуре соответствуют широко распространенные модели роботов - "Puma" фирмы "Unimation" (США), IRB-6 фирмы ASEA (Швеция), УЭМ (Россия, МВТУ им. Баумана). Изложенную выше методику можно использовать для всех структур, представленных на рис. 3.10, 3.11, 3.13. Для иллюстрации методики решения обратной задачи в явном виде для схем с 3+ и 3- ниже приведены два новых примера, соответствующих структурам 2+-1-3+ и 1-3+-2-. Последней структуре отвечает робот T^3 фирмы "Cincinnati Milacron" (США).

Пример 1. На рис. 3.12,а представлена структура 2+-1-3+ с нанесенными промежуточными системами координат (назначены в соответствии с правилами, приведенными в разделе 3.5) и таблицей параметров: a_i - кратчайшее расстояние между осями соседних пар, t_i - смещение центра i -й системы координат относительно $(i-1)$ -й системы вдоль оси Z_{i-1} ; параметр α_i определен структурой скелета руки. При принятых системах координат и $q_i = 0, i = 1, \dots, 6$ конфигурация руки имеет вид, как на рис. 3.12,б. Необходимо найти выражения для расчета обобщенных координат по заданному в виде матрицы (3.13) положению захвата.

Решение. Как следует из индикаторной матрицы для данной структуры (см. рис. 3.10) вывод зависимостей должен производиться в такой последовательности: q_3, q_1, q_2 - по координатам точки А в индикаторной системе в соответствии с пунктом 2 методики; q_5, q_4, q_6 - в соответствии со свойством 5 (см. раздел 3.8). Координата q_3 является ключевой. Матрицы $M_{i-1,i}$, входящие в соотношение (3.14), определяем с помощью таблицы 3.1:

$$M_{0,1} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & -c_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; M_{1,2} = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 & a_2 c_2 \\ s_2 & 0 & -c_2 & a_2 s_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; M_{2,3} = \begin{bmatrix} c_3 & 0 & s_3 & 0 \\ s_3 & 0 & -c_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}_{3,4} = \begin{bmatrix} c_4 & 0 & s_4 & 0 \\ s_4 & 0 & -c_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & t_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M}_{4,5} = \begin{bmatrix} c_5 & 0 & s_5 & 0 \\ s_5 & 0 & -c_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M}_{5,6} = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & t_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Координата точки A в индикаторной системе определена четвертым столбцом матрицы $\mathbf{M}_{0,n}^{-1}$. Найдем элементы матрицы $\mathbf{M}_{0,n}$. Поскольку центр B индикаторной системы совпадает с центром системы координат четвертого звена, то получив из (3.14) равенство

$$\mathbf{M}_{np} \mathbf{M}_{5,6}^{-1} \mathbf{M}_{4,5}^{-1} = \mathbf{M}_{0,4},$$

найдем элементы четвертого столбца матрицы $\mathbf{M}_{0,n}$

$$m_{0n}^{14} = x_{np} - t_6 c_\alpha c_\beta = x_B,$$

$$m_{0n}^{24} = y_{np} - t_6 s_\alpha c_\beta = y_B,$$

$$m_{0n}^{34} = z_{np} + t_6 s_\beta = z_B.$$

При определении направляющих косинусов $\mathbf{M}_{0,n}$ учитываются условия, специфичные для рассматриваемой структуры: ось Z_n всегда параллельна оси Z_2 (третьи столбцы матриц $\mathbf{M}_{0,n}$ и $\mathbf{M}_{0,2}$ совпадают); оси Y_n и Z_1 всегда пересекаются в точке с абсолютными координатами x_k, y_k, z_k . В результате матрица $\mathbf{M}_{0,n}$ имеет вид

$$\mathbf{M}_{0,n} = \begin{bmatrix} x_B / L_1 & (x_k - x_B) / l_1 & -c_1 s_2 & x_B \\ y_B / L_1 & (y_k - y_B) / l_1 & -s_1 s_2 & y_B \\ z_B / L_1 & -z_B / l_1 & c_2 & z_B \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где

$$L_1 = \sqrt{a_2^2 + t_4^2 + 2a_2 t_4 \sin q_3},$$

$$l_1^2 = (x_k - x_B)^2 + (y_k - y_B)^2 + (z_k - z_B)^2,$$

$$x_k = -L_1^2 \sin q_1 / (t_4 \cos q_3),$$

$$y_k = -L_1^2 \cos q_1 / (t_4 \cos q_3); \quad z_k = 0.$$

Тогда

$$\mathbf{M}_{0,n}^{-1} = \begin{bmatrix} x_B / L_1 & y_B / L_1 & z_B / L_1 & -(x_B^2 + y_B^2 + z_B^2) / L_1 \\ (x_k - x_B) / l_1 & (y_k - y_B) / l_1 & -z_B / l_1 & -[x_B(x_k - x_B) + y_B(y_k - y_B) - z_B^2] / l_1 \\ -c_1 s_2 & -s_1 s_2 & c_2 & x_B c_1 s_2 + y_B s_1 s_2 - z_B c_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Искомые уравнения для расчета q_3, q_1, q_2 получим из четвертого столбца матрицы $\mathbf{M}_{0,n}^{-1}$ с учетом условий $x_{n,0} = -L_1; y_{n,0} = 0, z_{n,0} = 0$ (координаты центра

абсолютной системы совпадают с точкой A):

$$q_3 = \arcsin \left[(x_B^2 + y_B^2 + z_B^2 - a_2^2 - t_4^2) / 2a_2 t_4 \right], \quad (3.20)$$

$$q_1 = \arcsin \left[(-t_4 x_B c_3 \pm \sqrt{-t_4^2 c_3^2 + y_B^2 + x_B^2}) / (x_B^2 + y_B^2) \right], \quad (3.21)$$

$$q_2 = \arctg [z_B / (x_B c_1 + y_B s_1)] = \arctg \left[\pm z_B / \sqrt{-t_4^2 c_3^2 + y_B^2 + x_B^2} \right]. \quad (3.22)$$

При известных q_3 , q_1 и q_2 оставшиеся координаты q_4 , q_5 и q_6 получим из (3.19) при $l = 4$

$$q_5 = \arccos \left[s_2 s_3 s_\beta - (c_1 c_2 s_3 - s_1 c_3) c_\beta c_\alpha - (s_1 c_2 s_3 - c_1 c_3) c_\beta s_\alpha \right], \quad (3.23)$$

$$q_4 = \begin{cases} \arcsin(c_1 s_2 c_\beta c_\alpha + s_1 s_2 c_\beta s_\alpha) / s_5 \\ \arccos[(c_1 c_2 c_3 + s_1 s_3) c_\beta c_\alpha + (s_1 c_2 c_3 - c_1 s_3 - c_1 s_3) c_\beta s_\alpha - s_2 c_3 s_\beta] / s_5, \end{cases} \quad (3.24)$$

$$q_6 = \begin{cases} \arcsin[(s_1 c_3 - c_1 c_2 s_3)(s_\gamma s_\alpha + c_\gamma c_\alpha c_\beta) + \\ + (s_1 c_2 s_3 + c_1 c_3)(s_\gamma c_\alpha - c_\gamma s_\alpha s_\beta) - s_2 s_3 c_\gamma c_\beta] / s_5 \\ \arccos[(c_1 c_2 s_3 - s_1 c_3)(c_\gamma s_\alpha - s_\gamma c_\alpha s_\beta) - \\ - (s_1 c_2 s_3 + c_1 c_3)(c_\gamma c_\alpha + s_\gamma s_\alpha s_\beta) - s_2 s_3 s_\gamma c_\beta] / s_5. \end{cases} \quad (3.25)$$

Для определения наборов решений, описывающих 8 возможных конфигураций механизма руки, следует провести анализ числа корней по каждой обобщенной координате. Для этой цели используют уравнения, применяемые для решения прямой задачи. В частности, для данного примера удобно использовать элементы четвертого столбца матрицы $M_{0,4}$, определяющие координаты центра индикаторной системы

$$m_{0,4}^{14} = t_4 c_1 c_2 s_3 - t_4 s_1 c_3 + a_2 c_1 c_2 = x_B, \quad (3.26)$$

$$m_{0,4}^{24} = t_4 s_1 c_2 s_3 + c_1 c_3 t_4 + a_2 s_1 c_2 = y_B,$$

$$m_{0,4}^{34} (t_4 s_3 + a_2) s_2 = z_B. \quad (3.27)$$

На рис 3.14 последовательность выполняемых этапов при анализе указана римскими цифрами, а получаемые наборы решений изображены соответствующими графами. Этап I предполагает вычисление двух значений q_3 по (3.20); оба решения могут быть реализованы механизмом. На этапе II по соотношению (3.27) вычисляют также два реализуемых решения q_2 . Здесь отметим, что для определения q_2 можно использовать и уравнения (3.22), однако при этом получим лишние корни. На этапе III по формуле (3.21) вычисляются 8 значений q_1 ; четыре реализуемых из них находят по условию (3.26). Этап IV предполагает вычисление по (3.23) двух значений q_5 (для каждого набора q_3 , q_2 и q_1), оба реализуемы. На этапах V и VI рассчитывают по одному значению q_4 и q_6 по формулам (3.24) и (3.25) соответственно. Полученные 8 решений проверяют по ограничениям на углы поворота в кинематических парах, а из оставшихся вариантов выбирают то решение, которое соответствует желаемой конфигурации.

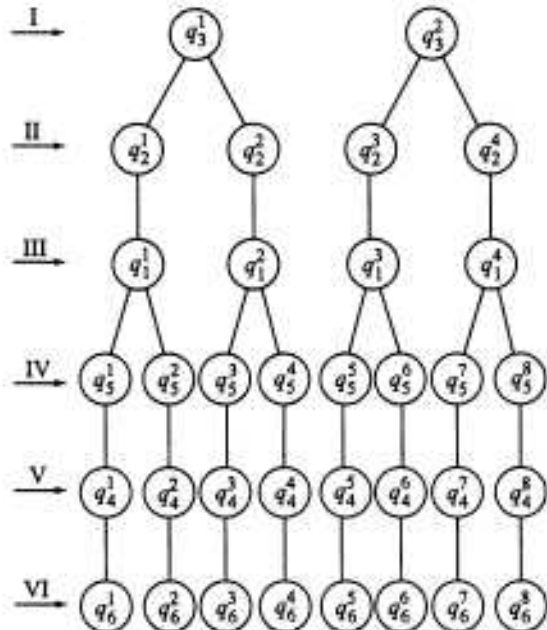


Рис. 3.14. Граф решения обратной задачи о положениях для структуры 2^*-1-3^*

Пример 2. Для иллюстрации методики решения обратной задачи для схем роботов, содержащих 3^- , рассмотрим структуру $1-3^-2^+$. На рис. 3.15,а приведено расположение локальных систем координат, на рис. 3.15,б – таблица параметров α_i , a_i и t_i , описывающих размеры звеньев и расположение осей пар, и конфигурация руки при всех $q_i = 0$.

Решение. Как следует из индикаторной матрицы (см. рис. 3.11), вывод соотношений должен выполняться в такой последовательности: 1) для расчета q_1 – по координате x центра четвертой системы координат в абсолютной в соответствии с пунктом 2,б методики; 2) для расчета $(q_2 + q_3 + q_4)$, q_5 , q_6 – в соответствии со свойством 5, см. раздел 3.8; 3) выделение слагаемых q_2 и q_3 из полученной суммы в соответствии со свойством 4, см. раздел 3.8.

Матрицы $M_{i,j-1}$, входящие в соотношение (3.14), получим из табл. 3.1.

$$M_{01} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & a_1 c_1 \\ s_1 & 0 & -c_1 & a_1 s_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad M_{12} = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & a_2 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$M_{23} = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & a_3 c_3 \\ s_3 & c_3 & 0 & a_3 s_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad M_{34} = \begin{bmatrix} c_4 & 0 & s_4 & a_4 c_4 \\ s_4 & 0 & -c_4 & a_4 s_4 \\ 0 & 1 & 0 & t_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

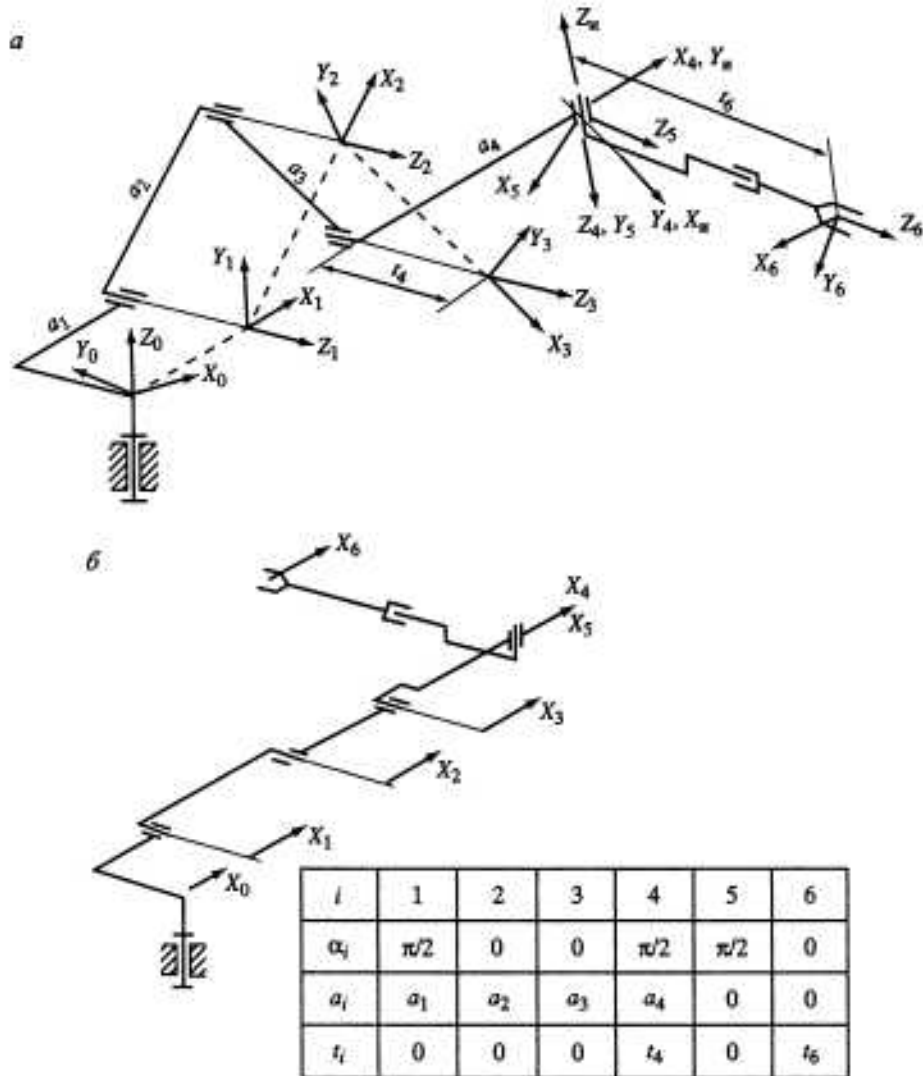


Рис. 3.15. Схема назначения систем координат в структуре 1-3⁻2⁺ (а) и "нулевая" конфигурация ($q_i = 0$, $i = 1, \dots, 6$) руки (б)

$$M_{45} = \begin{bmatrix} c_5 & 0 & s_5 & 0 \\ s_5 & 0 & -c_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad M_{56} = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & t_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Уравнение для вычисления q_1 получим из соотношения

$$M_{06} = M_{01} M_{16}^{-1}$$

где

$$M_{04} = \begin{bmatrix} c_1 c_{2+3+4} & s_1 & c_1 s_{2+3+4} & c_1 (a_4 c_{2+3+4} + a_3 c_{2+3} + a_2 c_2) + t_4 s_1 + a_1 c_1 \\ s_1 c_{2+3+4} & -c_1 & s_1 s_{2+3+4} & s_1 (a_4 c_{2+3+4} + a_3 c_{2+3} + a_2 c_2) - t_4 c_1 + a_1 s_1 \\ s_{2+3+4} & 0 & -c_{2+3+4} & a_4 s_{2+3+4} + a_3 s_{2+3} + a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Элементы четвертого столбца матрицы $M_{np} M_{46}^{-1}$ зависят только от параметров руки и программного задания

$$[M_{np} M_{46}^{-1}]_{14} = -t_6 c_\beta c_\alpha + x_{np} = A,$$

$$[M_{np} M_{46}^{-1}]_{24} = -t_6 c_\beta s_\alpha + y_{np} = B,$$

$$[M_{np} M_{46}^{-1}]_{34} = t_6 s_\beta + z_{np} = D.$$

Из уравнений

$$m_{04}^{14} = [M_{np} M_{46}^{-1}]_{14},$$

$$m_{04}^{24} = [M_{np} M_{46}^{-1}]_{24}$$

и получим соотношение

$$A s_1 - B c_1 = t_4, \quad (3.28)$$

откуда

$$s_1 = \left(A t_4 \pm \sqrt{B^2 + A^2 - t_4^2} \right) / (B^2 + A^2). \quad (3.29)$$

Углы q_3 , q_6 и сумма $(q_2 + q_3 + q_4)$ находятся из соотношения

$$M_{16} = M_{01}^{-1} M_{np},$$

где

$$M_{16} = \begin{bmatrix} * & * & s_5 c_{2+3+4} & * \\ * & * & -c_5 s_{2+3+4} & * \\ s_5 c_6 & -s_5 s_6 & -c_5 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Соответствующие элементы матрицы $M_{01}^{-1} M_{np}$ имеют вид

$$[M_{01}^{-1} M_{np}]_{13} = c_1 c_\beta c_\alpha + s_1 c_\beta s_\alpha,$$

$$[M_{01}^{-1} M_{np}]_{23} = -s_\beta,$$

$$[M_{01}^{-1} M_{np}]_{31} = -s_1 (c_\gamma s_\alpha - s_\gamma c_\alpha s_\beta) + c_1 (c_\gamma c_\alpha + s_\gamma s_\alpha s_\beta),$$

$$[M_{01}^{-1} M_{np}]_{32} = s_1 - s_\gamma s_\alpha - c_\gamma c_\alpha s_\beta - c_1 (s_\gamma c_\alpha - c_\gamma s_\alpha s_\beta),$$

$$[M_{01}^{-1} M_{np}]_{33} = -s_1 c_\beta c_\alpha - c_1 c_\beta s_\alpha.$$

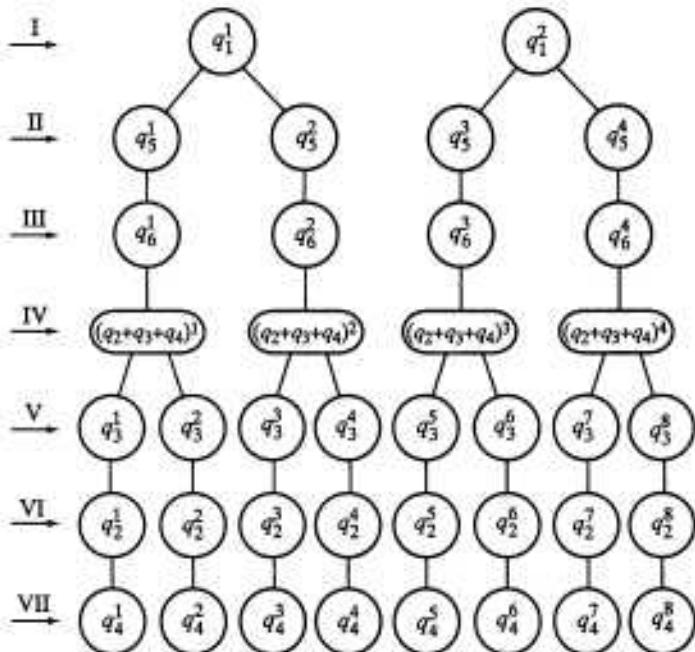


Рис. 3.16. Граф решения обратной задачи о положениях для структуры $1-3^{-2}$

Выражение для расчета q_5 получим из уравнения

$$m_{16}^{33} = [M_{01}^{-1} M_{np}]_{33}.$$

Оно имеет вид

$$c_5 = c_\beta (c_1 s_\alpha - s_1 c_\alpha). \quad (3.30)$$

Равенство соответствующих элементов третьих строк матрицы дает выражение для q_6 , а элементов третьих столбцов – для суммы $(q_2 + q_3 + q_4)$

$$c_6 = [s_1 (c_\gamma s_\alpha - s_\gamma c_\alpha s_\beta) + c_1 (c_\gamma c_\alpha + s_\gamma s_\alpha s_\beta)] / s_5, \quad (3.31)$$

$$s_6 = [s_1 (s_\gamma s_\alpha + c_\gamma c_\alpha s_\beta) + c_1 (s_\gamma c_\alpha - c_\gamma s_\alpha s_\beta)] / s_5,$$

$$c_{2+3+4} = c_\beta (c_1 c_\alpha + s_1 s_\alpha) / s_5, \quad (3.32)$$

$$s_{2+3+4} = s_\beta / c_5.$$

Выделение слагаемых из суммы $(q_2 + q_3 + q_4)$ выполняется путем решения системы линейных уравнений, полученной приравнованием элементов матриц

$$m_{04}^{24} = [M_{np} M_{46}^{-1}]_{24},$$

$$m_{04}^{34} = [M_{np} M_{46}^{-1}]_{34}.$$

Откуда

$$\begin{aligned} a_3 c_{2+3} + a_2 c_2 &= [(B + c_1 t_4) / s_1] - (a_4 s_{2+3+4}) = E, \\ a_3 s_{2+3} + a_2 s_2 &= (D - a_4 s_{2+3+4}) = F. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Решив систему (3.33), получим

$$\begin{aligned} c_3 &= (E^2 + F^2 - a_3^2 - a_2^2) / 2a_2 a_3, \\ s_2 &= -E a_3 s_3 \pm \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\pm \sqrt{E^2 a_3^2 s_3^2 - (a_2^2 + 2a_2 a_3 c_3 + a_3^2) [E_2 - (a_2 a_3 c_3)^2]} / (a_2^2 + 2a_2 a_3 c_3 + a_3^2). \quad (3.35)$$

Последовательность вычислений обобщенных координат и анализ возможных решений производят в соответствии с графом, представленным на рис. 3.16. На этапе I по уравнению (3.29) вычисляют 4 значения q_1 . Только два из них могут быть реализованы механизмом. Их выделяют при проверке соотношения (3.28). На этапе II по (3.30) вычисляют по два (для каждого q_1) реализуемых значения q_3 . На этапах III и IV рассчитывают соответственно по одному значению q_6 – по формулам (3.31) и $(q_2 + q_3 + q_4)$ – по формулам (3.32). На этапе V с помощью выражения (3.34) рассчитывают по два значения q_2 , только одно из которых может быть реализовано. Его выделяют при проверке системы (3.33) (этап VI). И, наконец, на этапе VII, зная сумму углов $(q_2 + q_3 + q_4)$ и составляющие q_2 и q_3 , элементарно вычисляют последнюю обобщенную координату q_4 . Полученные 8 наборов решений соответствуют возможным (без учета ограничений в шарнирах) конфигурациям руки робота.

3.10. ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИКИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ О ПОЛОЖЕНИЯХ ДЛЯ СТРУКТУР С $N < 6$

При числе степеней свободы захвата $N < 6$ робот не может выполнить произвольное программное задание. Параметры $x_{пр}$, $u_{пр}$, $z_{пр}$, $\alpha_{пр}$, $\beta_{пр}$, $\gamma_{пр}$, задающие положение захвата робота не будут независимыми. Они должны удовлетворять некоторым условиям. Число условий (число уравнений "программных" связей) равно числу отсутствующих степеней свободы захвата k . Знание уравнений программных связей необходимо для задания роботу выполнимых задач, что бывает особенно сложно сделать при аналитическом программировании. В данном разделе мы постараемся проиллюстрировать методику выявления уравнений программных связей для двух случаев: когда $N < 6$, $n = 6$ и $N = n < 6$. Первый случай соответствует вырожденным структурам (см. рис. 3.5 и 3.6). Второй случай наиболее часто встречается в робототехнике, поскольку особенности технологических операций и соответствующая организация среды, в которой действует робот, позволяют упростить и удешевить его конструкцию за счет уменьшения числа степеней подвижности.

Стратегия получения уравнений программных связей заключается в следующем. Выше был выявлен класс структур робота, для которых обратная задача решается в явном виде (см. рис. 3.10, 3.11). Многие из структур с

$N < 6$ можно получить из приведенных на рис. 3.10 и 3.11 за счет "деформации" схем скелета руки путем выбора соответствующих значений параметров a_i , t_i или обобщенных координат q_i . При этом одно (либо несколько в зависимости от числа \varkappa) из шести уравнений, определяющих решение обратной задачи в явном виде, даст искомое уравнение программных связей.

Для вариантов схем с $N < 6$, в которых отсутствует одна или несколько пар, образуемых из структур, решаемых в явном виде, уравнения программных связей находятся просто. Например, уравнение программных связей для схемы $2^+ - 3^*$ (частный случай схемы $2^+ - 1 - 3^*$) получается из условия $q_3 = \text{const}$. Если принять $q_3 = 0$, что соответствует нулевой конфигурации (см. рис. 3.12, б), то уравнение программных связей получим из (3.20) в виде

$$(x_{np} - t_6 c_\alpha c_\beta)^2 + (y_{np} - t_6 s_\alpha s_\beta)^2 + (z_{np} + t_6 s_\beta)^2 - a_2^2 - t_4^2 = 0.$$

Решение для одной и той же частной структуры с $n < 6$ может быть получено из различных базовых схем с $n = 6$. В то же время любая решаемая в явном виде структура с $n = N = 6$ может служить исходной для достаточно широкого семейства частных структур с меньшим числом степеней подвижности.

В центре рис. 3.17 приведена базовая структура $1 - 3^- - 2^+$, изменение параметров или замораживание шарниров которой приводит к ряду частных схем, указанных стрелками. В разделе 3.9 приведено решение обратной задачи для базовой схемы. Ниже показано, как для различных частных структур могут быть получены уравнения программных связей из этого общего решения.

В структуре 3.17, а вследствие $a_2 = 0$ оси двух пар совпадают, что является кинематическим признаком потери степени свободы захвата: $\varkappa = 1$ (см. раздел 3.6). Об этом свидетельствует и индикаторная матрица

$$\begin{bmatrix} * & 0 & 0 & * & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & * & 0 & * \\ * & 0 & 0 & 0 & * & * \\ * & 0 & 0 & 0 & * & * \\ * & 0 & 0 & 0 & * & * \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & * \end{bmatrix},$$

в которой имеется блок $[2 \times 5]$ нулевых элементов. Более того, второй и третий столбцы матрицы одинаковы. Это означает, что вторая и третья степени подвижности одинаково влияют на перемещение захвата. Действия этих двух кинематических пар эквивалентны действию одной пары (например, второй), с помощью которой будет отработана обобщенная координата $q_2^1 = q_2 + q_3$. Третью кинематическую пару "заморозим" при $q_3 = 0$. Тогда из (3.34) с учетом $c_3 = 1$ и $a_3 = 0$ получим уравнение программных связей

$$F^2 + E^2 - a_3^2 = 0.$$

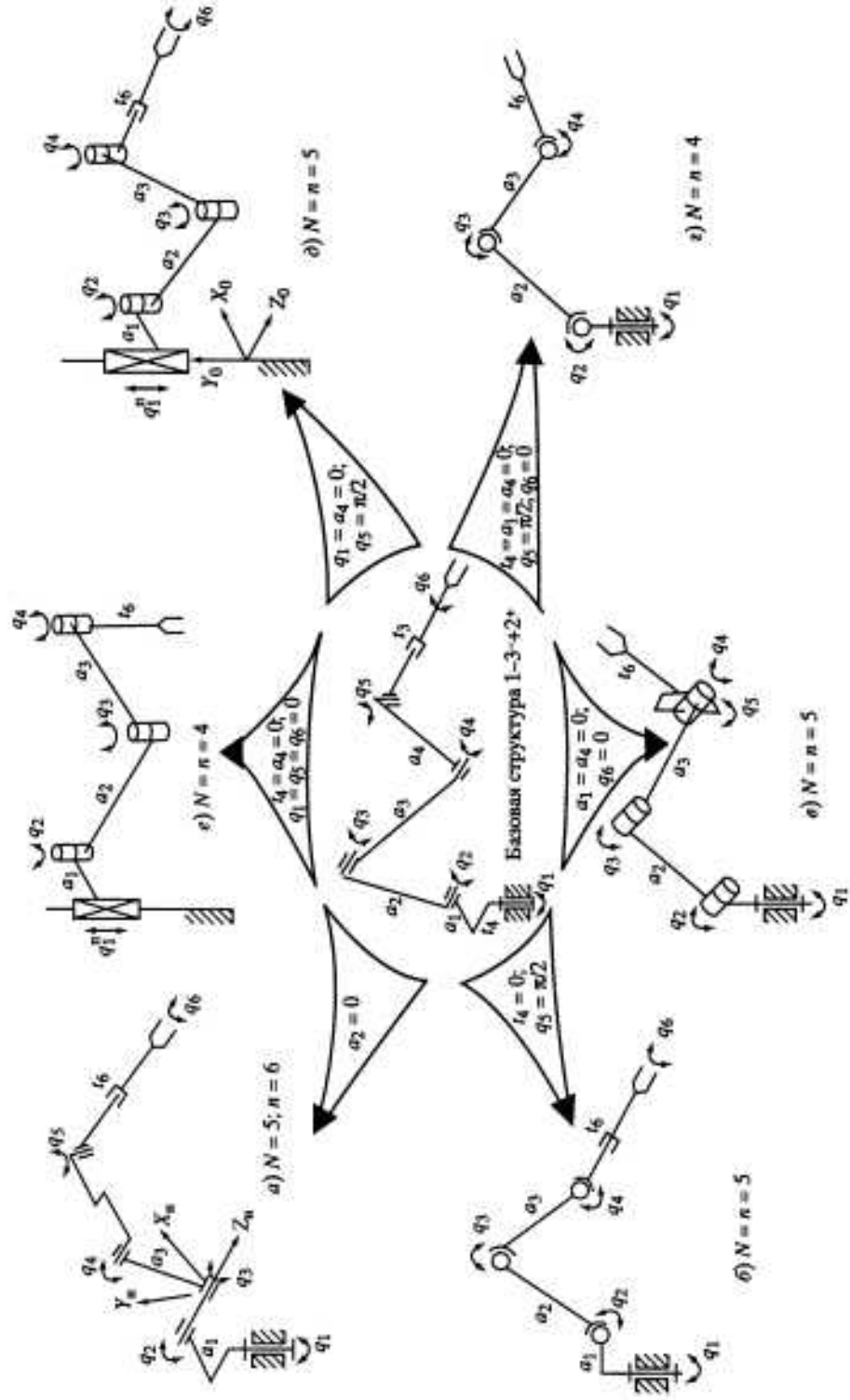


Рис. 3.17. Варианты схем роботов с $N < 6$, порожденные базовой структурой 1-3-2+

Данное выражение зависит только от известных параметров механизма и программного задания, поскольку функции s_{2+3+4} и s_{2+3+4} , входящие в F и E , определены системой (3.32), а значения q_1 и q_5 – соответственно уравнениями (3.29) и (3.30). Зависимость для расчета q_2^1 получим из системы (3.33)

$$\operatorname{tg} q_2^1 = E / F.$$

Анализ рис. 3.5 и 3.6 показал, что многие из вырожденных схем, имеющих $N < 6$ и $n = 6$, являются частными случаями структур, приведенных на рис. 3.10 и 3.11. Поэтому уравнения программных связей для них могут быть найдены аналогично рассмотренному примеру.

Если в базовой схеме "заморозить" шарнир q_5 , то получим схему, представленную на рис. 3.17,б, по которой выполнены такие известные роботы, как IRB-6 фирмы ASEA (Швеция), серия S модель 0 фирмы "Fanuc" (Япония), ТУР-10 (Россия).

Схема промышленного робота ТУР-10К приведена на рис. 3.18, а в табл. 3.4 даны номинальные геометрические параметры его руки.

Структура робота получается из базовой схемы $1-3^- - 2^+$, если $t_4 = a_1 = a_4 = 0$ и $q_5 = \pi/2 = \text{const}$. При этих условиях из выражений (3.28) и (3.30) сразу получим уравнение программных связей

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{пр}} = y_{\text{пр}} / x_{\text{пр}}, \quad (3.36)$$

которое позволяет существенно упростить все выражения для вычисления обобщенных координат по пяти заданным программным значениям $x_{\text{пр}}$ (или $y_{\text{пр}}$), $z_{\text{пр}}$, $\alpha_{\text{пр}}$, $\beta_{\text{пр}}$, $\gamma_{\text{пр}}$. При условии (3.36) из уравнений (3.28), (3.31) и (3.32) следует

$$\begin{aligned} q_1 &= \alpha_{\text{пр}}, \\ q_6 &= \gamma_{\text{пр}}, \\ q_2 + q_3 + q_4 &= \beta_{\text{пр}}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Видно, что рассматриваемая схема имеет важное преимущество: она практически не требует вычислительных операций для задания ориентации захвата. Вместе с тем она демонстрирует удобство системы углов Эйлера для описания ориентации захвата в декартовом пространстве (см. раздел 3.4).

Таблица 3.4

Номинальные геометрические параметры руки робота ТУР-10К

Номер шарнира	α , град	a , мм	t , мм	q , град
1	90	0	0	-165 ÷ +165
2	0	500	0	45-135
3	0	670	0	225-315
4	90	0	0	-115+135
5	90	0	0	90
6	0	0	95	-180 ÷ +180

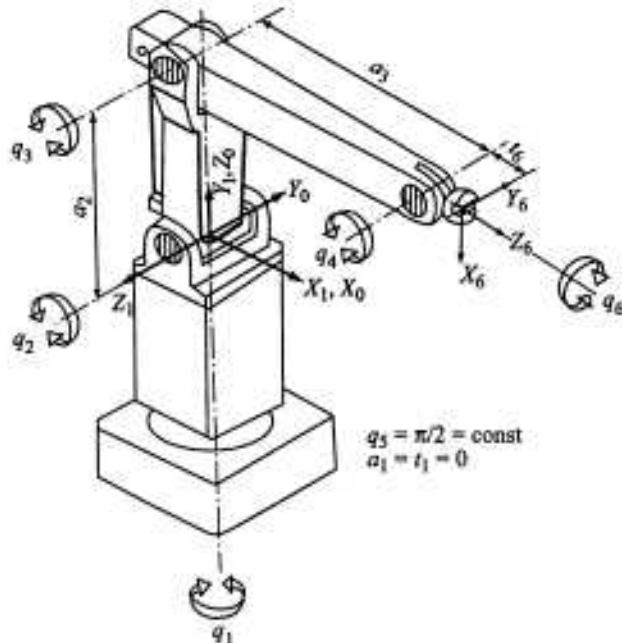


Рис. 3.18. Структурная схема промышленного робота ТУР-10К

Основой для расчета q_2 и q_3 служит система (3.33). Она дает решение для q_3 и q_2 по формулам (3.34) и (3.35) при

$$\begin{aligned} E &= -t_6 c_{\beta} + y_{np} / s_{\alpha}, \\ D &= t_6 s_{\beta} + z_{np}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

При значениях α_{np} , близких к 0 или π , слагаемое y_{np}/s_{α} следует заменить на x_{np}/c_{α} .

При исключении шарнира q_6 из базовой схемы (см. рис. 3.17, б) получим структуру робота "Hitachi process", предназначенного для сварочных операций. Уравнение программных связей для этой схемы найдем из (3.28) и (3.31)

$$\operatorname{tg} q_1 = -(s_{\gamma} c_{\alpha} - c_{\gamma} s_{\alpha} s_{\beta}) / (s_{\gamma} s_{\alpha} + c_{\gamma} c_{\alpha} s_{\beta}) = B / A. \quad (3.39)$$

Исключение обоих шарниров q_5 и q_6 дает схему, представленную на рис. 3.17, з, которую используют, например, для окрасочного робота "Kuka-Nachi-5000" с $N = n = 4$. Для этой схемы справедливы условия (3.36) и $\gamma_{np} = 0$; последнее получено из (3.39).

Следует отметить, что в настоящее время широкое распространение получили роботы, у которых группа пар 3^{\sim} имеет вертикальные оси вращения. Это семейство роботов, известное под названием SCARA, наиболее часто используют для сборочных операций. Группа пар 3^{\sim} с вертикальными осями вращения обеспечивает движение захвата в горизонтальной плоскости. Выход из плоскости достигается с помощью вертикальной поступательной пары. Для преобразования базовой схемы к такой структуре

"заморозим" обобщенную координату q_1 . Тогда из (3.28) при $t_4 = 0$ получим уравнение программных связей.

$$B = y_{np} - t_6 \cos \beta_{np} \cdot \sin \alpha_{np}, \quad (3.40)$$

При использовании поступательной пары, направленной вдоль оси Y , вместо вращательной q_1 можно записать

$$q_1^n = y_{np} - t_6 \cos \beta_{np} \cdot \sin \alpha_{np}. \quad (3.41)$$

При этом условии из базовой схемы легко получить структуры робота "Reiss" с $N = n = 5$ (рис. 3.17, д) и робота "Skilam" с $N = n = 4$ (рис. 3.17, е). В первом случае из (3.31) при $q_1 = 0$ имеем

$$\operatorname{tg} \gamma_{np} = \operatorname{tg} \alpha_{np} \cdot \sin \beta_{np}.$$

Во втором случае

$$q_1 = q_5 = q_6 = 0,$$

что позволяет из соотношения (3.30) получить следующее условие:

$$\sin \alpha_{np} = \cos \beta_{np} = 1.$$

Отметим, что в соответствии с конструкцией упомянутых моделей роботов два последние варианта схем показаны повернутыми на $\pi/2$ по сравнению с базовой схемой. Параметры программного задания указываются в неподвижной системе координат X_0, Y_0, Z_0 , как показано на рис. 3.2, б.

Полученные уравнения программных связей должны быть "защиты" в систему управления роботом и использованы либо для контроля текущей программы движений, задаваемой оператором, либо для вычисления недостающих параметров программного задания.

3.11. РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ О ПОЛОЖЕНИЯХ ДЛЯ РОБОТОВ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ЦЕПЯМИ

Выше было показано, что для разомкнутых структур роботов прямая задача о положениях не вызывает затруднений и дается по (3.1) последовательным перемножением матриц, определяющих относительные положения звеньев. Обратная задача более трудоемкая и связана с решением трансцендентных уравнений. Только для определенного класса структур она имеет решение в явном виде.

Для структур с параллельными кинематическими цепями, примером которых являются i -координатные схемы роботов, ситуация по задачам о положениях прямо противоположная: прямая задача приводит к необходимости решать систему нелинейных уравнений, а обратная решается явно с помощью следующей элементарной процедуры.

Свяжем неподвижную систему координат XYZ с нижней (опорной) пластиной, как показано на рис. 2.14. Тогда координаты центра i -го ($i = 1, \dots, 6$) шарнира на нижней пластине будут $x_i, y_i, 0$. Подвижную систему

координат $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ свяжем с верхней пластиной (исполнительным звеном робота); в ней определены центры всех верхних шарниров координатами $\bar{x}_i, \bar{y}_i, 0$. В качестве системы обобщенных координат принимают расстояния l_i одноименных шарниров на верхней и нижней пластинах.

При решении обратной задачи заданы абсолютное положение и ориентация исполнительного звена робота в абсолютной системе координат с помощью матрицы M_{np} , определенной в (3.13). Необходимо найти обобщенные координаты системы, удовлетворяющие этому заданию. Очевидно, координаты $\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i$ центров шарниров верхней пластины в абсолютной системе координат легко определяются соотношением

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_i \\ \bar{y}_i \\ \bar{z}_i \\ 1 \end{bmatrix} = M_{np} \begin{bmatrix} \bar{x}_i \\ \bar{y}_i \\ \bar{z}_i \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Тогда обобщенные координаты l_i системы вычисляются по формуле

$$l_i = \sqrt{(\bar{x}_i - x_i)^2 + (\bar{y}_i - y_i)^2 + z_i^2}.$$

Следовательно, обратная задача о положении исполнительного звена робота решена.

3.12. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА О СКОРОСТЯХ РУКИ РОБОТА

Обратная задача о скоростях требует решения системы линейных уравнений (3.5) относительно обобщенных скоростей. Процесс обращения матрицы J требует существенных затрат машинного времени, что не позволяет управлять робототехнической системой в реальном масштабе времени. Поэтому предпринимаются попытки получить аналитическое решение этой задачи [28]. Основные затруднения здесь обусловлены тем, что в общем

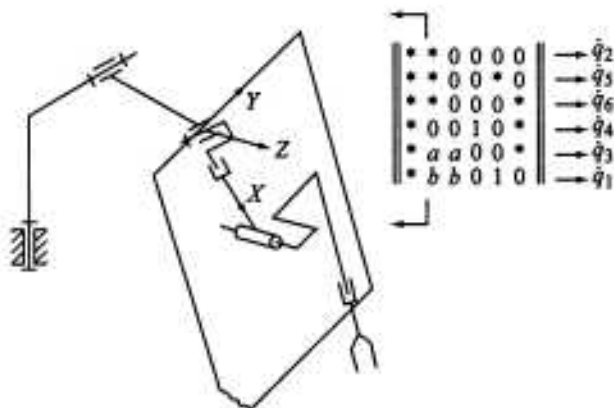


Рис. 3.19. Схема, иллюстрирующая решения обратной задачи о скоростях робота

случае матрица Якоби, соответствующая системе координат, ориентированной по захвату, содержит практически все значащие элементы. В результате необходимо аналитически решать систему высокого (шестого) порядка. Известные решения касаются случая, когда структура руки распадается на региональную и ориентирующую части. Последняя представляет собой три вращательные пары с пересекающимися в одной точке осями [21]. Использование индикаторной матрицы может существенно облегчить поиск решения для более широкого класса структур. Например, для структуры, рассмотренной в работе [28] и представленной на рис. 3.19, полученная матрица сразу подсказывает стратегию поиска аналитических выражений для обобщенных скоростей: сначала из вектора задания вычитают слагаемые, зависящие от \dot{q}_1 , после этого задача сводится к последовательному решению уравнений первого порядка относительно \dot{q}_2 , \dot{q}_5 , \dot{q}_6 , \dot{q}_4 , \dot{q}_3 . Все они выражаются через компоненты вектора задания и \dot{q}_1 . На заключительном этапе из шестого уравнения определяют \dot{q}_1 , которое после подстановки дает полный набор аналитических выражений для определения обобщенных скоростей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. М.: Наука, 1968. 912 с. 128
2. Анишин С.С., Тывес Л.И. Устойчивость особых конфигураций манипулятора // Машиноведение. 1971. № 4. С. 45–50.
3. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1967. 719 с.
4. Артоболевский И.И., Кобринский А.Е. Роботы // Машиноведение. 1970. № 5. С. 3–11.
5. Карнович С.Е. Мгновенная степень подвижности манипулятора // Известия вузов. Машиностроение. 1981. № 1. С. 55–58.
6. Корендясев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. Определение числа степеней свободы исполнительного органа промышленного робота // Машиноведение. 1985. № 6. С. 44–53.
7. Корендясев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. К решению в явном виде обратной задачи о положениях манипуляторов с шестью степенями подвижности // Там же. 1986. № 3. С. 10–21.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1978. 831 с.
9. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1968. 431 с.
10. Курохару Окомото. Алгоритм управления многозвенным манипулятором // Интегральные роботы / Пер. с англ. под ред. Г.Е. Позднякова. М.: Мир, 1973. Вып. 1. С. 305–322.
11. Лебедев П.А., Илиев М.И. Кинематический синтез манипулятора для выгрузки штучных грузов из крытых вагонов // Теоретична и приложна механика – четвърти конгрес. София: Изд. БАН, 1981. Кн. 2. С. 440–445.
12. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1979. 574 с.
13. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. М.: Наука, 1968. 584 с.
14. Литвин Ф.Л. Определение функции положения пространственного механизма способом условного замыкания контура // Машиноведение. 1970. № 3. С. 51–57.
15. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.
16. Морошкин Ю.Ф. Определение конфигураций механизмов // Докл. АН СССР. 1952. Т. 82, № 4. С. 533–536.
17. Морошкин Ю.Ф. Основы аналитической теории механизмов // Семинар по теории машин и механизмов. М.: АН СССР, 1954. С. 25–50. (Тр. Ин-та машиноведения; Т. 14, вып. 54).
18. Мусхелишвили Н.И. Курс аналитической геометрии. М.: Высшая школа, 1967. 655 с.
19. Овакимов А.Г. Аналогии скоростей и ускорений пространственных механизмов с несколькими степенями свободы // Машиноведение. 1969. № 6. С. 51–58.

20. Овакимов А.Г., Аншин С.С. Якобиева матрица манипуляторов и ее приложение к определению статических ошибок положения // Там же. 1972. № 2. С. 34–39.
21. Пол Р. Моделирование, планирование траекторий и управление движением робота-манипулятора. М.: Наука, 1976. 103 с.
22. Попов Е.П., Верецагин А.Ф., Зенкевич С.Л. Манипуляционные роботы. Динамика и алгоритмы. М.: Наука, 1978. 398 с.
23. Уикер Дж. Динамика пространственных механизмов // Конструирование и технология машиностроения, М.: Мир, 1969. № 1. С. 264–278.
24. Чжан Цы-сянь. Кинематический анализ механизмов с низшими парами методом матриц 4-го порядка // Труды семинара по теории машин и механизмов. М.: АН СССР, 1962. Вып. 92.
25. Штильман Л.Г. О преобразовании координат в системе управления искусственной конечностью // Некоторые вопросы механики роботов и биомеханики. М.: Изд-во МГУ, 1978. С. 75–90.
26. Pieper D.H., Roth B. The kinematics of manipulators under computer control // II Intern. Congr. of the theory of machines and mechanisms. Zakopane, 1969. Vol. 2. P. 159–168.
27. Whitney D.E. The mathematics of coordinated control of prosthetic arms and manipulators // Trans. ASME, G.J. Dynam. Syst., Meas. and Control. 1972. Vol. 94, N 4. P. 19–27.
28. Woldron K.J., Shih-Liang Wang, Bolin S.J. A study of jacobian matrix of serial manipulators // ASME J. Mech., Trans. and Automat. Design. 1985. Vol. 107, June. P. 107–112.

МЕТОД ОБЪЕМОВ И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИ СИНТЕЗЕ МАНИПУЛЯТОРА И ПЛАНИРОВАНИИ ДВИЖЕНИЙ

4.1. ПОНЯТИЕ ОБ УГЛЕ СЕРВИСА. ХАРАКТЕРИСТИКИ СЕРВИСА. ИДЕАЛЬНЫЙ МАНИПУЛЯТОР

Методы кинематического анализа, рассмотренные в предыдущей главе, позволяют исследовать кинематику манипулятора при заданных законах движения всех его ведущих звеньев (либо при заданном движении его рабочего органа). Однако для изучения тех или иных (но каждый раз конкретных) траекторий движения остаются в стороне общие кинематические свойства руки робота. В силу этого наряду с использованием траекторного метода кинематического анализа целесообразно рассмотреть метод, позволяющий получить общие интегральные оценки кинематических свойств руки робота, характеризующие его некоторые качества при обработке множества траекторий. Эти интегральные оценки необходимы для определения степени кинематического совершенства разрабатываемой конструкции робота, для согласования взаимодействия робота с обслуживаемым оборудованием (и даже для согласования частей биотехнической системы оператор–манипулятор) и т.д.

Манипулятор функционирует в рабочем пространстве, определяемом длиной его звеньев и перемещениями в шарнирах. Захват манипулятора может достигнуть любой точки этого пространства, однако функциональные возможности механизма оказываются различными в разных точках, т.е. каждой точке рабочего пространства данного манипулятора присущи определенные свойства, характеризующие возможности осуществления различных рабочих операций. Исследование свойств рабочего пространства, сообщаемых ему манипулятором, позволяет оценить важные характеристики манипулятора интегрально.

В процессе работы манипулятора необходимо иметь возможность ориентировать захват различным образом и перемещать его относительно объекта манипулирования. Однако структурные и конструктивные ограничения не позволяют подводить захват к любой точке рабочего пространства под любым углом.

Очевидно, что конструкция руки тем лучше, чем эффективнее способность захвата ориентироваться в разных точках рабочего пространства. Для каждой точки этого пространства можно определить некоторый телесный угол θ , внутри которого схват можно подвести к этой точке. Такой угол называется пространственным углом обслуживания или углом сервиса [3].

$$\theta/4\pi = \Theta \quad (4.1)$$

называется коэффициентом сервиса в данной точке. Таким образом, определено некоторое скалярное поле над рабочим пространством, т.е. каждой точке пространства поставлен в соответствие ее коэффициент сервиса. Значение Θ может меняться от 0 для точек на границе рабочего пространства до 1 для точек так называемой зоны 100% или полного сервиса. Представляется технически оправданным характеризовать качество манипулятора в целом средней величиной коэффициента сервиса $\bar{\Theta}$ в рабочем пространстве V

$$\bar{\Theta} = (1/V) \int_V \Theta dV,$$

которая называется полным коэффициентом обслуживания или сервисом манипулятора.

Введенные параметры являются характеристиками сервиса и образуют основу комплекса общих интегральных оценок кинематических свойств руки робота. Заметим, что именно интегральная оценка каких-либо свойств промышленного робота, ассоциированная с точками рабочего пространства, составляет суть метода объемов, широко распространенного в робототехнике.

При определении коэффициента сервиса в данной точке представим, что манипулятор захватил губками захвата некоторый объект пренебрежимо малых размеров, находящийся в этой точке. Допустим, что захват манипулятора перемещается, меняя ориентацию в пространстве, но объект не покидает данной точки. При этом связь, накладываемая объектом на манипулятор, аналогична связи, накладываемой шаровым шарниром, находящимся в интересующей нас точке и соединяющим схват со стойкой. Манипулятор в этом случае превратится в пространственный механизм, и Θ определится тем пространственным углом, на который может поворачиваться ось схвата. Таким образом, задача определения Θ сводится к исследованию семейства пространственных механизмов с несколькими степенями подвижности.

Относительная подвижность звеньев ограничивается конструктивными размерами механизма и систем приводов кинематических пар. Поэтому целесообразно предварительно рассмотреть свойства идеального манипулятора без учета конструктивных и структурных факторов. Под идеальным будем понимать такой манипулятор, в котором отсутствуют ограничения на перемещения во всех кинематических парах, а толщиной звеньев и размерами шарниров которого можно пренебречь.

Рассмотрим зоны сервиса манипулятора, структура которого имеет семь степеней подвижности: $3^* - 1 - 3^*$. Пары, входящие в группу 3^* , можно заменить одной сферической вращательной парой третьего класса. В полученном механизме кинематические пары будем обозначать начальной буквой названия соответствующего сустава руки человека: P – плечо, L – локоть, Z – запястье. Обозначим длины звеньев (рис. 4.1) через l_1, l_2, l_3 .

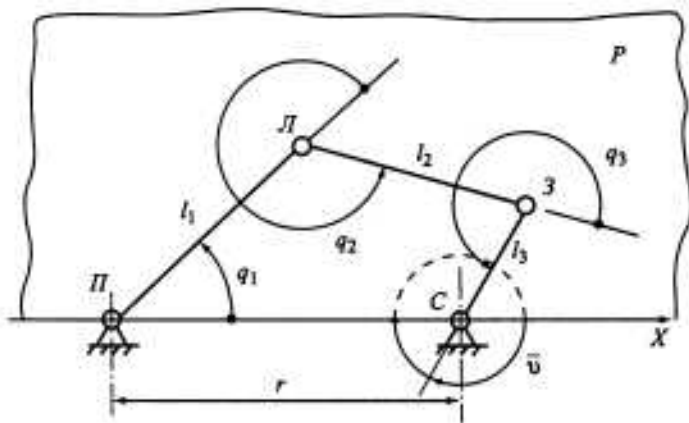


Рис. 4.1. Расположение в базовой плоскости идеального манипулятора 3^*-1-3^* , замкнутого на стойку с помощью сферического шарнира

Естественно, эти длины равны некоторым из параметров a_i, l_i в матрицах $M_{i-1,i}$ преобразования систем координат. Для наглядности во многих случаях (и здесь в частности), когда при анализе моделей механической руки не используют упомянутые матрицы, длины жестких звеньев будем обозначать через l_i .

Процесс произвольных переориентаций схвата можно представить как вращение звена ЗС относительно неподвижной точки С так, что траектории точки З лежат на сфере радиусом l_3 . В результате мы получим пространственный четырехзвенный механизм со стойкой. Все звенья этого механизма можно расположить в одной плоскости P – базовой плоскости и вращать последнюю вокруг оси, проходящей через точки Π и C . В этом случае точка З будет описывать сферическую поверхность вокруг точки С. Таким образом, исследование характеристик сервиса этого трехзвенного манипулятора можно свести к исследованию ряда плоских четырехзвенных замкнутых механизмов, различающихся длиной звена PC . При этом можно определить коэффициент сервиса для любой точки на оси X , а меняя положение оси X в пространстве, – для любой точки рабочего пространства. Для рассматриваемого идеального манипулятора значение Θ для точек, расположенных на оси X , не будет зависеть от ее положения в пространстве, следовательно, достаточно исследовать одно произвольное положение этой оси. Взаимное расположение звеньев в базовой плоскости характеризуется углами q_1, q_2, q_3 .

Движение точки C вдоль X как в сторону плеча Π , так и в противоположном направлении ограничено двумя предельными значениями, соответствующими двум предельным положениям механизма. В одном из них захват максимально удален от плеча, при этом точка C будет находиться от точки Π на расстоянии

$$r_{\max} = l_1 + l_2 + l_3.$$

Во втором захват находится на наибольшем расстоянии от первого предельного положения.

Определим расположение зон сервиса манипулятора. Известные условия проворачиваемости [2] позволяют найти первую зону – зону полного сервиса. При условии $l_1 > l_2 > l_3$ эта зона находится в пределах

$$l_1 + l_2 - l_3 \geq r \geq l_1 - l_2 + l_3.$$

За пределами этой зоны величина Θ меняется от 0 до 1.

Вторая зона находится в пределах

$$l_1 + l_2 + l_3 \geq r \geq l_1 + l_2 - l_3,$$

при этом справедливо равенство

$$|l_3^2 + r^2 - (l_1 + l_2)^2| / 2rl_3 = \cos \bar{\vartheta}. \quad (4.2)$$

Здесь $\bar{\vartheta}$ – максимальный угол (см. рис. 4.1), в пределах которого может повернуться звено l_3 при данном значении r . Угол $\bar{\vartheta}$ можно назвать углом сервиса в базовой плоскости. Поскольку манипулятор может занимать положения, симметричные относительно оси X , будем считать, что угол $\bar{\vartheta}$ может изменяться в пределах от 0 до π . Именно этим предельным значениям $\bar{\vartheta}$ и соответствуют границы второй зоны.

Для третьей зоны справедливо равенство

$$|l_3^2 + r^2 - (l_1 - l_2)^2| / 2rl_3 = \cos \bar{\vartheta}, \quad (4.3)$$

причем

$$l_1 - l_2 + l_3 \geq r \geq l_1 - l_2 - l_3. \quad (4.4)$$

Если звенья манипулятора связаны неравенством $l_2 > l_1 > l_3$, то пределы, определяемые из (4.3) при $\bar{\vartheta}$, равном 0 и π , будут

$$l_2 - l_1 + l_3 \geq r \geq l_2 - l_1 - l_3. \quad (4.5)$$

Объединив формулы (4.4), (4.5), получим

$$|l_1 - l_2| + l_3 \geq r \geq |l_1 - l_2| - l_3.$$

Выражения (4.2), (4.3) позволяют определить угол $\bar{\vartheta}$ для точек вдоль оси X . Вместе с тем угол $\bar{\vartheta}$ однозначно определяет пространственный угол сервиса ϑ и коэффициент сервиса Θ . Углу $\bar{\vartheta}$ на базовой плоскости соответствует в пространстве шаровой сектор, площадь поверхности которого определяется выражением

$$S = 2\pi l_3^2 (1 - \cos \bar{\vartheta}).$$

С учетом определения коэффициента сервиса (4.1) имеем

$$\Theta = 2\pi(1 - \cos \bar{\vartheta}) / 4\pi = (1 - \cos \bar{\vartheta}) / 2. \quad (4.6)$$

Исключив $\bar{\vartheta}$ из выражений (4.2) и (4.3) и решив их относительно Θ , получим

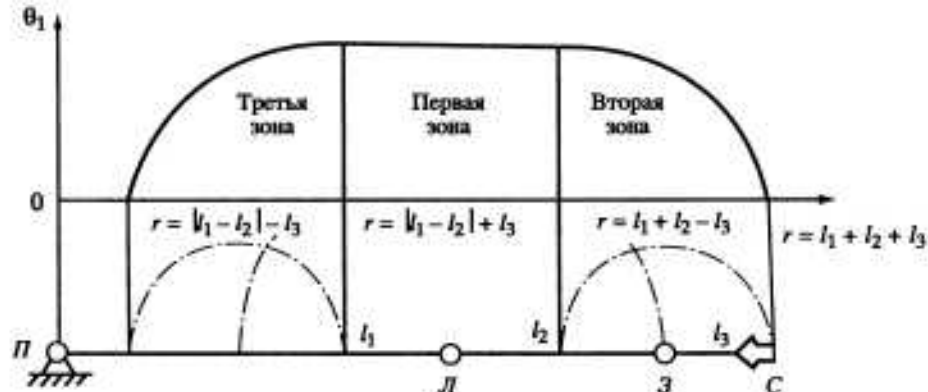


Рис. 4.2. Характерные зоны $\Theta = \Theta(r)$

для первой зоны

$$\Theta = 1; \quad (4.7)$$

для второй зоны

$$\Theta = \left| (l_1 + l_2)^2 - (r - l_3)^2 \right| / 4rl_3; \quad (4.8)$$

для третьей зоны

$$\Theta = \left| (r + l_3)^2 - (l_1 - l_2)^2 \right| / 4rl_3. \quad (4.9)$$

По формулам (4.7)–(4.9) построен график изменения Θ при движении схвата (точки C) от r_{\max} до r_{\min} (рис. 4.2). Он соответствует случаю $|l_1 - l_2| > l_3$ и на нем отмечены границы рассмотренных выше зон, различающихся характером изменения Θ .

Рассмотрим ситуацию, при которой $|l_1 - l_2| = l_3$. Распределение зон сервиса при этом полностью подчинено полученным выше закономерностям для всего диапазона изменений радиуса, за исключением случая, когда захват совпадает с точкой Π ($r = 0$). В этом положении за счет вращения всего манипулятора в плечевом шарнире схват может быть ориентирован относительно точки Π любым образом, поэтому $\Theta = 1$. Если $|l_1 - l_2| < l_3$, то также возникают некоторые особенности распределения Θ в третьей зоне. В частности, в этой зоне появляется участок со значением $\Theta = 1$. Согласно уравнению (4.9) равенство $\Theta = 1$ возможно при $r = r_1 = l_3 + |l_1 - l_2|$ и $r = r_2 = l_3 - |l_1 - l_2|$. Минимальное значение Θ достигается при $r = r_3 = \sqrt{l_3^2 - (l_1 - l_2)^2}$. Следовательно, при $r < r_2$ схват приобретает проворачиваемость, которую сохраняет до $r = 0$. При $l_1 = l_2$ получим $r_1 = r_2 = r_3$ и на графике $\Theta = f(r)$ в пределах $(l_1 + l_2 - l_3) \geq r \geq 0$ будет выполняться равенство $\Theta = 1$. Очевидно, что для улучшения характеристик сервиса соотношение длин звеньев $l_1 = l_2$ и $l_3 > 0$ является наиболее выгодным, так как при этом Θ будет наибольшим.

4.2. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК СЕРВИСА РУКИ РОБОТА ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕНИЙ

Из матрицы Якоби частных передаточных отношений видно, что в структурах с вращательными кинематическими парами на ориентацию захвата в равной мере влияют угловые перемещения, реализующие региональные движения запястья и угловые локальные перемещения звеньев запястья. В силу этого обычные конструктивные ограничения подвижности во всех кинематических парах приводят к сложной картине пространственных ограничений ориентации схвата, что затрудняет получение аналитических зависимостей в форме, удобной для исследования. Поэтому разработаны методика и алгоритмы численного расчета, которые позволяют определять пространственные углы обслуживания для любых кинематических структур рук с учетом ограничений в кинематических парах и толщин звеньев, а также получать результаты в виде наглядных диаграмм распределения характеристик сервиса по объему.

В первую очередь речь идет о структурах, в которых ось захвата может произвольно ориентироваться в пространстве, т.е. захват имеет без учета ротации вокруг его собственной оси симметрии пять степеней свободы. Именно в таких случаях наш критерий – пространственный угол обслуживания – имеет смысл. В других случаях следует ввести плоскостные аналоги характеристик сервиса. Максимальное число степеней подвижности структуры руки робота не ограничено.

Анализируемую кинематическую структуру необходимо превратить в механизм, замкнутый на стойку, с ведущим звеном – захватом. Для этого захват соединяют со стойкой сферической парой, а при наличии ротации захвата – сферической парой с пальцем [2] или шарниром Гука, поскольку вращение захвата вокруг его оси игнорируется. Число степеней подвижности \bar{n} полученной кинематической цепи подсчитывают по известной формуле Сомова–Малышева. Нас интересуют механизмы, число степеней подвижности которых равно числу независимых движений ведущего звена, т.е. двум.

Если у замкнутой кинематической цепи $\bar{n} > 2$, то части ее обобщенных координат в количестве $(\bar{n} - 2)$ необходимо дать фиксированные значения и рассматривать уже группу механизмов, отличающихся друг от друга лишь комбинациями фиксированных значений этих координат. Перебор фиксируемых значений координат через некоторый интервал производится в пределах

$$q_{j\min}^* \leq q_j \leq q_{j\max}^* \quad (j = 1, 2, \dots, \bar{n} - 2),$$

$q_{j\min}^*$, $q_{j\max}^*$ – граничные значения j -й обобщенной координаты.

Другая особенность методики связана со способом задания положений ведущего звена преобразованного механизма, т.е. со способом задания положений захвата. Наша задача – задать точке, характеризующей положение запястья, например точке Z на рис. 4.1, множество положений, равномерно распределенных по поверхности сферы, радиус которой равен длине ведущего звена механизма, т.е. l_3 .

Простым перебором значений сферических координат точки Z через равные интервалы не удается достичь равномерного распределения точек по поверхности сферы: получается их большая концентрация на "полюсах" и меньшая на "экваторе" (по аналогии с координатной системой Земли). Наилучшим выходом из положения было бы размещение искомым точек Z в центрах окружностей, плотно заполняющих всю поверхность сферы. В этом случае точки Z лежали бы в вершинах решетки из правильных треугольников. Реализовать решетку из треугольников на поверхности сферы можно, если вписать в сферу правильный многогранник с треугольными гранями. Существуют лишь три типа таких многогранников [17]: тетраэдр, октаэдр и икосаэдр с числом вершин соответственно 4, 6 и 12. Для наших целей такого числа точек на сфере недостаточно. Можно воспользоваться тем, что боковая поверхность шарового слоя зависит только от толщины слоя и считать, что точки равномерно распределены по сфере, если относящиеся к каждой точке элементарные поверхности имеют одинаковые площади.

Рядом плоскостей, перпендикулярных, например оси X , можно разделить сферу на несколько поясов равной высоты, а каждый пояс на одно и то же число равных частей. Полученные таким образом элементарные площадки будут иметь одинаковые поверхности. Центры площадок могут представлять положения точек Z на сфере.

Недостатком данного способа назначений положений точек Z является существенный разброс расстояний между ближайшими точками. Поэтому целесообразно, особенно при относительно небольшом числе точек на сфере (100–200), разбить поверхность сферы плоскостями на четное число поясов так, чтобы их "высоты" по дуге пояса были равны. Верхний пояс, имеющий вид шарового сегмента, делится меридианами на четыре равные треугольные области. Каждый из остальных поясов делится на такое число равных областей, чтобы их площади были примерно равны площади полярного треугольника. Как показали расчеты, в этом случае даже при числе поясов, равном 8 (общее число точек $\bar{N} = 104$), неравномерность разбиения сферы невысока.

Третья особенность методики обусловлена спецификой рассматриваемой структуры и связанными с ней возможностями и результатами решения обратной задачи о положениях. Если существует решение обратной задачи о положениях (см. гл. 3) и известен граф поиска комбинаций решений для заданной структуры, то последующий процесс определения характеристик сервиса трудностей не вызывает. В противном случае требуется привлечение методов последовательных приближений для решения обратной задачи о положениях и дополнительный анализ реализуемости той или иной комбинации корней.

Полученные комбинации обобщенных координат q_i для исследуемой структуры в разработанном алгоритме сравниваются с ограничениями подвижностей $q_{i \min}^*$, $q_{i \max}^*$ в шарнирах. Кроме того, для каждой комбинации корней проверяется реализуемость положения по признаку отсутствия пересечения звеньев заданных геометрических размеров. Если хотя бы одна комбинация удовлетворяет обоим ограничениям, то положение захвата

манипулятора считается реальным. Таким образом, проверяются все \bar{N} выбранных положений захвата внутри сферы. В результате выявляются число \bar{k} реальных положений, которые в исследуемой точке пространства определяют пространственный угол сервиса θ . Коэффициент сервиса определится отношением

$$\theta = \bar{k} / \bar{N}.$$

Сервис манипулятора $\bar{\Theta}$ характеризуется средней величиной коэффициента сервиса по объему, в котором равномерно распределено k точек, т.е.

$$\bar{\Theta} = \sum_1^k \theta / k.$$

В качестве примера рассмотрим исполнительный механизм, представленный на рис. 4.3. Особенность его структуры заключается в том, что она содержит группу 3^+ и две пересекающиеся группы 2^- и 2^+ . (Одна кинематическая пара входит в каждую из этих групп). При любом представлении этой структуры – $2^+ - 1 - 3^+$ или $1 - 2^- - 3^+$ – обратная задача о положениях для нее решается в явном виде. Как будет показано ниже, алгоритм решения полностью соответствует случаю $1 - 2^- - 3^+$ (см. рис. 3.10). Перемещения по каждой обобщенной координате ограничены (q_i^* – соответствующие предельные значения обобщенных координат).

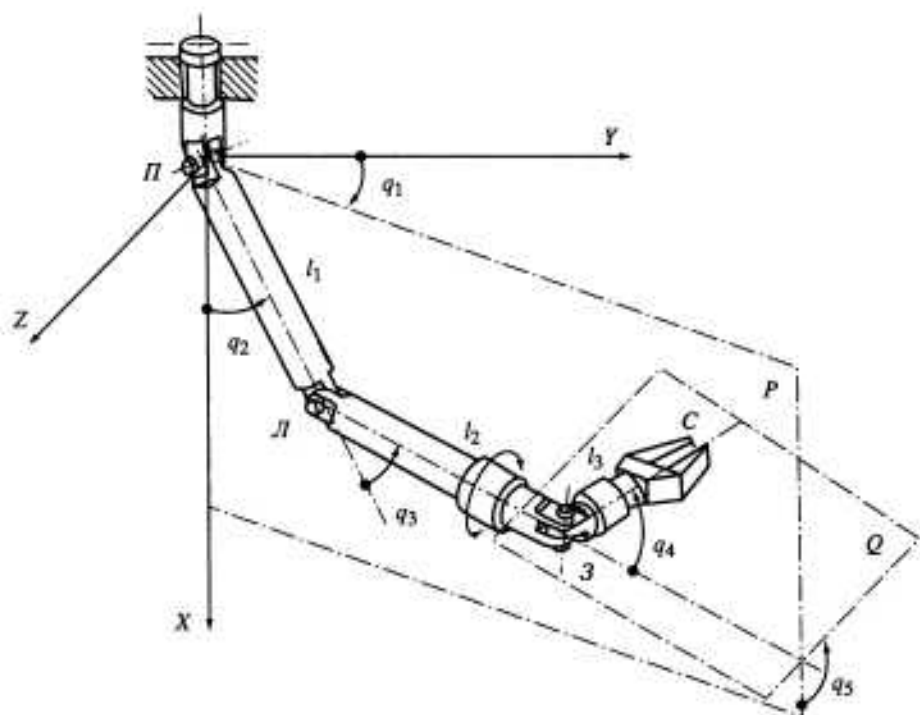


Рис. 4.3. Обобщенные координаты структуры руки $2^+ - 1 - 3^+$

Последовательность действий будет аналогичной. Заменим схват шаровым шарниром, помещенным в некоторую точку C рабочего пространства с координатами x_C, y_C, z_C . Получим пространственный механизм с двумя степенями свободы (вращение захвата относительно его продольной оси не учитываем). При движении этого механизма точка Z будет двигаться по поверхности сферы радиусом l_3 с центром в точке C . Задача определения Θ состоит в нахождении пространственного угла, образуемого множеством положений звена l_3 , допускаемых ограничениями q_1^* .

Напомним, если игнорировать вращение захвата вокруг его оси вращения, то получим четыре комбинации решений, в каждой из которых необходима проверка удовлетворения корней ограничением q_1^* . Специфика рассматриваемой кинематической структуры манипулятора и описанная выше методика задания положений захвата (координаты точки C и определяемая по ним таблица координат точки Z) позволяют с помощью простых геометрических соотношений найти решения обратной задачи.

По координатам точки Z определяется угол q_1 , образованный базовой плоскостью P (в которой лежат плечо, локоть и запястье) с осью Y

$$q_1 = \text{arctg}(z_3 / y_3).$$

Определим углы q_2 и q_3

$$q_3 = \pm \arccos\left[(y_3^2 / \cos^2 q_1) + x_3^2 - l_1^2 - l_2^2\right].$$

Чтобы найти q_2 воспользуемся уравнением

$$y_3 / \cos q_1 = l_1 \sin q_2 + l_2 \sin(q_2 + q_3),$$

из которого

$$\sin q_2 = \left[A_0 B_0 \pm \sqrt{C_0^2 (C_0^2 + B_0^2 - A_0^2)} \right] / (B_0^2 + C_0^2),$$

где $A_0 = y_3 / \cos q_1$; $B_0 = l_1 + l_2 \cos q_3$; $C_0 = l_2 \sin q_3$.

Будем считать, что угол q_2 может меняться в пределах $-\pi/2 \leq q_2 \leq \pi/2$, тогда получим два значения для q_2 , причем большему из них соответствует отрицательное значение q_3 .

Относительный поворот осей шарниров L и Z будем измерять углом q_5 между плоскостями P и Q (последняя определяется точками L, Z, C), отсчитываемым в направлении от плоскости P к плоскости Q против часовой стрелки, если смотреть от точки Z на точку L . Найдем координаты точки L :

$$x_L = l_1 \cos q_2; \quad y_L = l_1 \sin q_2 \cdot \cos q_1; \quad z_L = l_1 \sin q_2 \cdot \sin q_1.$$

Уравнение плоскости P будет

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0.$$

Здесь $A_1 = 0$, $B_1 = -\sin q_1$, $C_1 = \cos q_1$, $D_1 = 0$.

Уравнение плоскости, проходящей через начало координат параллельно плоскости Q , найдем, решив систему уравнений

$$\begin{cases} A_2 x_D + B_2 y_D + C_2 z_D = 0, \\ A_2 x_3 + B_2 y_3 + C_2 z_3 = 0, \\ A_2 x_C + B_2 y_C + C_2 z_C = 0. \end{cases}$$

Теперь

$$q_5 = \pm \arccos(C_2 \cos q_1 - B_2 \sin q_1) / \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}.$$

Обычно в манипуляторах ограничения на q_5 симметричны. Поэтому знак q_5 не имеет значения.

Величина сгибания в запястье q_4 определяется как угол между векторами L_3 и ZC

$$q_4 = \pm \arccos[(x_C - x_3)(x_3 - x_D) + (y_C - y_3)(y_3 - y_D) + (z_C - z_3)(z_3 - z_D)] / l_2 l_3.$$

Для определения знака q_4 воспользуемся соотношением

$$X_C = l_1 \cos q_2 + l_2 \cos(q_2 + q_3) + l_3 \cos q_4 \cdot \cos(q_2 + q_3) - l_3 \sin q_4 \cdot \cos q_5 \cdot \sin(q_2 + q_3), \quad (4.10)$$

которое получается из векторного уравнения

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_3 = \vec{PC}.$$

Искомым будет значение q_4 , при котором соотношение (4.10) обращается в тождество.

Сравнив найденные значения углов q_i с ограничениями q_i^* , делаем вывод о реальности или нереальности конфигурации манипулятора при данном положении звена l_3 .

После этого изменим положение точки Z , оставив точку C на прежнем месте, и повторим все операции. Так определяются очертания пространственного угла в данной точке C , образуемого реальными положениями манипулятора.

По приведенному алгоритму была составлена программа и произведены расчеты полного коэффициента сервиса манипулятора. Просчитан ряд вариантов, в которых изменяли длины звеньев (табл. 4.1) и ограничения на углы относительного поворота звеньев (табл. 4.2).

Кроме полного коэффициента сервиса ($\bar{\Theta}$) подсчитывали следующие отношения:

- числа точек рабочего пространства, в которых схват может быть ориентирован в положительном направлении оси X , к общему числу точек рабочего пространства ($\bar{\delta}_1$);

- числа точек, в которых схват может быть ориентирован в положительном направлении оси Z , к общему числу точек рабочего пространства ($\bar{\delta}_2$);

Таблица 4.1

Варианты наборов длин звеньев манипулятора

Длина звена	Вариант		
	I	II	III
l_1	98	88	108
l_2	83	93	73
l_3	25,5	25,5	25,5

Таблица 4.2

Варианты наборов ограничений по обобщенным координатам манипулятора

Ограничение	Вариант		
	1	2	3
q_2^*	+45° -90°	+45° -90°	±90°
q_3^*	+135° 0°	+135° 0°	±90°
q_4^*	±90°	+150° -30°	±90°
q_5^*	±90°	±90°	±90°

Таблица 4.3

Результаты расчетов характеристик сервиса при различных наборах длин звеньев и ограничений по обобщенным координатам манипулятора

Характеристика сервиса	Вариант ограничения		
	1	2	3
<i>Вариант длин звеньев I</i>			
Θ	0,569	0,701	0,403
δ_1	0,885	0,889	0,567
δ_2	0,624	0,710	0,412
δ_{12}	0,546	0,608	0,241
<i>Вариант длин звеньев II</i>			
Θ	0,498	0,675	0,374
δ_1	0,844	0,820	0,567
δ_2	0,624	0,685	0,396
δ_{12}	0,456	0,534	0,245
<i>Вариант длин звеньев III</i>			
Θ	0,628	0,726	0,414
δ_1	0,930	0,922	0,371
δ_2	0,673	0,722	0,371
δ_{12}	0,618	0,649	0,371

– числа точек, в которых схват может быть ориентирован как в положительном направлении оси X, так и в положительном направлении оси Z, к общему числу точек рабочего пространства ($\bar{\delta}_{12}$).

Данные оценки также относятся к характеристикам сервиса.

Для всех вариантов расчеты проводили для 245 точек, лежащих в плоскости симметрии рабочего пространства. В каждой точке просчитывали 256 положений звена l_3 . В таблице 4.3 приведены результаты расчетов, соответствующие каждому из сочетаний вариантов таблиц 4.1 и 4.2. Видно, что наиболее выгоден вариант 2–III. Приведенный пример показывает, что оценка кинематических свойств манипулятора коэффициентом сервиса $\bar{\Theta}$ позволяет легко выбрать наиболее выгодный вариант конструкции.

4.3. ОЦЕНКА МАНИПУЛЯТИВНЫХ СПОСОБНОСТЕЙ РУКИ ЧЕЛОВЕКА

Если человек управляет техническим устройством в ручном режиме с помощью пультов, мнемонических рукояток и т.д., то необходимо знать, какими возможностями манипулирования объектами обладает рука человека-оператора. Естественно попытаться [4] оценить эти возможности с помощью характеристик сервиса.

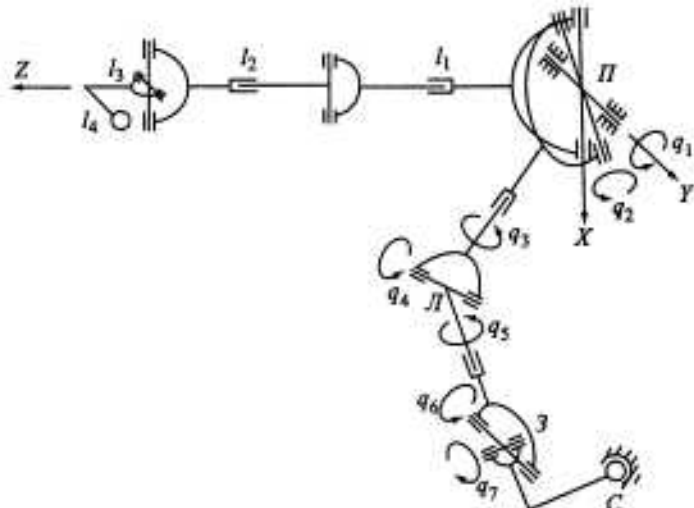


Рис. 4.4. Кинематическая модель скелета руки человека-оператора

Анализ функциональных способностей руки человека с учетом мельчайших деталей ее строения и сочленения элементов сопряжен со значительными вычислительными трудностями. В то же время для целей исследования руки оператора достаточно иметь механическую модель, кинематические параметры которой в первом приближении идентичны параметрам оригинала. При этом желательно, чтобы модель имела наименьшее допустимое число степеней свободы и чтобы все кинематические пары были пятого класса.

Рука человека, представляет собой разомкнутую кинематическую цепь с 27 степенями свободы. Она состоит из плеча, предплечья и кисти, связанных суставами – плечевым, локтевым и лучезапястным [16]. На рис. 4.4 представлена кинематическая схема – упрощенный механический аналог руки, на которой плечевой и запястный суставы представлены комбинациями из трех взаимно перпендикулярных вращательных пар с осями, пересекающимися в одной точке; в локтевом суставе – одной вращательной парой пятого класса. Около осей шарниров приведены обозначения углов, которые образуют смежные звенья, а тонкими линиями – исходное положение кинематической цепи, при котором все углы равны нулю. Углы q_1, q_2, q_3 определяют положение предплечья относительно плеча, а углы q_5, q_6, q_7 – положение кисти относительно предплечья. Подвижность в грудноключичном и ключично-лопаточном суставах относим к плечевому суставу и отдельно не учитываем. Таким образом, согласно используемой приближенной модели, конфигурация руки полностью определяется значениями обобщенных координат q_i , где $i=1, 2, \dots, 7$. Назовем движения звеньев кинематической модели руки, измеряемые углами q_i , по аналогии с движениями руки человека [8]:

- q_1 – отведение–приведение плеча,
- q_2 – сгибание–разгибание плеча,
- q_3 – ротация плеча,

q_4 – сгибание–разгибание предплечья,

q_5 – ротация предплечья,

q_6 – сгибание–разгибание кисти,

q_7 – отведение–приведение кисти.

Поскольку рука оператора интересует нас как управляющий орган, например манипулятором, то будем считать, что кисть выполняет лишь одну функцию: плотно охватывает задающую рукоятку так, что кисть оператора и рукоятка представляют одно жесткое звено.

Чтобы хотя бы приближенно идентифицировать нашу модель с рукой оператора, необходимо ее вращательным парам приписать ограничения подвижности $q_{i\min}^*$ и $q_{i\max}^*$, свойственные суставам руки. Эти ограничения возникают вследствие ряда причин, которые условно можно разделить на внутренние и внешние. К внутренним относят ограничения, обусловленные особенностями анатомии сопрягаемых в суставе частей тела, ограничивающие относительную подвижность смежных звеньев. К внешним ограничениям относят факторы, ограничивающие суммарную подвижность звеньев в пространстве. Они определяются специфичностью компоновки рабочего пространства оператора (в том числе размерами тела оператора, наличием стационарного технологического оборудования и т.п.).

В разных конфигурациях руки человека внутренние ограничения из-за взаимосвязи по степеням подвижности плечевого и лучезапястного суставов различны.

Только в локтевом суставе ограничения являются независимыми и равны $q_{4\min}^* = -145^\circ$, $q_{4\max}^* = 0^\circ$. В связи с отмеченной особенностью оценке сервиса модели руки человека необходимо предпослать экспериментальное определение ограничений подвижности как функции углов взаимного расположения звеньев в плечевом ($q_1^* = f(q_2, q_3)$) и лучезапястном ($q_6^* = f(q_5, q_7)$) суставах. Один из макетов, изготовленных с этой целью, реализующий выбранную механическую модель руки человека, представлен на рис. 4.5.

Методика определения ограничений подвижности q_i^* , например по углу q_1^* , сводится к тому, что фиксируют положения в двух других кинематических парах (q_2, q_3) исследуемого сустава. Затем предельно достижимые положения руки при движении в одну и в другую стороны ($q_{1\min}^*$ и $q_{1\max}^*$) регистрируют с помощью измерительного лимба. Проведя ряд замеров таких предельных положений, путем последовательного перебора фиксированных положений двух кинематических пар можно найти искомые зависимости q_i^* .

По изложенной методике были предварительно исследованы шесть операторов, среди которых был отобран один с усредненными данными. Это позволило исключить возможность исследования оператора с патологическими явлениями в движениях суставов.

В качестве примера на рис. 4.6 и 4.7 приведены полученные функции $q_1^* = f(q_2, q_3)$ и $q_7^* = f(q_5, q_6)$, а также $q_2^* = f(q_1, q_3)$ и $q_6^* = f(q_5, q_7)$ при $q_3 = 0$ и $q_5 = 0$. Эксперимент показал, что ограничения подвижности в плечевом



Рис. 4.5. Общий вид экспериментального стенда для измерения ограничений в суставах руки человека

суставе существенно зависят от угла q_3 . Так, значение угла q_{1min}^* меняется от 0° при $q_3 = -90^\circ$ до 150° при $q_3 = 90^\circ$. В лучезапястном суставе ограничения подвижности в зависимости от ротации предплечья q_5 меняются незначительно. Полученные экспериментальные данные аппроксимировали многочленами и вводили в ЭВМ для расчета зон сервиса модели, представленной на рис. 4.4.

При исследовании коэффициента сервиса учитывали не только найденные внутренние ограничения, но и внешние ограничения на подвижность руки, создаваемые туловищем и головой оператора. Это означает, что был формализован процесс, не допускающий ситуаций, при которой в пространстве, занятом головой и туловищем оператора, могла оказаться кисть. Иначе говоря, потребовалось установить границы, за пределами которых не должны находиться точки Z , L , C (см. рис. 4.4).

Характеристики сервиса рассчитывали в соответствии с изложенной выше методикой для средних значений длин звеньев: плечо $l_1 = 305$ мм; предплечье $l_2 = 264$ мм; кисть $l_3 = 70$ мм; $l_4 = 100$ мм (длина рукоятки).

Расчеты коэффициента сервиса проводили в точках, равномерно распределенных (с интервалом 12 см) по всей зоне досягаемости руки. Результаты представлены на рис. 4.8, на котором изображены сечения пространства фронтальными плоскостями. Координата сечения по оси Y (система XYZ , см. рис. 4.4) указана на каждом плане. Показаны линии равного сервиса. Видно, что в пространстве около опера-

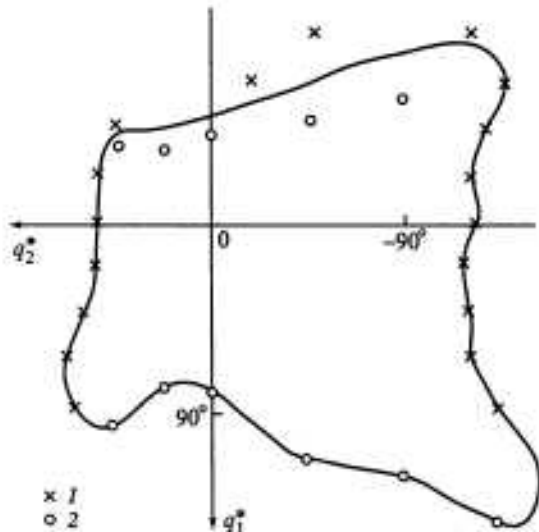


Рис. 4.6. Графики функций $q_1^* = f(q_2, q_3)$ (1) и $q_2^* = f(q_1, q_3)$ (2) при $q_3 = 0$

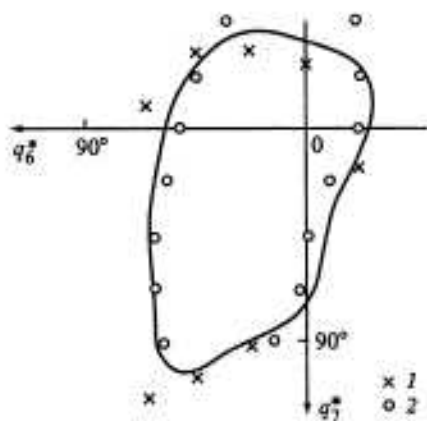


Рис. 4.7. Графики функций $q_5^* = f(q_6, q_7)$ (1) и $q_6^* = f(q_5, q_7)$ (2) при $q_5 = 0$

тора имеются две зоны с наибольшими значениями коэффициента сервиса.

Анализ диаграмм пространственного распределения коэффициента сервиса руки оператора позволяет выработать рекомендации для рационального планирования рабочего пространства в системах, где от человека требуется сложное ориентирующее воздействие на орудия труда, сконцентрированные в его ближайшем окружении.

Следует отметить, что диаграммы пространственного распределения коэффициента сервиса руки оператора можно было бы получить экспериментально. И такой эксперимент был проведен [4]. Полученные результаты показали хорошее соответствие диаграммам коэффициента сервиса, рассчитанным по приближенной кинематической модели руки оператора. Этот факт позволяет рекомендовать описанную кинематическую модель руки оператора для использования при проектировании систем человек-машина, когда недостаточно иметь только диаграммы распределения коэффициентов сервиса.

4.4. СИНТЕЗ БИОТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ «ОПЕРАТОР-КОПИРУЮЩИЙ МАНИПУЛЯТОР»

Критерии сервиса могут, как это показано выше, оценивать порознь кинематические свойства биологической и механической частей системы оператор-манипулятор. Очевидно, что оценить систему в целом можно также с помощью характеристик сервиса, однако при этом необходимо учитывать уже согласованную работу ее отдельных частей. Согласование нельзя осуществлять путем сопоставления коэффициентов сервиса, полученных отдельно для каждой из частей системы, так как коэффи-

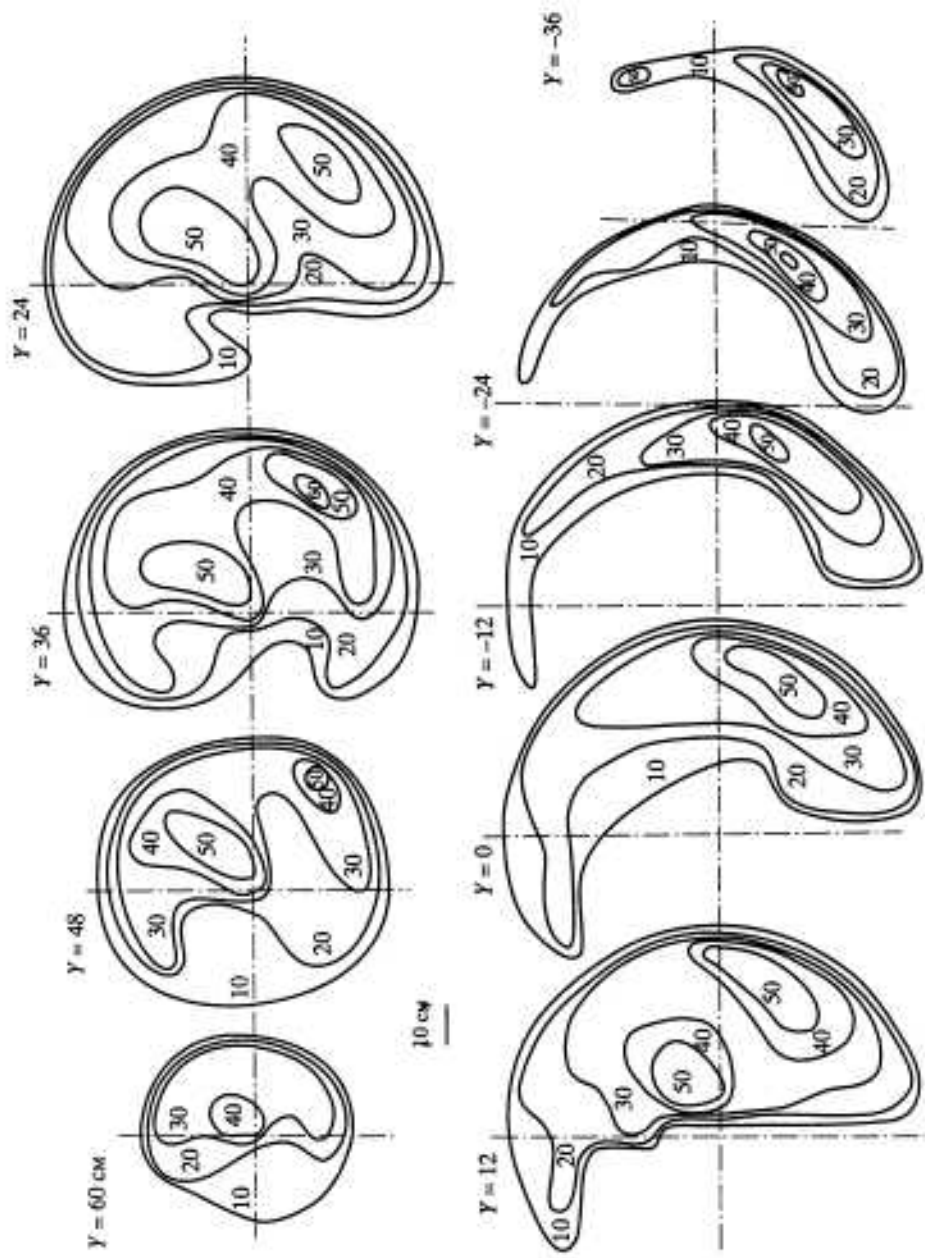


Рис. 4.8. Карты распределения зон сервиса руки человека. Величины коэффициента сервиса, указанные на диаграммах, даны в %

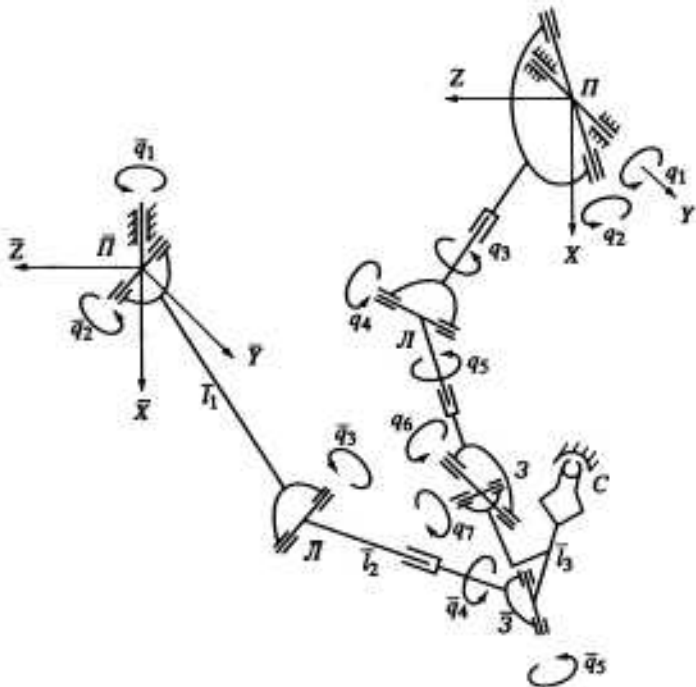


Рис. 4.9. Кинематическая схема системы "манипулятор-механическая модель руки оператора", используемая для определения характеристик сервиса

циент сервиса точки, являясь скалярной функцией пространственного угла обслуживания, не выявляет конфигурацию и расположение последнего в пространстве. Так, если в какой-либо точке коэффициенты сервиса руки оператора и манипулятора равны соответственно 0,5 и 0,5, то коэффициент сервиса системы оператор-манипулятор в данной точке может иметь значения от 0 до 0,5 в зависимости от пространственного расположения углов обслуживания.

Поэтому определим сервис системы оператор-манипулятор по ее полной кинематической модели. В качестве примера рассмотрим систему оператор-копирующий манипулятор. Пусть структура задающей и исполнительной рук манипулятора соответствует схеме рис. 4.3. Отношение длин соответствующих звеньев задающих и исполнительных рук копирующего манипулятора является постоянной величиной, характеризующейся масштабным коэффициентом. Приравняем размеры исполнительных рук к размерам задающих и совместим их. Размеры рабочего пространства также изменятся на величину масштабного коэффициента. Схват и задающая рукоятка теперь образуют комбинированное звено, причем оси рукоятки и схвата в общем случае пересекаются под некоторым углом. Присоединим к рукоятке манипулятора кинематическую цепь, моделирующую руку оператора (см. рис. 4.4), и получим кинематическую модель системы оператор-копирующий манипулятор (рис. 4.9). Ведущим звеном двух кинематических цепей является рукоятка, которая может совершать вращательные движения вокруг неподвижной точки C . Видно, что плечо оператора шарнирно связано с неподвижной точкой пространства P . Данная кинематическая

схема имитирует работу оператора с неподвижно закрепленным корпусом (телом оператора).

Исследование кинематических характеристик системы проводится по методике, аналогичной ранее разработанной для манипулятора и руки оператора. Зададим ведущему звену l_3 дискретные перемещения по сфере вокруг точки C таким образом, чтобы в ней образовался пучок прямых, равномерно распределенных по поверхности сферы. Для каждого положения схвата найдем обобщенные координаты \bar{q}_j (где $j = 1, 2, \dots, 5$), определяющие конфигурацию манипулятора и q_i (где $i = 1, 2, \dots, 7$) – конфигурацию руки оператора. Положение схвата считается реальным, если

$$q_{i\min}^* \leq q_i \leq q_{i\max}^* \text{ и } \bar{q}_{j\min}^* \leq \bar{q}_j \leq \bar{q}_{j\max}^*,$$

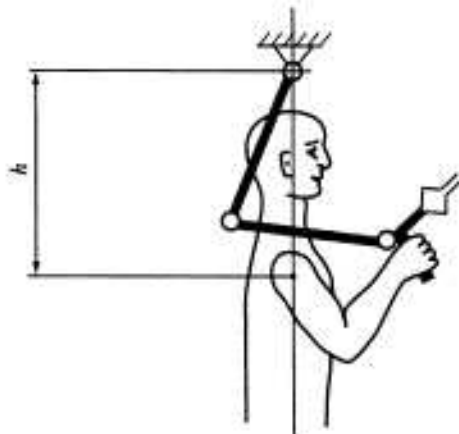
где $q_{i\min}^*$, $q_{i\max}^*$ – предельные значения обобщенных координат для руки; $\bar{q}_{j\min}^*$, $\bar{q}_{j\max}^*$ – предельные значения обобщенных координат манипулятора.

Для расчета обобщенных координат \bar{q}_j манипулятора будем использовать систему координатных осей $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ с началом в точке \bar{P} , для расчета q_i руки – систему координат XYZ с началом в точке P (см. рис. 4.9). Координатные оси систем XYZ и $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ соответственно параллельны.

Координаты захвата определяются в системах XYZ и $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ и по разработанным программам в соответствии с описанными выше алгоритмами находятся значения \bar{q}_j и q_i соответственно для манипулятора и модели руки оператора. В программы добавлены процедуры, исключающие попадание точек Z и L задающих рук манипулятора в "запретные области" – тело оператора, для чего координаты этих точек пересчитывают в системе XYZ . В программе расчета коэффициента сервиса модели руки оператора учтено изменение формы рукоятки (см. рис. 4.9).

Коэффициенты сервиса просчитывают через равные интервалы для всех точек рабочего объема системы оператор–копирующий манипулятор. Среднее арифметическое значение коэффициента сервиса по всем точкам есть сервис системы оператор–копирующий манипулятор. Очевидно, эта величина может быть принята за критерий оптимального согласования частей рассматриваемой биотехнической системы. При решении задачи параметрической оптимизации системы оператор–манипулятор нельзя варьировать параметры модели руки оператора, можно изменять только геометрические и кинематические параметры технической части: размеры рабочей зоны, координаты подвеса задающей руки манипулятора относительно плеча оператора, длины звеньев манипулятора, ограничения на подвижность звеньев манипулятора, параметры рукоятки; всего около 20 параметров.

Предварительный анализ требований, предъявляемых к конкретной разрабатываемой конструкции манипулятора, обычно позволяет сократить число варьируемых параметров системы и указать пределы изменения части из них. Например, часть параметров – размеры рабочей зоны, – как правило, задается заказчиком и не изменяется на всех этапах проектирования.



Переходя к оптимальному синтезу системы по некоторым выбранным (варьируемым) параметрам, следует учитывать следующую особенность зависимости критерия оптимальности от параметров, связанную с существованием его предельного значения. Предположим, что, исследуя системы манипулятор–оператор в многомерном пространстве, мы, следуя некоторой стратегии поиска наилучшего варианта, постепенно улучшаем сервис

системы $\bar{\Theta}_c$. Наконец, мы вводим в программу такие параметры манипулятора, что зона 100%-го сервиса последнего будет полностью перекрывать зону досягаемости руки оператора. Поскольку для системы выполняются соотношения

$$\begin{cases} \bar{\Theta}_c \leq \bar{\Theta}_p \\ \bar{\Theta}_c \leq \bar{\Theta}_m \end{cases}$$

где $\bar{\Theta}_p$ – сервис руки, $\bar{\Theta}_m$ – сервис манипулятора, то в нашем случае $\bar{\Theta}_c = \bar{\Theta}_p$. Очевидно, что при варьировании параметров мы не сможем нарушить условие $\bar{\Theta}_c \leq \bar{\Theta}_p$; иначе говоря, функция сервиса системы может терять чувствительность к изменениям аргументов в некоторых областях.

В задачах автоматического поиска оптимальных параметров хорошо зарекомендовал себя метод "оврагов" [6]. Он позволяет сравнительно быстро находить экстремум функции многих переменных. Программа, разрабо-

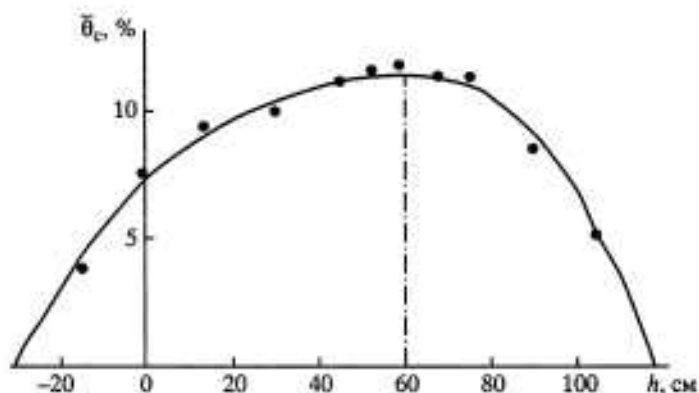


Рис. 4.11. Определение оптимального значения h – высоты подвеса манипулятора над плечом оператора

танная на основе этого метода, позволила исследовать влияние установки задающей руки манипулятора относительно тела оператора на сервис системы. В качестве примера на рис. 4.10 и 4.11 представлены оптимизируемая система оператор–манипулятор и результаты работы программы в частном случае однопараметрической оптимизации: выбор высоты h подвеса задающей руки манипулятора при остальных фиксированных параметрах. Если центры плечевого сустава оператора и руки манипулятора расположены на одной вертикали, $l_1 = 300$ мм, $l_2 = 270$ мм, $l_3 = 100$ мм, $-95^\circ \leq \bar{q}_1 \leq 95^\circ$, $-45^\circ \leq \bar{q}_2 \leq 90^\circ$, $-135^\circ < q_3 < 0^\circ$, $-90^\circ \leq q_4 \leq 90^\circ$, $-85^\circ \leq q_5 \leq 85^\circ$, то оптимальной в этом случае является высота $h \cong 60$ см (см. рис. 4.11). Максимальное значение критерия $\bar{\Theta}$ при этих условиях равно 12%. Заметим, что среднее значение коэффициента сервиса манипулятора, имеющего указанные параметры, $\bar{\Theta}_M = 29\%$. Следовательно, повышение $\bar{\Theta}_c$ еще возможно за счет изменения других параметров.

4.5. ПЛАНИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЙ РУКИ РОБОТА В СРЕДЕ С ПРЕПЯТСТВИЯМИ

Угол сервиса и его форму также можно рассматривать как показатель подвижности робототехнической системы в том или ином положении и использовать в задачах планирования движений [5].

Успех выполнения роботом заданного движения существенно зависит от структуры среды, от числа и расположения всевозможных приспособлений, оснастки и препятствий в рабочем пространстве. Чем больше "загроможденность" пространства, тем, как правило, сложнее реализуемые траектории и больше объем вычислительных операций для планирования движений и действий робота. Даже в робототехнических системах, в которых механической рукой управляет оператор, наблюдая за рабочей зоной, ему не всегда удается найти существующее решение для перевода захвата в требуемую точку пространства из-за того, что двигательные возможности руки в среде с препятствиями и в свободном пространстве существенно различаются. Этот факт лишь подчеркивает необходимость разработки автоматических систем планирования траекторий на стратегическом уровне.

Автоматическое планирование траекторий робота в среде с препятствиями до сих пор является весьма сложной задачей. Известные алгоритмы ее решения можно разбить на две группы. К первой группе [1, 7, 9] относятся алгоритмы, основанные на локальных методах построения программных траекторий и на некоторых эвристических соображениях, что в ряде случаев приводит к тупиковым ситуациям. Ко второй группе [10, 12, 15] относятся глобальные алгоритмы, в соответствии с которыми предполагается просмотр и анализ возможных конфигураций руки в множестве точек рабочего пространства. Это приводит к высокой размерности решаемых уравнений и большому времени вычислений. Уменьшить размерность можно за счет использования закономерностей изменения в рабочем пространстве так называемого множества свободных конфигураций механизма, связанного с понятием угла сервиса.

При работе в среде с препятствиями выделяют две существенно различающиеся модификации задачи построения программной траектории.

1. Задано начальное положение точечного объекта и известны координаты цели. Необходимо перевести объект из начального положения в цель, не пересекая при этом границ препятствий.

2. Объектом является манипуляционная система, первое подвижное звено которой установлено на стойке, неподвижной относительно препятствий, а последнее снабжено захватом. Начальная конфигурация механизма известна. Необходимо найти законы движения по всем степеням подвижности, переводящие захват как точечный объект в цель, но при этом звенья механизма не должны задевать за препятствия и выходить за пределы ограничений в шарнирах.

Для решения задачи 1 разработан ряд алгоритмов, используемых как в робототехнике [18], так и в других областях знаний [14]. Задача 2 значительно сложнее. Попытаемся выявить дополнительные условия, переводящие задачу 2 в задачу 1. В качестве объекта исследования возьмем механизм, который можно моделировать плоской стержневой кинематической цепью с тремя степенями подвижности и имеющий ограничения в шарнирах на углы поворота звеньев. Препятствия могут быть произвольной конфигурации.

Условие свободного перемещения захвата по любому вектору из произвольной точки A рабочего пространства (рис. 4.12,а) базируется на существовании в этой точке множества свободных конфигураций (МСК). Понятие множества свободных конфигураций очень близко к понятию сервиса манипулятора, но в общем случае с ним не совпадает. Чтобы выделить МСК манипулятора в точке A его рабочего пространства, необходимо исключить из всего множества конфигураций, определяющих угол сервиса в заданной точке, все граничные конфигурации, т.е. те, в которых ни одно из звеньев манипулятора не касается препятствий или ограничений в шарнирах. Именно поэтому такие конфигурации мы называем свободными, а их множество в данной точке и является искомым. Величина МСК также определяется углом в заданной точке, но в отличие от угла сервиса ϑ , будем его обозначать ϑ_c .

Для иллюстрации различия между сервисом и МСК на рис. 4.13 отражена ситуация, когда угол сервиса ϑ существует, а МСК пусто ($\vartheta_c = 0$). Как правило, такие случаи обусловлены сочетанием определенных конфигурацией руки и расположением препятствий относительно исследуемой точки A рабочего пространства. Механизм руки из-за препятствий или ограничений в шарнирах теряет степени подвижности и в конечном итоге можно получить из механизма с n степенями подвижности механизм только с одной степенью подвижности.

Множество свободных конфигураций определяет некоторый запас подвижности механизма, приведенный к заданной точке рабочего пространства. Обычно, чем больше МСК, тем дальше удалены звенья механизмов от препятствий и ограничений в шарнирах, и больше величина свободной зоны для выполнения манипулятором требуемого движения. Можно утверждать, что если в точке A рабочего пространства манипу-

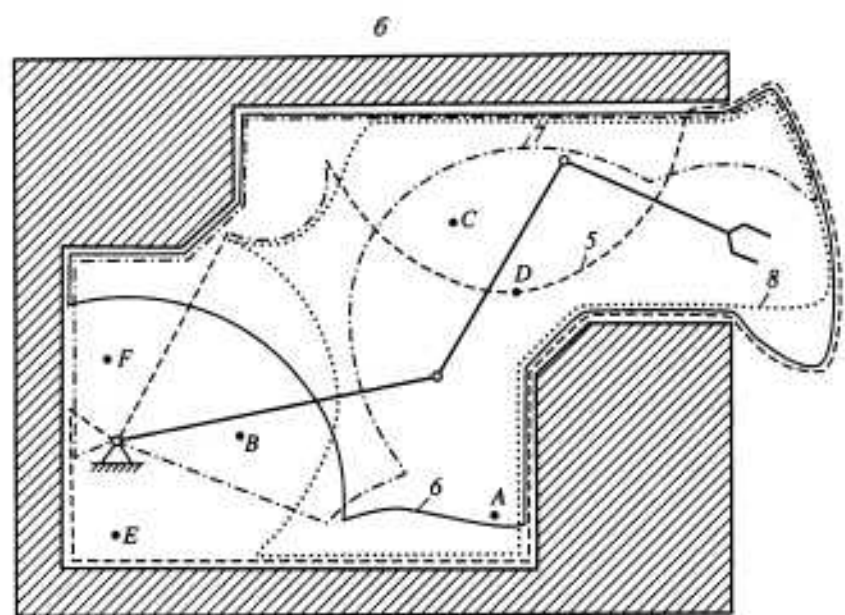
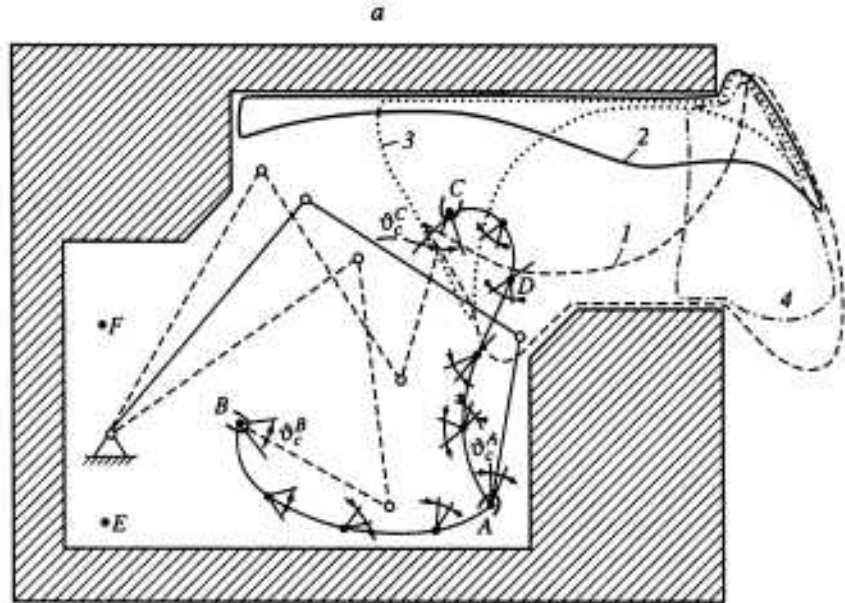
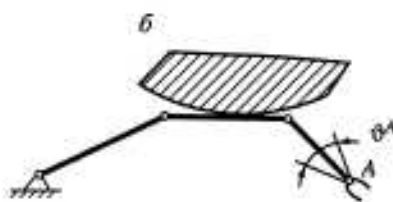
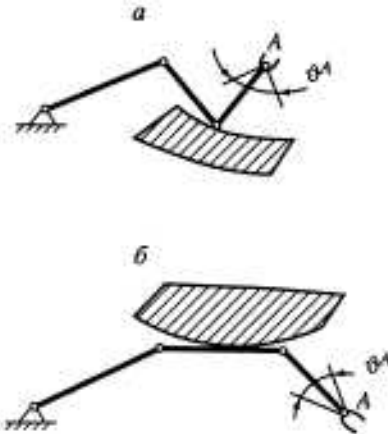


Рис. 4.12. Структура рабочего пространства манипулятора, работающего в среде с препятствиями

a - зоны смены конфигураций I ↔ II (1), II ↔ III (2), III ↔ IV (3), IV ↔ I (4); кривая AB - пример возможной траектории, ADC - пример невыполнимой траектории; б - зоны существования конфигураций типа I (5), II (6), III (7), IV (8). Типы конфигураций см. на рис. 4.14

Рис. 4.13. Примеры наличия угла сервиса и отсутствия МСК в подвижном четырехзвеннике

a – контур препятствия описан дугой окружности с центром в точке *A* и радиусом, равным длине последнего звена; *b* – контур препятствия является сглаживающей семействой положений второго звена



лятора, не лежащей на границе препятствий, существует МСК, то гарантированы конечные перемещения захвата от точки *A* по любому вектору. Действительно, для рассматриваемого плоского случая среди допустимых взаимно независимых приращений обобщенных координат $\Delta q_1, \Delta q_2, \Delta q_3$ всегда можно выбрать такие, которые обеспечат перемещение захвата из точки *A* с любым $k = \Delta x / \Delta y$, где Δx и Δy – проекции перемещений захвата по осям *X* и *Y*. Это утверждение подтверждает также факт, доказанный в работе [13], что равенство $\vartheta = 0$ является необходимым и достаточным условием расположения точки *A* на границе рабочего пространства манипулятора, в этом случае и $\vartheta_c = 0$. Таким образом, если $\vartheta > 0$, то точка *A* лежит внутри рабочей зоны, следовательно, если $\vartheta_c > 0$, то из этой точки можно перемещать захват по любому направлению. Аналогичное утверждение справедливо также и для пространственного механизма, если его МСК представляет собой пространственный угол, внутри которого последнее звено может занимать любое положение.

Знание МСК полностью определяет локальные геометрические свойства манипулятора в среде с препятствиями и при решении траекторных задач позволяет выполнить эквивалентную замену стержневого механизма манипулятора точечным объектом, расположенным в захвате. Отсюда следует, что решение задачи 1 будет решением задачи 2, если в каждой точке решения задачи 1 существует МСК. На рис. 4.12 траектория движения точечного объекта из начального положения *A* в цель *B* является решением задачи о манипуляционной системе, так как в любой точке на кривой *AB* существует МСК. Из приведенного утверждения следует также тот факт, что если два препятствия соединены линией, в каждой точке которой МСК пусто (угол $\vartheta_c = 0$), то "коридор" между этими препятствиями является непроходимым для манипулятора.

Требование существования МСК является необходимым, но не достаточным для решения вопроса о существовании траектории манипуляционной системы. Например, на рис. 4.12 в каждой точке траектории точечного объекта из точки *A* в цель *C* существует МСК, но сама траектория не является решением задачи 2. Видно, что МСК в начальной и в конечной точках траектории характеризуют конфигурации, разделяемые особым положением системы. Дальше положения *D* из начальной конфигурации продвинуться по траектории невозможно, так как на ней нет точек, которым соответствуют особые положения системы и в которых собственно только и возможен переход из одного типа конфигурации в другой.

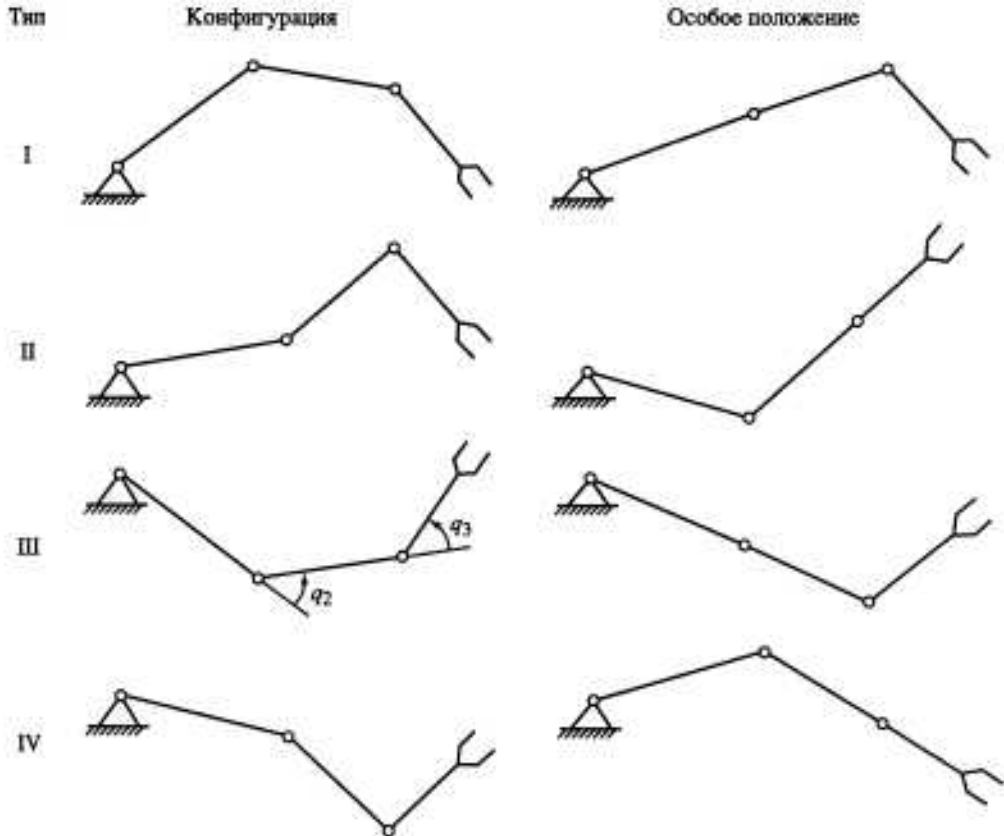


Рис. 4.14. Типы конфигураций и особые положения для рассматриваемого плоского четырехзвенника

Наличие возможности смены конфигураций является вторым важным требованием, предъявляемым со стороны механизма к траектории точечного объекта, которая предполагается решением задачи о манипуляционной системе.

Для выяснения возможности смены конфигураций в произвольной точке рабочего пространства проанализируем структуру МСК более подробно. В рассматриваемом случае тип конфигурации зависит от того, больше или меньше нуля обобщенные координаты руки q_2 и q_3 . На рис. 4.14 приведены четыре возможных типа конфигураций для рассматриваемого четырехзвенника. Переход конфигурации из одного типа в другой происходит только через особое положение, при котором два соседних звена вытянуты в одну прямую ($q_2 = 0$ или $q_3 = 0$). Очевидно, что при такой классификации возможен только определенный порядок смены типов конфигураций, который характеризуется графом, представленным на рис. 4.15, а. Он запрещает, например, переход $I \leftrightarrow III$ или $II \leftrightarrow IV$. Такой граф является полным. Однако соотношения длин звеньев руки, ограничения в шарнирах и препятствия, как правило, не позволяют реализовать полный граф переходов. Для формирования усеченных графов примем следующие правила:

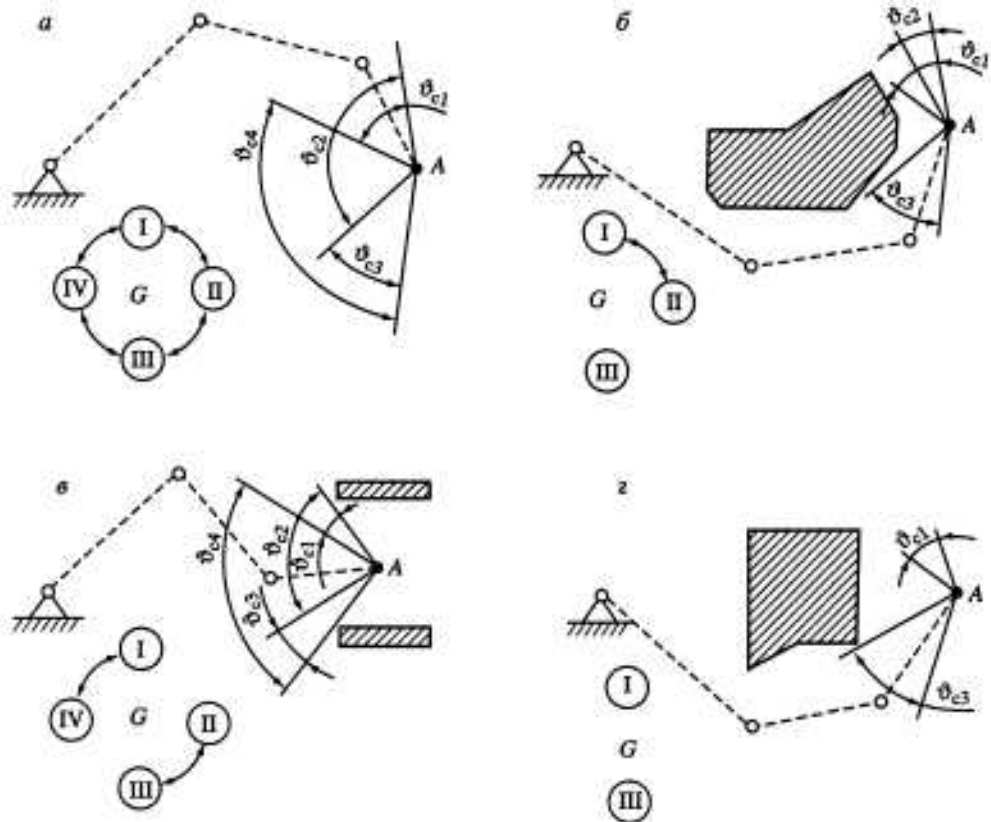


Рис. 4.15. Возможные ситуации и соответствующие им графы G состояний манипулятора в свободной рабочей зоне (а) и в среде с препятствиями (б-г)

1) каждой i -й вершине графа поставим в соответствие число φ_i , равное значению МСК в i -й конфигурации; 2) соседние вершины i и $i + 1$ (при $i = 4$ значение $(i + 1)$ принимается равным 1) будем соединять ребром только в том случае, если существует i -я особая конфигурация; 3) при $\vartheta_c = 0$ будем удалять i -ю вершину, при этом без проверки правила 2 удаляются прилегающие к ней ребра.

Полученный по этим правилам граф G определяет двигательные возможности манипуляционной системы в точке рабочего пространства, совмещенной с захватом. Если граф полностью вырожден, то рассматриваемая точка лежит вне зоны достижимости руки или на ее границе. Если же хотя бы одна из вершин графа существует, а манипулятор находится в конфигурации, соответствующей этой вершине, то выполняется условие свободного перемещения. Наличие ребер указывает на возможность перехода в данной точке из одной конфигурации в другую. Некоторые ситуации, встречающиеся при работе в среде с препятствиями, структуры МСК и соответствующий граф G состояний представлены на рис. 4.15.

Сложность задачи построения траектории манипулятора с требованиями смены конфигураций проиллюстрируем на примере ситуации, отраженной на рис. 4.12. Необходимо перевести манипулятор из начальной

точки E в конечную F . Если бы мы имели точечный объект, то все свободное (не занятое препятствиями) пространство можно было бы покрыть множеством траекторий EF , и каждая из них была бы решением задачи 1. Некоторое подмножество решений задачи 1 является и решением задачи 2 о манипуляционной системе. Все это подмножество характеризуется тем, что любая принадлежащая ему траектория плавно переводит манипулятор из графа состояний точки E в граф состояний точки F . Начальная конфигурация в точке E (см. рис. 4.12, б) принадлежит к типу I, а конечная в точке F – к типу III. Следовательно, переход должен быть обязательно осуществлен через зоны смены конфигураций.

Для выделения всего подмножества решений задачи 2 был создан экспериментальный макет, с помощью которого исследовано МСК во всем рабочем пространстве манипулятора. Отметим, что конструктивно изменения углов поворота в шарнирах допускались в пределах $\pi > q_j \geq -\pi; j = 1, 2, 3$, поэтому все особенности формы и расположения полученных областей определяются длинами звеньев, положением стойки и границами препятствий. Были найдены области существования конфигураций I, II, III, IV (см. рис. 4.12, б) и построены границы зон, внутри которых возможны смены конфигураций $I \leftrightarrow II$, $II \leftrightarrow III$, $III \leftrightarrow IV$, $IV \leftrightarrow I$. Для наглядности зоны четырех типов разнесены на четыре слоя (рис. 4.16).

Полученное пространство состояний системы представляет собой четырехслойный "пирог", между слоями которого существуют "окна" для перехода из одного слоя в другой. Как видно из рис. 4.16, чтобы попасть из точки E с конфигурацией I в цель F , в которой существует только конфигурация III, траектория захвата обязательно должна пройти через области 5 и 6 смены конфигураций $I \rightarrow II \rightarrow III$ или через зоны 8 и 7 в последовательности $III \rightarrow IV \rightarrow I$, т.е. так, как указано графом, приведенным на рис. 4.15, а. Все траектории, проходящие из E в F через области 5, 6 или 8, 7, являются решениями поставленной задачи. Каждая из них плавно переводит граф состояний точки E в граф состояний точки F .

Алгоритм определения траектории захвата манипулятора в среде с препятствиями не предполагает построения пространства состояний руки во всем рабочем объеме, как это было сделано в предыдущем примере, поскольку такое построение требует много машинного времени. Алгоритм базируется на последовательном усечении множества решений задачи о точечном объекте по информации, полученной из графов состояний манипулятора в ограниченном числе точек пространства. На первом этапе работы алгоритма строится граф траекторий точечного объекта. При этом исследуются только расположение и форма препятствий, а структура руки, ее начальная конфигурация и координаты целевой точки не учитываются. По результатам анализа минимальных расстояний между препятствиями (или другим способом [11]) все свободное пространство разбивается на ряд областей, ограниченных препятствиями и линиями минимальных расстояний между ними (рис. 4.17, а). Затем эти области нумеруются, и строится граф траекторий точечного объекта (рис. 4.17, б). Граф характеризует связи между областями, и если известно, в каких областях лежат начальная и целевая точки, то по графу можно определить все возможные траектории (с точностью до областей), соединяющие данные точки. Например, если

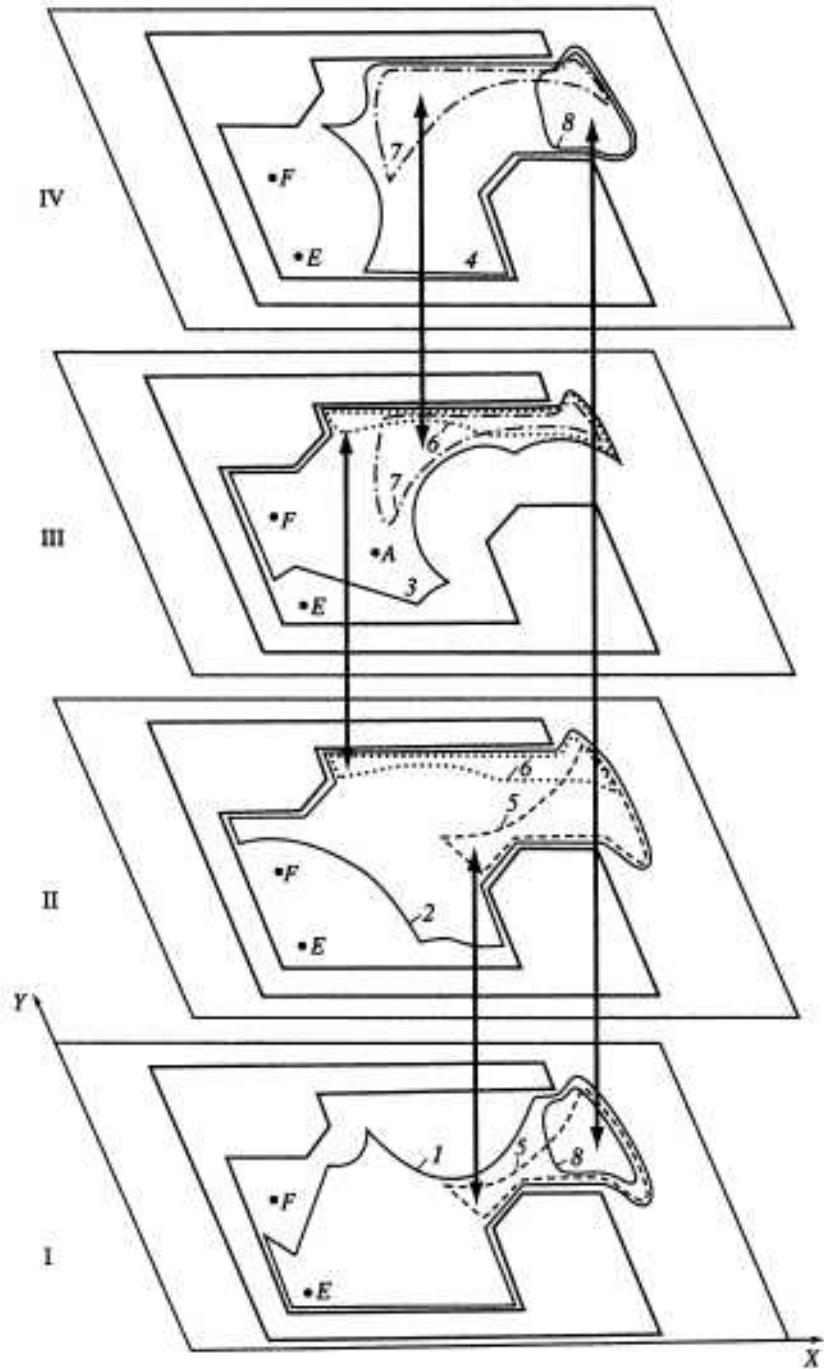


Рис. 4.16. Зоны рабочего пространства манипулятора, по которым должен пройти захват для достижения точки F (конфигурация типа III) из начальной точки E (конфигурация типа I)
 1–4 – кривые, ограничивающие пространство с конфигурациями манипулятора соответственно типа I, II, III, IV; 5–8 – кривые, ограничивающие зоны смены конфигураций I ↔ II, II ↔ III, III ↔ IV, IV ↔ I.

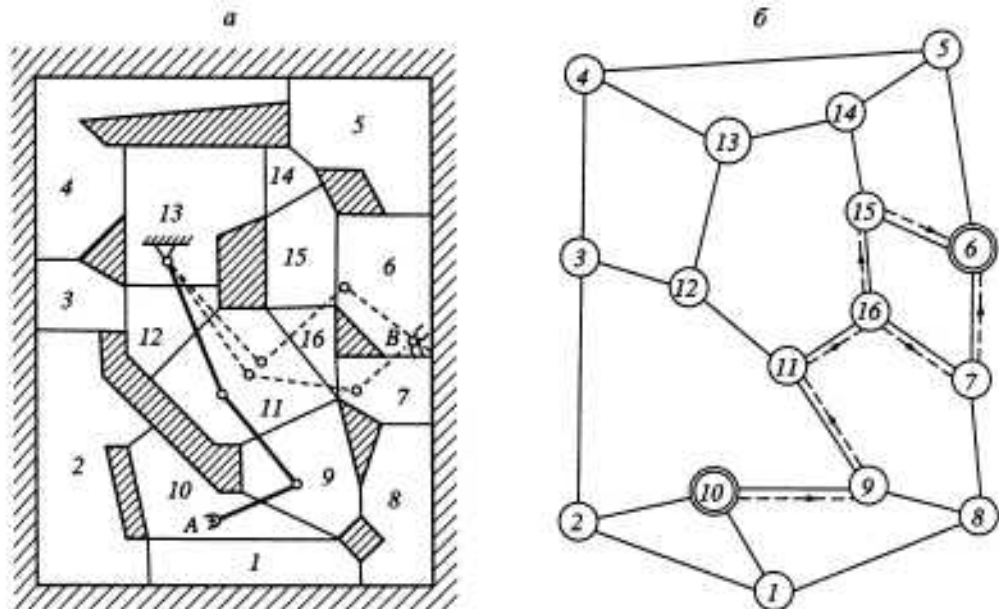


Рис. 4.17. Рабочее пространство манипулятора с разбивкой по зонам, определяющим "коридоры" между препятствиями (а) и соответствующий граф "грубых" (с точностью до зоны) траекторий (б)

начальная точка лежит в области 10, а целевая – в области 6, то возможны траектории 10-9-8-7-6, 10-2-3-4-5-6, 10-1-8-7-6 и т.д.

На втором этапе строится граф G состояний руки в целевой точке, используемой для выделения на графе только тех возможных траекторий, которые могут быть решениями поставленной задачи. Здесь может быть несколько ситуаций. Если граф состояний вырожден, и в целевой точке не существует ни одной конфигурации манипулятора, то цель не может быть достигнута (решения не существует). Если существует только одна конфигурация (целевая точка лежит на границе рабочего пространства) или одно множество конфигураций (на графе G имеется одна вершина или несколько вершин, связанных ребрами), то траектория захвата должна проходить по областям, занимаемым манипулятором (если считать, что начальное положение захвата лежит в той же области, что и основание манипулятора). И, наконец, если на графе состояний имеется несколько несвязанных ребрами вершин, то возможно столько же решений. Каждая вершина на графе определяет множество конфигураций, но манипулятор при этом занимает одни и те же области пространства; именно по этим областям и должна проходить траектория захвата. Например, для целевой точки B (см. рис. 4.17, а) граф G имеет две несвязанные вершины, а манипулятор в этих состояниях занимает области 13-12-11-16-7-6 и 13-12-11-16-15-6. Учитывая начальное положение манипулятора в областях 13-12-11-9-10, возможны две траектории захвата, а именно 10-9-11-16-7-6 и 10-9-11-16-15-6, которые на рис. 4.17, б выделены пунктиром со стрелками. Именно эти траектории исследуются и уточняются на последующих этапах работы алгоритма.

Таким образом, по аналогии МСК в целевой точке можно отфильтровать из исходной большой совокупности "грубых" траекторий, определенных графом типа графа, представленного на рис. 4.17, б, одну или несколько возможных. Следует отметить, что эффект фильтрации усиливается с увеличением "загроможденности" пространства. В результате кажущаяся сложной задача с большим числом препятствий упрощается.

На третьем этапе работы алгоритма должен быть осуществлен поиск уточненной траектории. Под траекторией здесь понимается совокупность точек, приводящих к цели, в которых удовлетворяются изложенные выше условия существования МСК и смены конфигураций. Для вычисления их координат используются локальные характеристики МСК, т.е. его величина и производные по различным направлениям. При этом исследуются в первую очередь точки свободного пространства, лежащие в областях, указанных выделенными линиями на графе (см. рис. 4.17, б). Однако требование смены конфигураций может привести к необходимости анализа соседних областей. Например, если при прохождении области 9 (см. рис. 4.17, а) в районе ее открытой границы с областью 8 на графе G состояний появилась несвязанная ребрами вершина с новым типом конфигураций, то при необходимости перехода в эту новую конфигурацию программную траекторию следует скорректировать в область 8 с целью выявления в ней точек смены конфигураций.

При необходимости строится граница зоны смены конфигураций или граница с $\vartheta_c = 0$. Если точки смены конфигураций отсутствуют или граница $\vartheta_c = 0$ соединяет два препятствия, расположенные по разные стороны от коридора, то такой коридор непроходим для манипулятора, и делается вывод о том, что в исследуемой последовательности областей решения не существует. Затем аналогично исследуется следующая последовательность областей, полученная на втором этапе алгоритма, и так до тех пор, пока не будет показано, что решения не существует, или будет найдена траектория, являющаяся решением поставленной задачи.

На последнем четвертом этапе алгоритма должна осуществляться аппроксимация траектории и выработка программных законов движения по всем степеням свободы. Здесь следует выполнить единственное условие, в соответствии с которым последнее звено манипулятора должно находиться в пределах текущего угла ϑ_c . Целесообразно ориентировать последнее звено по биссектрисе данного угла (при этом манипулятор будет равноудален от препятствий и ограничений в шарнирах), а скорость по траектории установить пропорционально углу ϑ_c .

ЛИТЕРАТУРА

1. Аксенов Г.С., Воронецкая Д.К., Фомин В.Н. Построение программных движений манипулятора при помощи ЭВМ // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1978. № 4. С. 50-55.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов. М.: Наука, 1965. 776 с.
3. Виноградов И.Б., Кобринский А.Е., Степаненко Ю.А., Тывес Л.И. Особенности кинематики манипуляторов и метод объемов // Механика машин. М.: Наука, 1971. Вып. 27/28. С. 5-16.
4. Виноградов И.Б. Кинематические параметры руки человека как элемента системы "оператор-манипулятор" // Там же. М.: Наука, 1974. Вып. 46. С. 20-23.

5. Галечан В.К., Саламандра Б.Л. К построению алгоритма работы манипулятора в среде с препятствиями // Машинноеведение. 1984. № 2. С. 40–47.
6. Гельфанд И.М., Цетлин М.Л. Принцип нелокального поиска в системах автоматической оптимизации // Докл. АН СССР. 1961. Т. 137, № 2. С. 295–298.
7. Гречановский Е.Н., Пинскер И.Ш. Метод планирования движений манипулятора при наличии препятствий // Модели, алгоритмы, принятие решений. М.: Наука. 1979. С. 100–142.
8. Дольников Ю.И. Экспериментальные исследования движений в крупных суставах руки // Механика машин. М.: Наука, 1967. Вып. 7/8. С. 76–84.
9. Кобринский А.А., Кобринский А.Е. Построение движений манипуляционной системы в среде с препятствиями // Докл. АН СССР, 1975, Т. 224, № 6. С. 1279–1282.
10. Малышев В.А., Тимофеев А.В. Алгоритмы построения программных движений манипуляторов с учетом конструктивных ограничений и препятствий // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1978, № 6. С. 64–72.
11. Малышев В.А. Представление внешней среды, планирование и построение программных движений манипуляторов // Там же. 1981. № 3. С. 53–55.
12. Малышев В.А. Необходимые условия существования программных движений манипулятора в задаче отслеживания // Там же. 1982. № 4. С. 127–131.
13. Никомаров Я.С. Об одном свойстве плоского многозвенного манипулятора // Машинноеведение. 1981. № 4. С. 10–15.
14. Петренко А.И., Тетельбаум А.Я. Формальное конструирование электронно-вычислительной аппаратуры. М.: Сов. радио, 1979. 256 с.
15. Попов Е.П., Верещагин А.Ф., Зенкевич С.Л. Манипуляционные роботы: Динамика и алгоритмы. М.: Наука, 1978. 398 с.
16. Синельников Р.Д. Атлас анатомии человека. Т. 1. М.: Медицина, 1967. 268 с.
17. Том Л.Ф. Расположения на плоскости, на сфере и в пространстве. М.: Физматгиз, 1958. 198 с.
18. Nilson N.J. Mobile automation: An application of artificial intelligence techniques // Proc. of the Intern. Joint conf. on artificial intelligence. Wash. (D.C.), May 1969. P. 509–520.

КИНЕМАТИКА ПЕРЕДАЧ ПРИВОДА ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ

5.1. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЦЕПЕЙ ПРИВОДА ЗВЕНЬЕВ. МАТРИЦЫ ЧАСТНЫХ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ОТНОШЕНИЙ

Программное управление движением звеньев механической руки осуществляется, как правило, путем дозирования перемещений, скоростей (или усилий) выходных валов двигателей привода. Организация кинематических цепей привода от двигателей к звеньям и выбор места расположения двигателя каждого звена определяют особенности конструктивного оформления главных узлов робота, а также основные математические соотношения, по которым рассчитывается и реализуется его управляющая программа.

Для получения таких соотношений и выявления качественных эффектов, возникающих при различной организации цепей привода звеньев, рассмотрим базовые кинематические модели упрощенных механизмов рук робота, а именно рук с двумя степенями подвижности. На рис. 5.1 представлены антропоморфные модели, а на рис. 5.2 – ортогональные модели с поступательными парами. Углы поворота валов двигателей Д1 и Д2 обозначены через ψ_1 и ψ_2 . Они образуют систему обобщенных координат ψ на входе механизма и характеризуют положение его ведущих звеньев. Систему обобщенных координат q на выходе механизма образуют координаты q_1 и q_2 – относительные углы поворота (или перемещения, см. рис. 5.2) звеньев 1 и 2 скелета руки.

Структуры, представленные на рис. 5.1, а и 5.2, а–в выделяются из всех моделей тем, что в них положение ψ_i выходного вала каждого двигателя определяет только одну обобщенную координату q_i (положение только одного звена) и не влияет на величину второй. Такие структуры кинематических передач привода звеньев будем называть кинематически развязанными. В них отсутствует кинематическое взаимовлияние по степеням подвижности.

Кинематически развязанные структуры получаются, если двигатели устанавливаются последовательно на подвижных звеньях руки, т.е. двигатель, установленный на i -м звене, приводит в движение $(i + 1)$ -е звено робота (см. рис. 5.1, а и 5.2, а). При ортогональных структурах возможно получение кинематически развязанных схем и при установке двигателей на одном звене. Такие схемы реализуются с помощью кинематических пар четвертого класса (см. рис. 5.2, б, в).

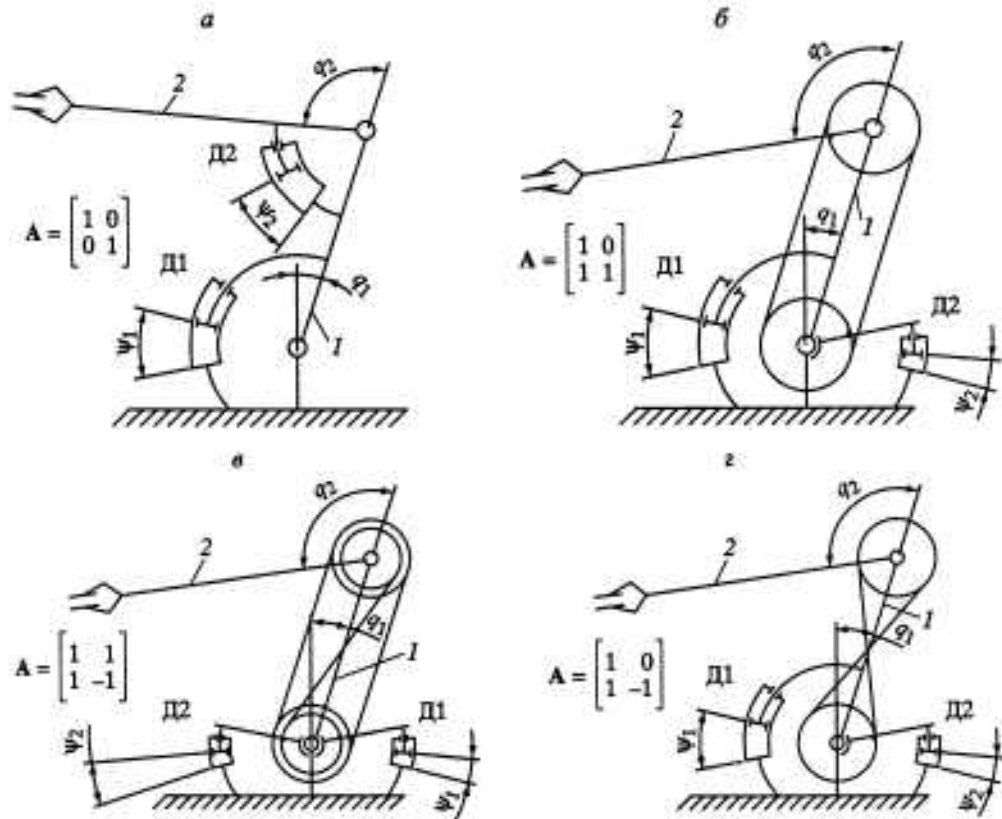


Рис. 5.1. Антропоморфные кинематические модели руки робота с двумя степенями подвижности

В моделях, представленных на рис. 5.1, б, г и 5.2, д, е координата q_1 положения звена 1 определяется двигателем Д1, а q_2 зависит от углов поворота ψ_1 и ψ_2 обоих двигателей. И, наконец, в моделях, представленных на рис. 5.1, в и 5.2, г каждая из координат q_1 , q_2 зависит от ψ_1 и ψ_2 . Такие структуры будем называть кинематически связанными. В них оба двигателя расположены на одном звене, в данном случае на основании. Движение от двигателя Д2 на второе звено передается с помощью элементов привода, установленных на первом звене. В результате образуется планетарный механизм с перекрестными связями. Подобные кинематически связанные механизмы привода звеньев наиболее часто встречаются в робототехнике.

Для исследования многосвязных систем существует процедура, позволяющая по отклику на единичный входной сигнал определить коэффициенты уравнений, описывающих поведение системы в целом [21]. Этот подход был впервые использован в работах [5, 19, 20] для анализа сложных планетарных механизмов привода звеньев манипуляторов. Коэффициенты уравнений представляют собой мгновенные частные передаточные отношения $\partial \psi_j / \partial q_i$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$) между входами (координаты ψ) и выходами (координаты q) механизма.

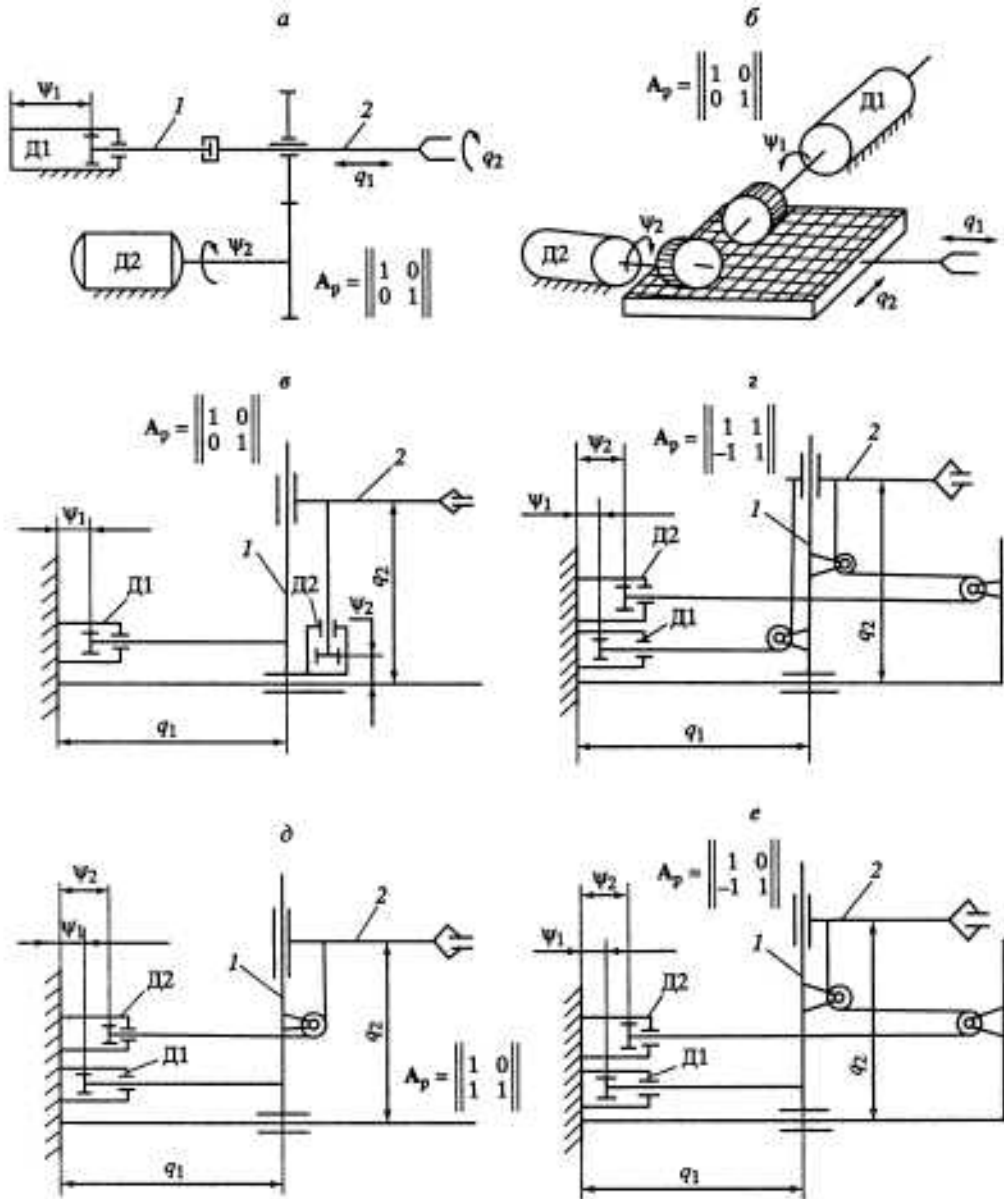


Рис. 5.2. Ортогональные кинематические модели руки робота с двумя степенями подвижности

Для механических передач полученные уравнения будут линейными относительно производных координат входа и выхода (систем обобщенных координат). Матрица, составленная из коэффициентов при производных координат, есть матрица A частных передаточных отношений механизма.

Значения $\partial \psi_j / \partial q_i$ находят при последовательном "замораживании" всех выходов q_i , кроме одного, и определяют передаточные отношения от "незамороженного" выхода ко всем входам ψ_j . В качестве примера рас-

смотрим процедуру получения матрицы частных передаточных отношений для модели, представленной на рис. 5.1, з. Зафиксируем q_2 . Будем изменять q_1 на величину Δq_1 в положительном направлении (против часовой стрелки). Тогда угол ψ_1 изменится на величину $\Delta\psi_1 = \Delta q_1$, а поскольку координата q_2 заморожена, то и угол ψ_2 также изменится на величину $\Delta\psi_2 = \Delta q_1$ (положительным направлением вращения двигателей будем считать движение его ротора против часовой стрелки). В результате получим первый столбец матрицы: $[1 \ 1]^T$. Теперь зафиксируем q_1 и изменим q_2 на величину Δq_2 , тогда ψ_1 не изменится, а угол ψ_2 получит приращение $\Delta\psi_2 = -\Delta q_2$. Таким образом, второй столбец матрицы будет: $[0 \ -1]^T$. Матрицы для всех рассматриваемых моделей приведены на рис. 5.1 и 5.2.

Процедура "замораживания" выходов q_i превращает механизм с n степенями подвижности в n механизмов с одной степенью подвижности. Повторив эту процедуру для всех q_i , $i = 1, \dots, n$, получим матрицу \mathbf{A} частных передаточных отношений $\partial\psi/\partial q_i$, размерностью $n \times n$, связывающую приращения $\Delta\psi$ (или скорости $\dot{\psi}_i$) с приращениями Δq_i координат (или их скоростями \dot{q}_i):

$$\Delta\psi = \mathbf{A}\Delta q, \quad \dot{\psi} = \mathbf{A}\dot{q}. \quad (5.1)$$

Векторы $\dot{\psi}$ и \dot{q} образуют две системы обобщенных скоростей механизма. Матрица \mathbf{A} позволяет перейти от одной системы к другой. При работоспособном механизме матрица \mathbf{A} не может быть вырожденной. Ее элементы – мгновенные частные передаточные отношения – равны передаточным отношениям парциальных кинематических цепей привода звеньев (передаточным отношениям соответствующих механизмов с одной степенью подвижности). Для моделей, представленных на рис. 5.1 и 5.2, эти передаточные отношения – константы, равные 0 или ± 1 . В робототехнике встречаются структуры, для которых элементы $\partial\psi/\partial q_i$ являются функциями обобщенных координат. Если в моделях, приведенных на рис. 5.1, поворотные двигатели заменить на шарнирно установленные линейные двигатели (например, гидроцилиндры), то структура матриц не изменится, но вместо каждой единицы появится некоторая функция обобщенных координат. Если элементы матрицы \mathbf{A} – константы, то с точностью до постоянных слагаемых (постоянных интегрирования) будет справедливо соотношение, аналогичное (5.1)

$$\psi = \mathbf{A}q. \quad (5.2)$$

Физически эти слагаемые определяют взаимную начальную "привязку" систем отсчета обобщенных координат, и их всегда можно обратить в нуль.

Для иллюстрации методики получения элементов матрицы \mathbf{A} рассмотрим кинематическую схему электромеханического робота модели ТУР-10К (рис. 5.3). Все звенья 1–5 руки приводятся от электродвигателей постоянного тока Д1–Д5 через волновой редуктор с передаточным отношением 102,5. Датчики положения ДП1–ДП5 (разрешающая способность 2^{15} на оборот) связаны с валом двигателя ременной зубчатой передачей. Ее передаточное отношение в приводах звеньев 2 и 3 равно 45/28, а в приводах звеньев 4 и 5 – 90/28. Поворотная платформа 1 кинематически связана

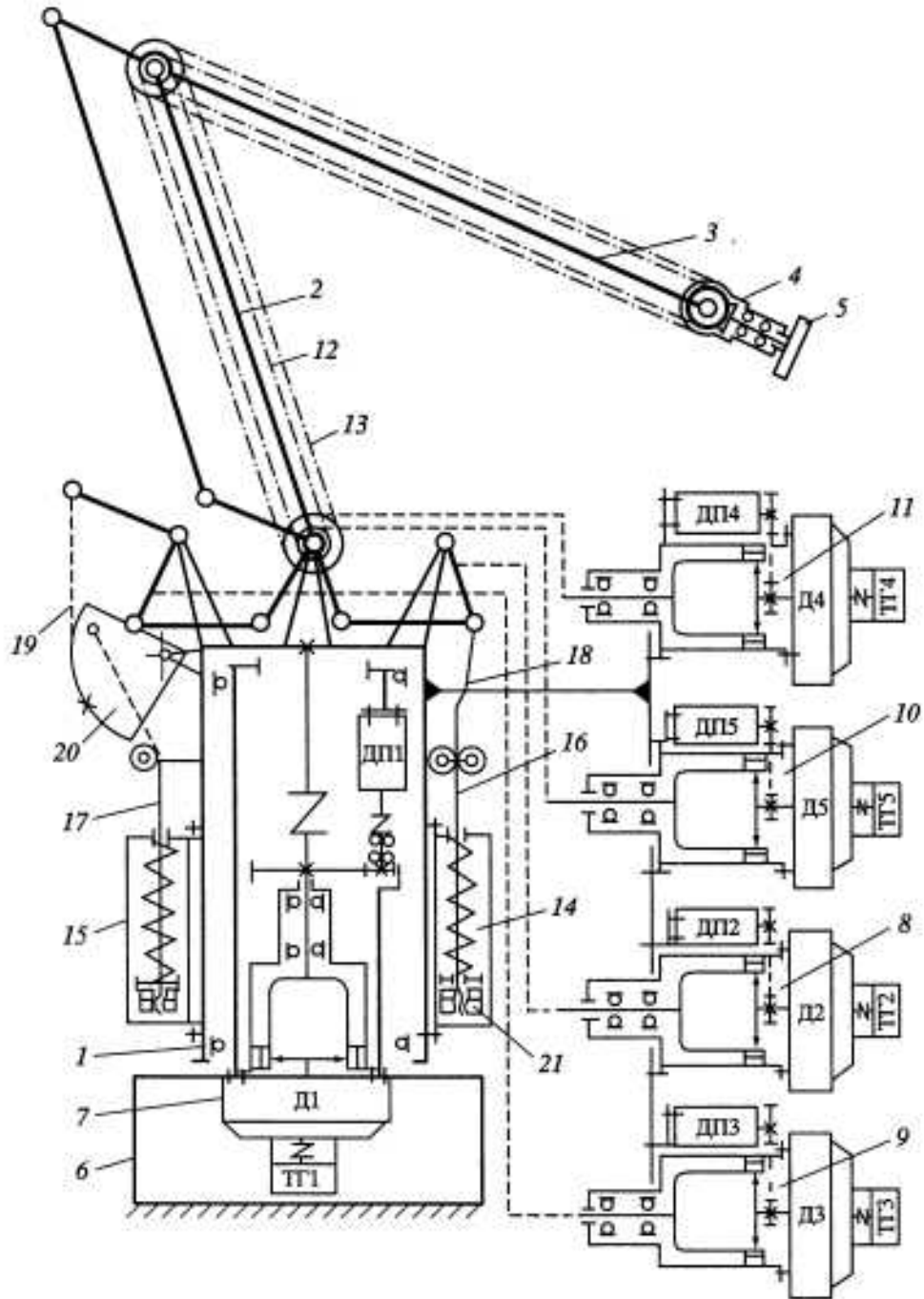


Рис. 5.3. Кинематическая схема электромеханического робота модели ТУР-10К

с выходным валом волнового редуктора через беззазорную зубчатую пару с $i = 15,6$.

Кинематические цепи механизма привода от выходных валов редукторов к звеньям 2 и 3 выполнены в виде шарнирных параллелограммов, а к звеньям 4 и 5 – с помощью цепных передач 12, 13 с передаточным отношением 1. В цепи привода звена 5 дополнительно установлена коническая передача с передаточным отношением 0,5.

Для представленной схемы целесообразно выделить три системы обобщенных координат: q – относительные углы поворота звеньев, ψ' – углы поворота двигателей и ψ – углы поворота датчиков. Эти системы связаны соотношениями (5.1), (5.2), а также

$$\psi = A_1 \psi' = A_1 A q. \quad (5.3)$$

Все передачи привода звеньев руки имеют постоянные передаточные отношения, поэтому элементы матриц A и A_1 – константы. Матрица A_1 – диагональная; она образована передаточными отношениями кинематических передач, связывающих валы двигателей и соответствующих датчиков

$$A_1 = \text{diag} (15,6/102,5; 28/45; 28/45; 28/90; 28/90).$$

Матрица A имеет общий множитель 102,5, поскольку приводы всех звеньев содержат одинаковые волновые редукторы. Фиксируя последовательно координаты q , кроме одной (сначала q_1 , затем q_2 и т.д. до q_5) и регистрируя реакцию всех ψ_j ($j = 1, \dots, 5$) при изменении "замороженного" q_j по столбцам, получим матрицу

$$A = 102,5 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1/2 \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

Матрица A полностью определяет связь между входными и выходными координатами механизма руки и в этом плане является кинематической передаточной функцией механизма. В дальнейшем мы не будем учитывать (если это не оговорено особо) передачи от двигателей к датчикам положения, поскольку матрица A_1 для большинства моделей роботов диагональная. Она не изменяет структуры результирующей матрицы A . Физически это будет означать, что датчики положения установлены непосредственно на валах двигателей.

Аппарат матрицы частных передаточных отношений оказался очень удобным для решения задач анализа и синтеза различных механизмов робототехнических систем высокой размерности. В главе 3 мы его использовали для изучения связи между вектором обобщенных скоростей \dot{q} и вектором V скоростей захвата в декартовом пространстве. С помощью соотношения (3.5) выражение (5.1) преобразуется к виду

$$\dot{\psi} = A J^{-1} V. \quad (5.5)$$

Соотношения (5.1)–(5.3) и (5.5) широко используются при управлении роботом. При аналитическом программировании позиционного робота каждая позиция захвата определяется в декартовом пространстве. Используя формулы решения обратной задачи (например, для ТУР-10К – это (3.34), (3.35), (3.37) и (3.38)), находят вектор обобщенных координат q , затем с помощью матрицы частных передаточных отношений по формулам (5.2) или (5.3) переходят к обобщенным координатам ψ – требуемым показаниям датчиков. Эти показания становятся программными значениями для нижнего контура регулирования – системы слежения по положению. Рассогласование между фактическим положением датчика и требуемым обрабатывается двигателями, и захват выходит в заданное положение.

Контроль положения захвата осуществляется обратной процедурой. Сначала по показаниям датчиков вычисляют вектор q

$$q = A^{-1}\psi. \quad (5.6)$$

Для робота ТУР-10К матрицы A^{-1} имеет вид

$$A^{-1} = 1/102,5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

Последовательно перемножая матрицы $M_{i, i-1}$ по формуле (3.14), получают результирующую матрицу $M_{0, n}$, правый столбец которой в соответствии с (3.13) дает координаты центра захвата, а третий столбец и третья строка – его ориентацию.

При контурном управлении роботом требуемое положение захвата меняется во времени в соответствии с программой движения. Поэтому рассмотренные процедуры должны выполняться достаточно часто (в существующих конструкциях роботов период квантования сигналов составляет 20–40 мс). Отсюда следуют жесткие требования по быстродействию, предъявляемые к алгоритмам вычислительных процедур и к структурам матриц, определяющих эти вычисления.

5.2. ПРОБЛЕМА КОМПЕНСАЦИИ КИНЕМАТИЧЕСКОГО ВЗАИМОВЛИЯНИЯ ЦЕПЕЙ ПРИВОДА ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ

Отображением такого свойства механизма, как отсутствие кинематического взаимовлияния по степеням подвижности, является диагональность матрицы A . Появление любого значащего элемента вне главной диагонали матрицы является признаком наличия кинематического взаимовлияния.

В кинематически развязанных структурах рук антропоморфной компоновки двигателя могут быть последовательно размещены на подвижных звеньях. При этом получают весьма простые конструкции, которыми легко управлять, так как при программировании достаточно знать только

структуру скелета руки. Однако существенное увеличение перемещаемых масс звеньев и габаритов руки нередко заставляет отказаться от этого решения в связи с требованиями повышения быстродействия, уменьшения инерционности руки, улучшения ее маневренности и характеристик сервиса. Для удовлетворения этих требований двигатели размещают на неподвижном основании или на одном из подвижных звеньев, близких к основанию. В обоих случаях структура цепей привода звеньев становится кинематически связанной.

Чем обусловлена необходимость кинематической развязки подобных структур? Очевидно, при аналитическом программировании эта проблема не стоит столь остро, поскольку, как было показано выше, все кинематические связи учитываются в алгоритме вычисления программных углов поворота двигателей. Если же программирование робота осуществляется методом обучения, то кинематическое взаимовлияние по степеням подвижности становится основной причиной повышенной трудоемкости и длительности выполнения процессов программирования. Действительно, оператор, как правило, при обучении, управляя двигателями, выводит захват в требуемую позицию. Он последовательно (по одному) включает различные двигатели, связанные кинематическими передачами с тем или иным звеном руки робота, и проверяет точность выполнения каждого этапа движения по естественному каналу зрительной обратной связи.

При этом оператор ожидает, что при перемещении какого-либо одного звена все последующие звенья будут двигаться вместе с ним как единое целое. В кинематически связанных структурах этого не происходит: все последующие звенья начинают "отзываться" на движение предыдущего, поворачиваясь в собственных шарнирах. Трудность прогнозирования поведения такой системы приводит к тому, что оператор вынужден периодически возвращаться к уже настроенным степеням подвижности, корректируя положение уже выведенных в требуемое положение звеньев. В результате этап обучения робота превращается в утомительный итерационный процесс.

Среди приводов звеньев робота особое место занимает привод захвата, поскольку небольшое непрогнозируемое перемещение губок может привести к потере объекта и аварийной ситуации. Именно поэтому почти во всех существующих роботах двигатель захватного устройства расположен на последнем звене. В противном случае кинематическое влияние других степеней подвижности на положение губок захвата не позволит надежно осуществлять движение руки робота с объектом.

Существуют несколько подходов к решению проблемы кинематической развязки сложных планетарных механизмов, образованных каналами передачи движений от двигателей к шарнирам руки. Рассмотрим рис. 5.4, на котором представлена общая схема полного тракта преобразования информации о требуемых программных перемещениях звеньев робота.

Оператор, исходя из требуемой технологической операции и имея информацию только о скелете руки робота, задает программный вектор изменения обобщенных координат. Этот вектор можно представлять набором чисел (кодов) или набором уровней сигналов с задающего устройства. В общем случае исходный вектор может быть последовательно преобразован;



Рис. 5.4. Общая схема преобразования информации о программных перемещениях звеньев робота

для этого используют следующие устройства системы управления роботом и его механизмы:

- 1) дискретное вычислительное устройство, его матрицу частных передаточных отношений обозначим через A_v ;
- 2) блок электронных связей, вырабатывающий электрические сигналы управления двигателями, его матрицу обозначим через A_3 ;
- 3) непосредственные преобразователи сигналов в механические перемещения (двигатели) — A_d ;
- 4) вспомогательные механизмы робота — A_m ;
- 5) механические передачи рук — A_p .

Следует дать себе отчет в условиях такого представления, поскольку мы распространяем специфическое для механизмов понятие кинематических связей на вычислительные электронные устройства и двигатели, которые по своей физической природе и принципу действия существенно отличаются от механизмов. Однако, если рассматривать все эти устройства как преобразователи, однозначно переводящие вектор входных сигналов в вектор выходных (неважно, будь то коды, уровни напряжений или перемещения) и пренебречь при этом временами срабатывания устройств и соответствующими переходными процессами, то действие каждого из указанных устройств можно единообразно описать аппаратом частных передаточных отношений.

При указанных допущениях матрица частных передаточных отношений, описывающая связь между входом и выходом системы в целом, является произведением упомянутых матриц отдельных устройств

$$A = A_p A_m A_d A_3 A_v \quad (5.8)$$

Если рука образует планетарный механизм, а следовательно, матрица A_p недиагональная, то функцию компенсации кинематического взаимо-

влияния по степеням подвижности (т.е. преобразования результирующей матрицы \mathbf{A} к диагональному виду) может выполнять любое из указанных устройств. В дальнейшем мы будем различать программную компенсацию кинематического взаимовлияния – за счет преобразования исходного вектора сигналов по матрице \mathbf{A}_n вычислительного устройства (пример этого варианта компенсации был описан в вычислительной процедуре, рассмотренный в подразделе 5.1); электронную компенсацию – за счет синтеза перекрестных связей в электронном блоке, описываемую матрицей \mathbf{A}_e ; механическую компенсацию – путем введения в канал передачи движений от двигателей к шарнирам руки специального механизма, реализующего преобразование движений по матрице \mathbf{A}_m .

Наряду с перечисленными вариантами точной компенсации кинематического взаимовлияния в робототехнике иногда используют схемы, обеспечивающие приближенную кинематическую развязку. До сих пор мы не интересовались номинальными значениями передаточных отношений парциальных кинематических цепей. Кинематическое взаимовлияние можно существенно уменьшить за счет соответствующего распределения редукции по элементам цепей привода звеньев.

Модель робота, представленная на рис. 5.5, эквивалентна по своей структуре модели, приведенной на рис. 5.1, б, но в нее введены редукторы i_1 и i_2 , всегда присутствующие в электромеханических цепях привода для обеспечения силовых характеристик робота. Матрица \mathbf{A}_p частных передаточных отношений структуры на рис. 5.5, а аналогична матрице \mathbf{A}_p схемы на рис. 5.1, б и при $i_1 = i_2 = i$ имеет общий множитель

$$\mathbf{A}_p = i \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

При вращении двигателя Д1 программное приращение Δq_1 обобщенной координаты q_1 будет равно "паразитному" приращению координаты Δq_2 , т.е. передаточное отношение между этими координатами в данной структуре будет равно 1 независимо от величины i .

Если редуктор i_2 переставить на ось поворота второго звена, как показано на схеме рис. 5.5, б, то матрица \mathbf{A}_p будет

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{bmatrix} = i \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/i & 1 \end{bmatrix},$$

т.е. паразитное движение координаты q_2 составит только $1/i$ -ю долю от приращения координаты q_1 . При больших передаточных отношениях, в частности при использовании волновых редукторов, для которых $i = 150+200$, паразитное движение будет незначительным и практически не мешает оператору при программировании робота методом обучения.

Таким образом, суть схем с приближенной развязкой заключается в том, что передачу движений от двигателей к шарнирам выполняют быстроходными элементами, а редукцию в основном осуществляют у последнего элемента – ведомого звена руки. Математически это выражается в том, что в матрицах \mathbf{A}_p этих схем диагональные элементы по абсолютной величине

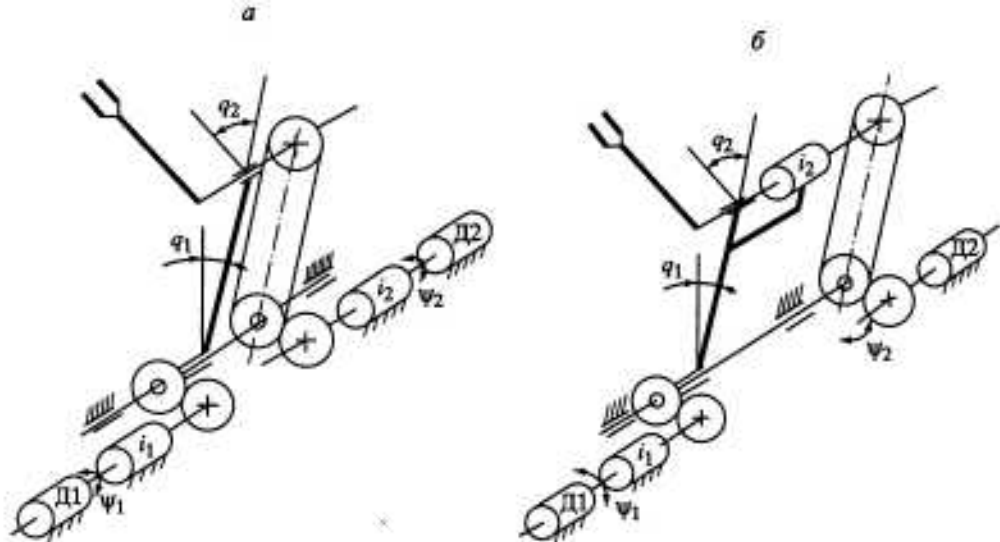


Рис. 5.5. Иллюстрация принципа приближенной кинематической развязки
 а – кинематически связанная модель руки робота; б – модель руки с приближенной кинематической развязкой (уменьшенным коэффициентом влияния)

существенно преобладают над внедиагональными. В результате паразитное изменение обобщенных координат, вызванное кинематическим взаимодействием по степеням подвижности, незначительно, и им пренебрегают. Кроме того, если редукция выполнена в конце цепи, то протяженные элементы привода можно сделать более "изящными", поскольку они передают существенно меньший крутящий момент. Принципы приближенной развязки реализованы в схеме сварочного робота "Famulus" фирмы "Kuka" (ФРГ).

При любом варианте компенсации оператор будет управлять механической рукой так, как будто двигатели расположены в шарнирах руки. Задача конструктора робота, который в силу тех или иных обстоятельств принял планетарную схему передач механической руки, состоит в том, чтобы осуществить компенсацию взаимодействия на уровне перечисленных внутренних блоков системы, не вынося ее на уровень оператора и не затрудняя этим и без того сложные задачи программирования.

Выбор того или иного из указанных выше вариантов компенсации определяется различными факторами: учитываются загруженность вычислительного устройства, требование обработки сигналов в реальном масштабе времени, сложность и громоздкость механизмов компенсации и т.д. Некоторые рекомендации, приведенные в последующих разделах, основываются на результатах статического и динамического анализа промышленных роботов и исследованиях устойчивости программных движений. На уровне исследования кинематики системы все эти варианты равноценны. В настоящей главе рассмотрим механическую компенсацию, т.е. дадим методику решения задачи синтеза механизма компенсации кинематического взаимодействия по известной матрице A_p цепей привода звеньев руки в соответствии с основными положениями работ [14, 16–18, 20].

5.3. СИНТЕЗ МЕХАНИЗМА КОМПЕНСАЦИИ ДЛЯ БАЗОВЫХ МОДЕЛЕЙ

Основой для синтеза механизма компенсации служит матричное соотношение (5.8). Полагая, что кинематическое взаимовлияние по всем степеням подвижности устраняется только при введении специального механизма, будем считать

$$\mathbf{A}_a = \mathbf{A}_n = \mathbf{A}_z = \mathbf{E},$$

где \mathbf{E} – единичная матрица. В этом случае матрица частных передаточных отношений механизма компенсации

$$\mathbf{A}_m = \mathbf{A}\mathbf{A}_p^{-1}. \quad (5.9)$$

Матрица \mathbf{A} – диагональная, причем на главной диагонали содержит передаточные отношения кинематически развязанных цепей привода звеньев. Такие отношения обеспечиваются весьма просто за счет введения согласующих редукторов между двигателями и механизмом компенсации. Поэтому на выбор диагональных элементов матрицы \mathbf{A} при кинематическом синтезе не накладывают никаких ограничений, за исключением того, что они не должны быть нулевыми. Таким образом, структура механизма компенсации полностью определяется матрицей \mathbf{A}_p .

Компенсирующий механизм может быть рассредоточен по подвижным звеньям руки, либо выполнен в виде функционального блока, установленного на основании или на одном из первых подвижных звеньев. Ниже будет рассмотрена методика синтеза механизмов компенсации для рук произвольной структуры с любым числом степеней подвижности. Здесь же для наглядности продемонстрируем основные этапы синтеза на примерах простых структур, представленных на рис. 5.1. Для упрощения заменим структуры на рис. 5.1, б–г их мгновенными рычажными кинематическими аналогами (рис. 5.6, а–в соответственно). Сначала рассмотрим широко применяемую в робототехнике структуру (см. рис. 5.1, б и соответственно рис. 5.6, а).

На первом этапе синтеза в структуре выделяют входные элементы привода звеньев руки. Ими являются вал 3 – для звена 1 и вал 4 – для звена 2. Эти же элементы являются выходными для синтезируемого механизма компенсации. Обозначим углы поворота этих валов через θ_1 и θ_2 , и выпишем матрицу \mathbf{A}_p частных передаточных отношений $d\theta/dq$ (она приведена на рис. 5.1). За счет обращения матрицы \mathbf{A}_p получим элементы $d\psi_j/d\theta_i$ матрицы \mathbf{A}_m механизма компенсации и соотношение (5.9) в виде

$$\mathbf{A}_m = \mathbf{A} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, компенсирующий механизм должен выполнять следующие преобразования

$$\begin{aligned} \Delta\psi_1 &= a_{11}\Delta\theta_1, \\ \Delta\psi_2 &= a_{22}(-\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2), \end{aligned} \quad (5.10)$$

где a_{11} и a_{22} – произвольные ненулевые диагональные элементы матрицы \mathbf{A} .

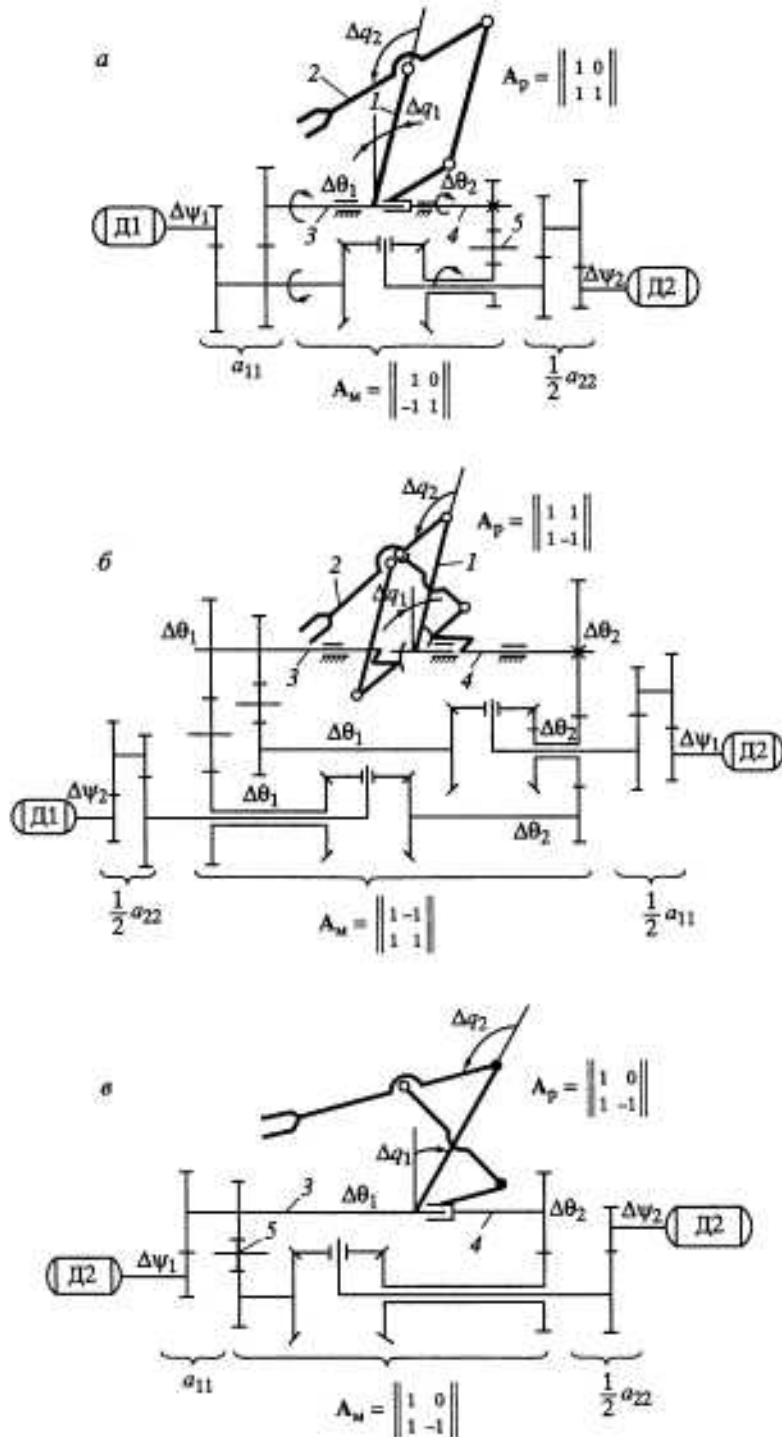


Рис. 5.6. Антропоморфные кинематические модели руки робота с механизмами компенсации кинематического взаимовлияния

Первое соотношение (5.10) указывает на необходимость использования обычного рядового редуктора с $i = a_{11}$; второе – на использование дифференциала, реализующего сложение двух угловых перемещений, одно из которых должно быть взято с коэффициентом -1 по отношению к углу $\Delta\theta_1$.

Выходной вал дифференциала, на котором реализована эта сумма движений, должен быть связан с валом двигателя Д2 через редуктор с передаточным отношением $i = a_{22}$. Кинематическая схема такого механизма компенсации приведена на рис. 5.6, а. Редукторы a_{11} и a_{22} являются внешними по отношению к механизму компенсации и должны выбираться, исходя из мощности устанавливаемых двигателей и требуемых скоростных и нагрузочных характеристик руки. Таким образом, задача синтеза механизма компенсации для структуры, приведенной на рис. 5.1, б решена.

Аналогично синтезируют механизмы кинематической развязки для остальных моделей, представленных на рис. 5.1. Для схемы на рис. 5.1, в этот механизм должен реализовать следующие уравнения:

$$\Delta\psi_1 = a_{11}(\Delta\theta_1 - \Delta\theta_2),$$

$$\Delta\psi_2 = a_{22}(\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2).$$

Из этих уравнений видно, что механизм компенсации должен включать два дифференциала. Кинематическая схема механизма для этой модели приведена на рис. 5.6, б.

Модель, приведенная на рис. 5.1, з, имеет матрицу передаточных отношений руки, обратную по отношению к матрице модели, приведенной на рис. 5.1, б. Эта модель кинематически развязывается с помощью механизма, отраженного на рис. 5.6, в. Последний реализует соотношения

$$\Delta\psi_1 = a_{11}\Delta\theta_1,$$

$$\Delta\psi_2 = a_{22}(\Delta\theta_1 - \Delta\theta_2). \quad (5.11)$$

Компенсирующие механизмы для моделей, представленных на рис. 5.1, б–з, почти одинаковы, их различает только положение паразитного колеса 5 (сравните их матрицы \mathbf{A}_p и соотношения (5.10) и (5.11)).

Практически все схемы роботов с двумя степенями подвижности могут быть представлены типовыми моделями (см. рис. 5.1 и 5.2). Наличие единиц в их матрицах частных передаточных отношений не является принципиальным, поскольку любое действительное число в матрице может быть реализовано за счет выбора соответствующего передаточного отношения согласующего редуктора.

При большом числе степеней подвижности задача синтеза компенсирующего механизма значительно усложняется, несмотря на то, что методика ее решения почти не отличается от изложенной выше. Усложнение обусловлено повышением размерности, особенностями построения механизмов шарниров руки и спецификой матриц \mathbf{A}_p , отражающих эти особенности. В приведенном ниже материале рассмотрены вопросы, связанные с проектированием механизмов компенсации для рук с произвольным числом степеней подвижности. Нас будут интересовать в первую очередь такие схемы рук, для которых компенсирующие механизмы будут иметь мини-

мальные число дифференциалов. В основном будут рассмотрены наиболее сложные антропоморфные схемы, в которых все двигатели звеньев расположены на основании.

Французский робот МА-23 и японский робот фирмы "Хитачи", оснащенные электроприводом и имеющие кинематические цепи тросового типа, могут служить примерами конструкций, в которых последовательно применен принцип вынесения двигателей на основание. Однако наиболее часто в робототехнике применяют совмещенные схемы: часть двигателей располагают на основании, часть – на одном из подвижных звеньев, а некоторые непосредственно в шарнирах. Так построены, например, робот "Универсал-15", где два двигателя расположены на основании, а четыре в подвижной башне, робот ТУР-10, имеющий один двигатель на основании, а четыре на одном из подвижных звеньев. Идеи и методы анализа и синтеза механизмов, разрабатываемые для схем с двигателями, вынесенными на основание, в полной мере применимы для схем (или участков схем), где несколько двигателей сконцентрированы на одном из подвижных звеньев.

5.4. ТИПОВЫЕ СХЕМЫ РУК С ТРЕУГОЛЬНОЙ И СТУПЕНЧАТОЙ МАТРИЦЕЙ ЧАСТНЫХ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ОТНОШЕНИЙ

Введем понятия о шарнире и суставе руки. Под шарниром будем понимать некоторый конструктивный блок, реализованный на основе одной вращательной кинематической пары, а под суставом – блок на основе двух вращательных кинематических пар, т.е. сустав руки всегда содержит два шарнира. Таким образом, если два шарнира конструктивно "сближены", удобно различать суставы руки, а если разнесены – шарниры руки. Каждый из шарниров сустава может быть приведен в действие по "своей" кинематической цепи, выполненной с применением кинематических передач различных типов: рычажных, зубчатых, тросовых и т.п.

На рис. 5.7, *а* показан сустав, выполненный с применением зубчатых передач. Здесь к каждому шарниру, обеспечивающему сгибание q_1 или ротацию q_2 , ведет отдельная кинематическая цепь, входами которой являются шестерни 1 и 2 соответственно.

Возможен и другой принцип построения сустава руки (рис. 5.7, *б*), когда сгибание q_1 и ротация q_2 в соответствующих шарнирах обеспечиваются при одновременной подаче вращений на шестерни 1 и 2. Их вращение в разные стороны определяет сгибание q_1 , а вращение в одну сторону – ротацию q_2 . Здесь обе кинематические цепи имеют общий элемент, в данном случае блок конических шестерен 3.

Можно представить себе схему руки с произвольным числом n степеней подвижности, все шарниры которой строятся по принципу, отраженному на рис. 5.7, *а*, т.е. каждый шарнир управляется по одной кинематической цепи. Подобным схемам роботов с произвольным n в кинематическом отношении адекватны модели, представленные на рис. 5.8, *а* (двигатели расположены в шарнирах руки) и рис. 5.8, *б* (использованы шарнирно-рычажные кинематические цепи). Можно представить себе также и другую полную схему руки с произвольным (но четным) n , где все суставы строятся по принципу,

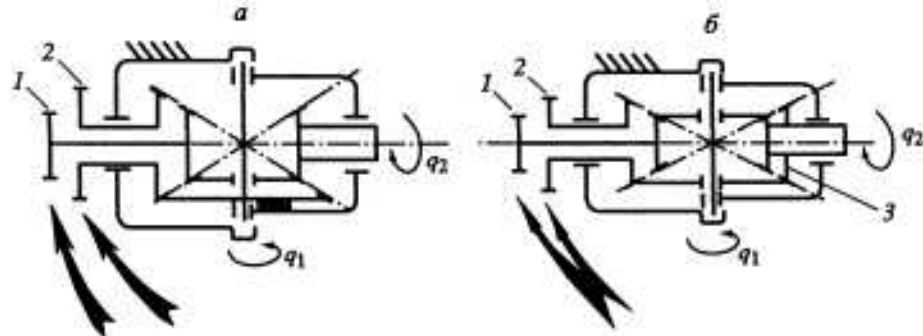


Рис. 5.7. Типовые суставы руки робота

отраженному на рис. 5.7, б, т.е. каждый шарнир управляется по двум кинематическим цепям.

Схемы рук, каждая из которых использует только один из двух описанных выше принципов, будем называть типовыми, отличая их от смешанных схем, где одновременно используются оба принципа. Ниже рассмотрены две выделенные типовые схемы двигательных систем роботов. Очевидно матрица A_p частных передаточных отношений для руки, приведенной на рис. 5.8, а, – диагональная, а на рис. 5.8, б – треугольная

$$A_p = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \dots & a_{n-1,n-1} & 0 \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{bmatrix}. \quad (5.12)$$

Для первой типовой схемы матрица A_p оказывается треугольной, и в частном случае диагональной, независимо от того, является ли механизм руки плоским или объемным. Это означает, что поворот в любом шарнире может оказывать кинематическое влияние только на все последующие шарниры (вплоть до захвата) и не оказывает никакого влияния на предыдущие. В общем случае все значения a_{ij} различаются. При этом собственно величина a_{ij} и определяет степень влияния. Рассмотрим вид матрицы A_p^{-1} , определяющей структуру механизма компенсации [10, 11]

$$A_p^{-1} = [A_{ji} / \det\{a_{ij}\}],$$

где A_{ji} – алгебраическое дополнение (адьюнкта) элемента a_{ij} в определителе

$$|A_p| \quad (i, j = 1, 2, \dots, n).$$

Вычислим обратные матрицы A_p^{-1} при $n = 2, 3$ и 4 . Они имеют вид при $n = 2$

$$A_p^{-1} = (1/a_{11}a_{22}) \begin{bmatrix} a_{22} & 0 \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}. \quad (5.13)$$

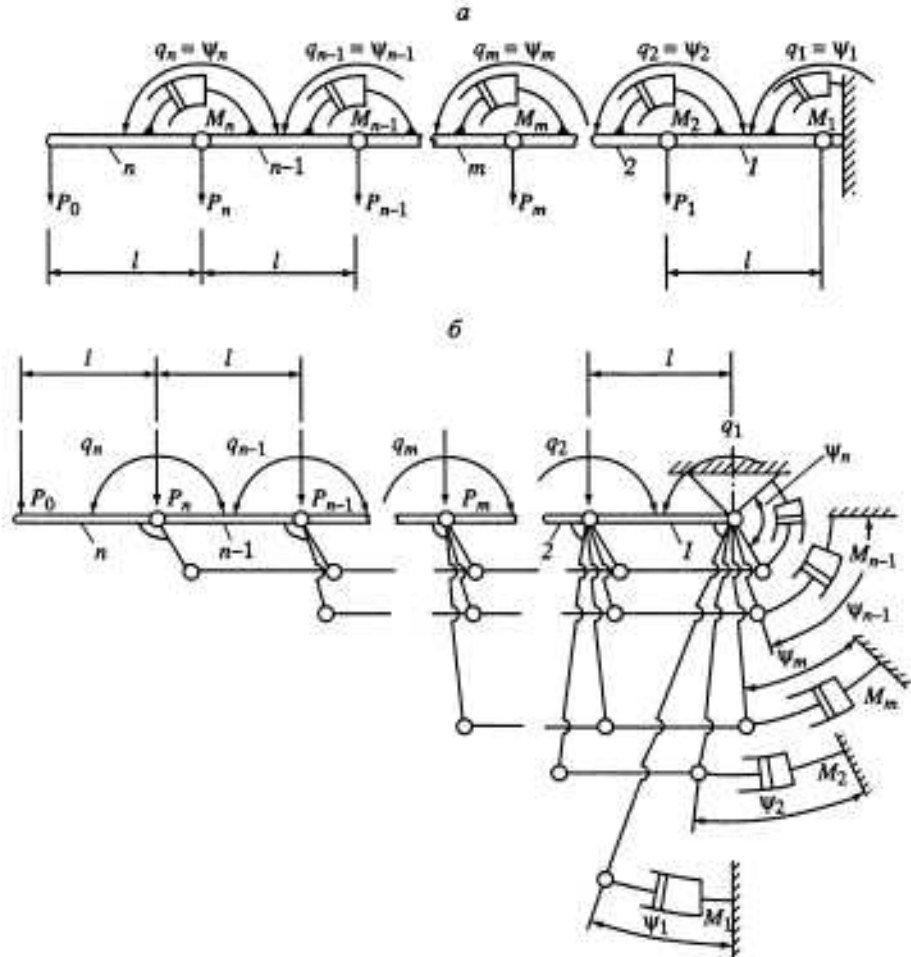


Рис. 5.8. Модели руки робота с n степенями подвижности с суставами первого типа. Здесь же представлены нагрузки P_m ($m = \overline{1, n}$) для расчета максимальных моментов M_m двигателей для этих моделей

при $n = 3$

$$A_p^{-1} = (1/a_{11}a_{22}a_{33}) \begin{bmatrix} a_{22}a_{33} & 0 & 0 \\ -a_{21}a_{33} & a_{11}a_{33} & 0 \\ a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31} & -a_{11}a_{32} & a_{11}a_{31} \end{bmatrix}, \quad (5.14)$$

при $n = 4$

$$A_p^{-1} = (1/a_{11}a_{22}a_{33}a_{44}) \begin{bmatrix} a_{22}a_{33}a_{44} & 0 & 0 & 0 \\ -a_{21}a_{33}a_{44} & a_{11}a_{33}a_{44} & 0 & 0 \\ a^* & -a_{11}a_{32}a_{44} & a_{11}a_{22}a_{44} & 0 \\ a^{**} & a^{***} & -a_{11}a_{22}a_{43} & a_{11}a_{22}a_{33} \end{bmatrix}, \quad (5.15)$$

где

$$\begin{aligned} a^* &= a_{21}a_{32}a_{44} - a_{31}a_{22}a_{44}; \\ a^{**} &= -a_{21}a_{32}a_{44} - a_{41}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{42}a_{33} + a_{31}a_{22}a_{43}; \\ a^{***} &= a_{11}a_{32}a_{43} - a_{11}a_{42}a_{33}. \end{aligned}$$

Анализ матриц (5.13)–(5.15) позволяет сделать вывод, что в них все элементы, не принадлежащие главной диагонали и первой поддиагонали, могут быть обращены в нуль, если наложить некоторые условия на передаточные отношения a_{ij} . Действительно, все упомянутые элементы представляют собой многочлены, составленные из произведений a_{ij} , в которых чередуются положительные и отрицательные знаки.

Элементы главной диагонали и первой поддиагонали – одночлены, которые с учетом физического смысла задачи не могут принимать нулевые значения. Так, если в (5.12) все значащие элементы в каждом столбце сделать равными, т.е.

$$\begin{aligned} a_{11} &= a_{21} = a_{31} = \dots = a_{n1} = \bar{a}_1, \\ a_{22} &= a_{32} = \dots = a_{n2} = \bar{a}_2, \\ a_{33} &= \dots = a_{n3} = \bar{a}_3, \\ &\dots\dots\dots \\ a_{nn} &= \bar{a}_n, \end{aligned} \tag{5.16}$$

то матрицы (5.13)–(5.15) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_p^{-1} &= \begin{bmatrix} 1/\bar{a}_1 & 0 \\ -1/\bar{a}_2 & 1/\bar{a}_2 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_p^{-1} &= \begin{bmatrix} 1/\bar{a}_1 & 0 & 0 \\ -1/\bar{a}_2 & 1/\bar{a}_2 & 0 \\ 0 & -1/\bar{a}_3 & 1/\bar{a}_3 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_p^{-1} &= \begin{bmatrix} 1/\bar{a}_1 & 0 & 0 & 0 \\ -1/\bar{a}_2 & 1/\bar{a}_2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/\bar{a}_3 & 1/\bar{a}_3 & 0 \\ 0 & 0 & -1/\bar{a}_4 & 1/\bar{a}_4 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Применив метод неполной математической индукции, матрицу \mathbf{A}_p^{-1} , обратную матрице (5.12), можно записать в виде

$$\mathbf{A}_p^{-1} = \begin{bmatrix} 1/\bar{a}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/\bar{a}_2 & 1/\bar{a}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/\bar{a}_3 & 1/\bar{a}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/\bar{a}_4 & 1/\bar{a}_4 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1/\bar{a}_n & 1/\bar{a}_n \end{bmatrix} \tag{5.17}$$

Матрица (5.17) полностью определяет кинематику механизма развязки, число и даже тип входящих в него устройств. Вид полученной матрицы, в которой "сохранились" только элементы двух диагоналей, указывает на то, что при выполнении условий (5.16), наложенных на передаточные отношения кинематических цепей привода звеньев, механизм компенсации может быть реализован с использованием минимального числа дифференциалов. Для рук с n степенями подвижности это число составляет $(n-1)$.

Для второй типовой схемы, которая строится при последовательном наращивании двухшарнирных суставов ($n = 2, 4, 6, \dots$), и в которой каждый шарнир управляется одновременно по двум каналам (см. рис. 5.7,б), вид матрицы A_p отличается от (5.12)

$$A_p = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & \dots & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{(n-1)1} & a_{(n-1)2} & a_{(n-1)3} & a_{(n-1)4} & \dots & a_{(n-1)n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Для этой матрицы характерно наличие наддиагональных элементов, являющихся вершинами $[2 \times 2]$ -блоков. Последние характеризуют кинематику упомянутых двухшарнирных модулей руки. Выполнив исследование, аналогичное приведенному выше, и наложив условия

$$\begin{aligned} a_{11} = a_{21} = a_{31} = a_{41} = \dots = a_{(n-1)1} = a_{n1} &= \bar{a}_1, \\ -a_{12} = a_{22} = a_{32} = a_{42} = \dots = a_{(n-1)2} = a_{n2} &= \bar{a}_2, \\ a_{33} = a_{43} = \dots = a_{(n-1)3} = a_{n3} &= \bar{a}_3, \\ -a_{34} = a_{44} = \dots = a_{(n-1)4} = a_{n4} &= \bar{a}_4, \\ \dots & \dots \\ -a_{(n-1)n} = a_{nn} &= \bar{a}_n, \end{aligned} \quad (5.19)$$

можно получить матрицу A_p^{-1} с минимальным числом значащих элементов

$$A_p^{-1} = \begin{bmatrix} -1/2\bar{a}_1 & 1/2\bar{a}_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1/2\bar{a}_2 & 1/2\bar{a}_2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/\bar{a}_3 & 1/2\bar{a}_3 & 1/2\bar{a}_3 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2\bar{a}_4 & 1/2\bar{a}_4 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1/\bar{a}_{n-1} & 1/2\bar{a}_{n-1} & 1/2\bar{a}_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1/2\bar{a}_n & 1/2\bar{a}_n \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Анализ данной матрицы показал, что механизмы компенсации для рук, построенных на двухшарнирных суставах, требуют минимально $(1,5n-1)$ дифференциалов, и в этом смысле уступают схемам, имеющим треугольные матрицы частных передаточных отношений. Отметим также, что выполнение условий (5.16) или (5.19) при создании механических рук полезно и при программной или электронной компенсации, так как они обеспечивают минимальное число вычислительных операций.

5.5. СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ КОМПЕНСАЦИИ ДЛЯ РУК С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ ПОДВИЖНОСТИ

Промышленная робототехника начала свое развитие с копирующих манипуляторов. Напомним: в копирующих манипуляторах две кинематически подобные руки (задающая и исполнительная), одинаковые выходные элементы которых связаны кинематически (или следящими системами). Окончанием задающей руки является рукоятка, на которую непосредственно воздействует человек-оператор, меняя конфигурацию задающей руки в целом. Исполнительная рука при этом в силу кинематических связей копирует конфигурацию задающей. Принцип копирования не требует кинематической развязки. Отказ от него в промышленной робототехнике (где нет задающей кинематической копии исполнительной руки, а есть отдельные управляемые программно приводы по степеням подвижности) ставит эту проблему. Здесь мы выполним синтез механизмов компенсации для наиболее типичных схем двигательных систем копирующих манипуляторов, имея в виду, во-первых, использовать применяемые в них решения для целей промышленной робототехники, а во-вторых, показать, как могут быть усовершенствованы сами схемы.

Основу конструкции двигательных систем копирующих манипуляторов (рис. 5.9) составляют наборы повторяющихся элементарных дифференциальных механизмов, обеспечивающих передачу движений от установленных на основании выходных элементов (или двигателей) к несущим звеньям руки.

В манипуляторе МЭМ-10СД (см. рис. 5.9, а) первый от основания сустав выполнен по схеме, приведенной на рис. 5.7, а, а два других – по схеме, приведенной на рис. 5.7, б. Выше такие схемы мы назвали смешанными. Манипулятор "400" (рис. 5.9, б), все суставы которого построены в соответствии с рис. 5.7, а, имеет типовую схему с треугольной матрицей частных передаточных отношений. В обоих манипуляторах из-за подвижности звеньев, по которым проходят кинематические передачи к последующим шарнирам, схемы приобретают довольно сложную дифференциальную структуру [9].

Кинематическая схема, представленная на рис. 5.9, а, в случае использования ее в промышленном роботе действует следующим образом. От источников мощности (силовых двигателей) приводятся во вращение входные шестерни 1–7. Движения от этих шестерен через систему соосмонтированных валов и конических колес, установленных в шарнирах, передаются несущим звеньям I–VII руки. При повороте шестерен 1–7 на углы $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7$ соответственно рука меняет свою конфигурацию в пространстве, а ее несущие звенья поворачиваются и сгибаются в шарнирах, отрабатывая углы q_1, q_2, \dots, q_7 . Сдвоенные блоки конических шестерен А и Б, установленные во втором и третьем суставах, реализуют схему сустава, показанного на рис. 5.7, б. К каждому из блоков подводятся кинематические цепи от двух входных шестерен. Их одновременное вращение в одну или разные стороны позволяет обеспечить необходимые движения звеньев III и

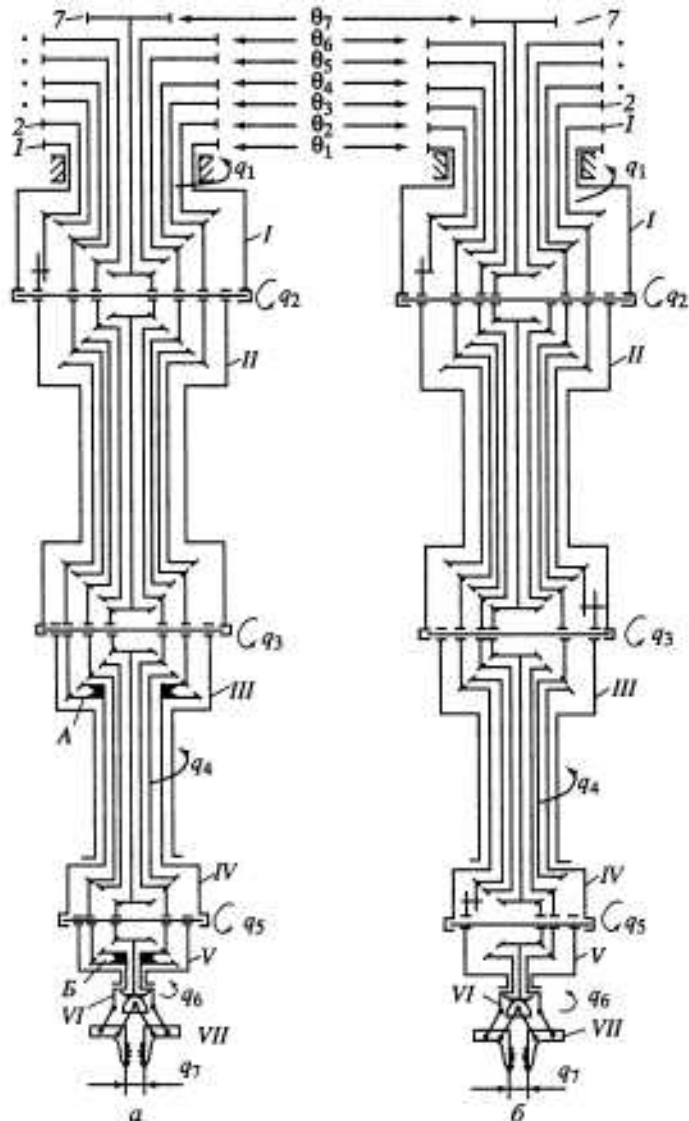


Рис. 5.9. Два варианта построения кинематических передач исполнительных рук копирующих манипуляторов [2]
a – МЭМ-10СД; *б* – "400"

IV, а также V и VI. В манипуляторе типа "400" (см. рис. 5.9,б) к каждому из подвижных звеньев I–VII ведет индивидуальная цепь привода с соответствующей входной шестерней. Все суставы в этой конструкции построены так же, как первый сустав манипулятора МЭМ-10СД.

Для обеих кинематических схем характерно отсутствие взаимно-однозначного соответствия между углом поворота *i*-й входной шестерни и углом поворота в *i*-м шарнире. Матрица частных передаточных отношений для схемы, приведенной на рис. 5.9, а, имеет вид

$$A_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -a & -a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a & a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -a & -a & 1 & a & -1 & 0 \\ 1 & a & a & 1 & -a & -1 & 0 \\ 1 & -a & -a & 1 & a & -1 & b \end{bmatrix}$$

Здесь треугольный и ступенчатый вид легко выделяемых блоков матрицы определяется тем, что первый сустав построен по типовой схеме с треугольной матрицей, а второй и третий суставы – по типовой схеме со ступенчатой матрицей. Выпишем матрицу A_p^{-1} , определяющую структуру компенсирующего механизма

$$A_p^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/a & 1/a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/a & -1/a & -1/2a & 1/2a & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2a & 1/2a & 1/2a & -1/2a & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & -1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/b & 0 & 1/b \end{bmatrix}$$

Таким образом, связь между углами поворота двигателей и выходными валами компенсирующего механизма описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \theta_1 \\ \psi_2 &= (1/a)(\theta_2 - \theta_1), \\ \psi_3 &= -(1/a)(\theta_2 - \theta_1) - (1/2a)(\theta_3 - \theta_4), \\ \psi_4 &= (1/2)(\theta_3 + \theta_4) - \theta_1, \\ \psi_5 &= -(1/2a)(\theta_3 - \theta_4) + (1/2a)(\theta_5 - \theta_6), \\ \psi_6 &= (1/2)(\theta_3 + \theta_4) - (1/2)(\theta_5 + \theta_6), \\ \psi_7 &= (1/2b)(-\theta_5 + \theta_7). \end{aligned} \quad (5.21)$$

Все операции умножения на постоянные коэффициенты обеспечиваются согласующими редукторами, операции сложения – дифференциалами. Для реализации соотношений (5.21) можно предложить следующий алгоритм:

$$\begin{aligned} (\psi_1 + 0) &\rightarrow \theta_1, \\ (a\psi_2 + \theta_1) &\rightarrow \theta_2, \\ [-a(\psi_2 + \psi_3) + (\psi_4 + \theta_1)] &\rightarrow \theta_3, \\ [a(\psi_2 + \psi_3)^\nabla + (\psi_4 + \theta_1)^\nabla] &\rightarrow \theta_4, \\ [a\{\psi_5 - (\psi_2 + \psi_3)^\nabla\} + \{(\psi_4 + \theta_1)^\nabla - \psi_6\}] &\rightarrow \theta_5, \\ [-a\{\psi_5 - (\psi_2 + \psi_3)^\nabla\} + \{(\psi_4 + \theta_1) - \psi_6\}^\nabla] &\rightarrow \theta_6, \\ (b\psi_7 + \theta_5) &\rightarrow \theta_7. \end{aligned} \quad (5.22)$$

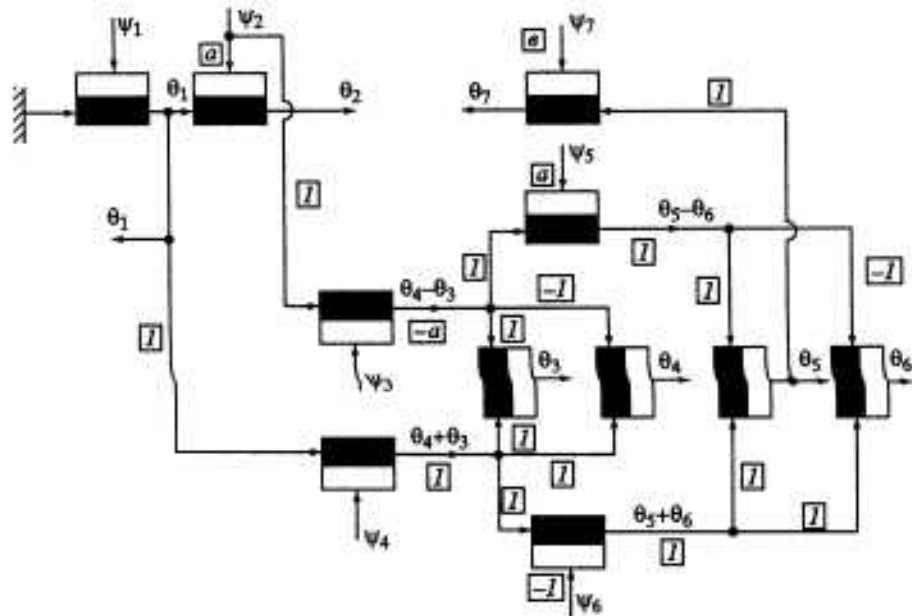


Рис. 5.10. Структурная схема дифференциального механизма, построенного на основе дифференциалов, для схемы манипулятора МЭМ-10СД

Общее число пар скобок определяет число дифференциалов в схеме компенсирующего механизма. Значок ∇ в верхнем индексе у скобок означает, что данная операция определена выше. Схема механизма, отвечающая алгоритму (5.22), приведена на рис. 5.10. Она составлена из типовых ячеек – дифференциалов; на связях указаны передаточные отношения кинематических цепей.

Таким образом, решена задача развязки движений для манипулятора по схеме, приведенной на рис. 5.9, а. Теперь, если механизм компенсации по схеме, представленной на рис. 5.10, подключить выходами $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7$ к так же обозначенным входным шестерням руки, то будет обеспечено взаимнооднозначное соответствие между углом поворота вала приводного двигателя и углом поворота руки в соответствующем этому двигателю шарнире.

Схема манипулятора, приведенная на рис. 5.9, б, описывается треугольной матрицей

$$A_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -a & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a & -a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -a & a & 1 & a & 0 & 0 \\ 1 & a & -a & 1 & -a & 1 & 0 \\ 1 & a & -a & 1 & -a & 1 & b \end{bmatrix}. \quad (5.23)$$

На этом примере рассмотрим прием, который упрощает вычисления и

синтез кинематической развязки и кинематических передач. Матрицу (5.23) можно представить в виде

$$A_p = A_c B,$$

где $B = \text{diag}(1, a, a, 1, a, 1, b)$ – диагональная матрица передаточных отношений (редукции),

$$A_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

– матрица, отражающая структурные связи механизма руки.

С учетом того, что

$$A_p^{-1} = (A_c B)^{-1} = B^{-1} A_c^{-1},$$

где B^{-1} – также диагональная матрица, для манипулятора с механизмом компенсации кинематического взаимовлияния получим следующие соотношения:

$$\dot{\theta} = A_c B \dot{q}, \quad \dot{\psi} = B^{-1} A_c^{-1} \dot{\theta} \text{ и, следовательно, } \dot{\psi} = B^{-1} A_c^{-1} A_c B \dot{q}.$$

Используя далее свойство ассоциативности умножения матриц, проанализируем цепочку преобразований

$$\dot{\psi} = B^{-1} \{A_c^{-1} A_c\} B \dot{q} = B^{-1} E B \dot{q}.$$

Так как матрицы B^{-1} и B – диагональные, то отсутствие матрицы B^{-1} или ее замена на какую-либо другую диагональную матрицу лишь изменит передаточные отношения между одноименными входами ψ_i и выходами q_i , но не повлияет на достижение поставленной цели. В итоге получим необходимое и достаточное условие кинематической развязки движений по двум системам обобщенных координат

$$\dot{\psi} = (\text{diag } C) \dot{q}.$$

Применив описанную выше методику для матрицы A_c^{-1} , получим алгоритм синтеза механизма компенсации в виде

$$\begin{aligned} (\psi_1 + 0) &\rightarrow \theta_1, \\ (\theta_1 + \psi_2) &\rightarrow \theta_2, \\ [(\theta_1 - \psi_2) + \psi_3] &\rightarrow \theta_3, \\ [(\theta_2 - \psi_3) + \psi_4] &\rightarrow \theta_4, \\ [(\theta_3 + \psi_4) + \psi_5] &\rightarrow \theta_5, \\ [(\theta_4 - \psi_5) + \psi_6] &\rightarrow \theta_6, \\ (\theta_6 + \psi_7) &\rightarrow \theta_7. \end{aligned} \tag{5.24}$$

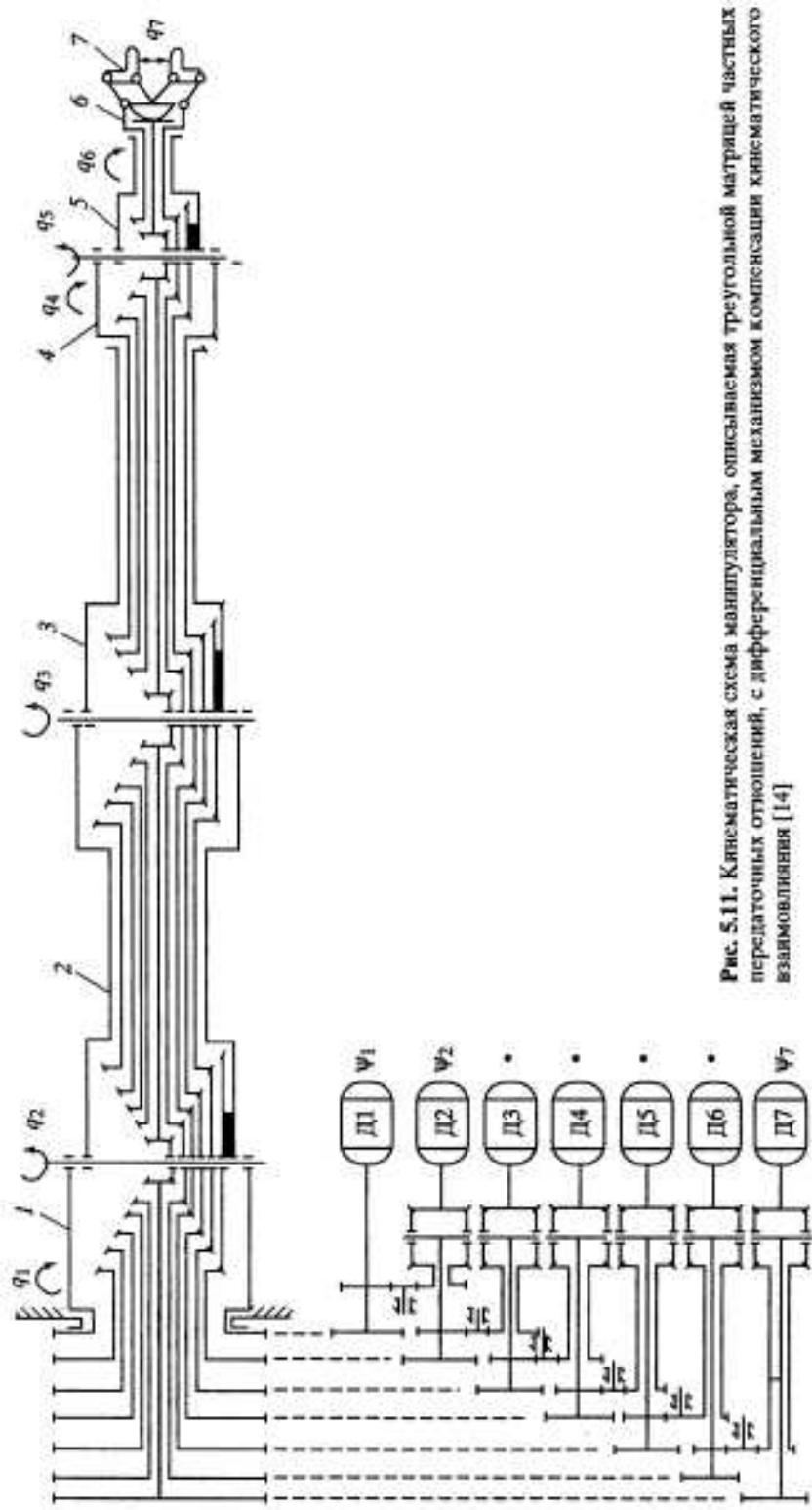


Рис. 5.11. Кинематическая схема манипулятора, описываемая треугольной матрицей частных передаточных отношений, с дифференциальным механизмом компенсации кинематического взаимовлияния [14]

Из уравнений (5.24) следует, что механизм должен включать 12 дифференциалов, из которых первый, как и во всех рассмотренных выше случаях, реализующий операцию $(\psi_1 + 0) \rightarrow \theta_1$, выполняет роль рядового редуктора.

Механизм можно существенно упростить, если в матрице (5.23) будут выполнены условия (5.16). Тогда синтез соответствующего механизма компенсации можно проводить по руке, приведенной на рис. 5.8,б. В этом случае получим схему из 7 дифференциалов (один выполняет роль рядового редуктора). Такая схема, а также механизм руки, измененный по отношению к рис. 5.9,б в соответствии с условиями (5.16), приведены на рис. 5.11. Механизм компенсации здесь состоит из простейшей цепочки дифференциалов.

Такая схема может служить наглядным доказательством того, что "упорядочивание" связей в цепях привода звеньев рук дает существенный эффект, связанный с упрощением механизмов развязки движений.

Проиллюстрируем синтез механизмов развязки и предложенные рекомендации на кинематической схеме экспериментального антропоморфного робота с шестью степенями подвижности, имеющего широко распространенную структуру $1-3-2^*$. Выше показано (см. гл. 3), что для этой структуры существует решение обратной задачи в явном виде. Оно дается формулами (3.29)–(3.31), (3.33) и (3.34).

Структурная схема руки робота с указанными длинами звеньев и углами поворота в шарнирах представлена на рис. 5.12, а его кинематическая схема – на рис. 5.13. Схема дает представление практически обо всех механизмах, необходимых для функционирования робота универсального назначения. Она содержит механизм привода звеньев руки, компенсирующий механизм I с двигателями, механизм II уравновешивания веса звеньев, механизм III натяжения кинематических передач и механизмы кинематического замыкания для реализации стереотипных движений.

Чтобы уменьшить подвижные массы руки, привод каждой степени подвижности выполнен на тросовых передачах, а все двигатели и функциональные механизмы установлены на основании. Следует отметить, что наличие тросовых передач не является принципиальным, возможно использование любых видов передач; также необязательно и наличие всех функциональных механизмов, описанных ниже. Их набор определяется технологическими задачами, решаемыми роботом.

Все технические решения экспериментально проверены на действующих макетах роботов, а рассматриваемая схема является методически удобным примером для иллюстрации теоретических аспектов, изложенных в различных разделах настоящей книги. Здесь мы опишем только построение механизма компенсации, а в дальнейшем будем возвращаться к этой схеме по мере изложения теоретических аспектов синтеза других функциональных механизмов робота.

Структура $1-3-2^*$ позволяет выполнить тросовые передачи с минимальным числом направляющих и приводных роликов. Привод по каждой из степеней свободы осуществляется тросом, один конец которого укреплен на барабане, кинематически связанном с двигателем (через дифференциалы компенсирующего механизма), а второй – на ведомом барабане, жестко

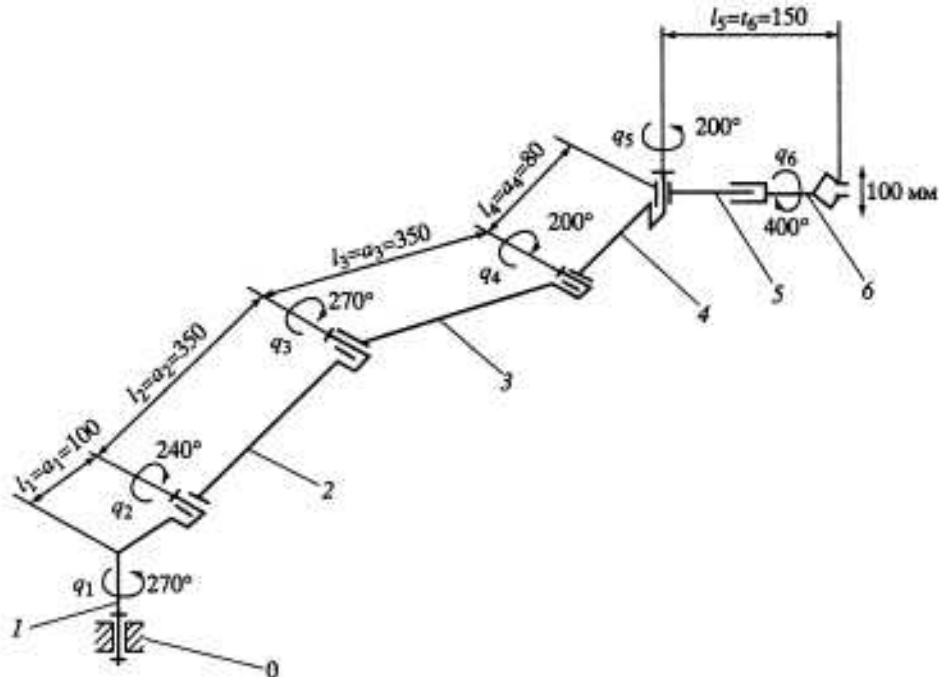


Рис. 5.12. Схема скелета руки экспериментального робота

связанном с приводным звеном. Например, ротация захвата осуществляется тросом, закрепленным с одной стороны на барабане 7, жестко связанном со звеном 6, а с другой – на барабане 8, связанном зубчатыми передачами с двигателем Дб. При этом трос проходит вдоль руки, обвивая направляющие ролики 9, установленные с возможностью вращения относительно осей поворота подвижных звеньев 1–5. Передача движения по остальным степеням свободы осуществляется аналогично. Все направляющие ролики, установленные на одной оси, не связаны между собой.

Особенностью схемы является наличие дополнительной общей тросовой ветви, замыкающей упомянутые выше тросовые передачи всех шести степеней свободы и образующей вместе с цепочкой дифференциалов с согласующими редукторами механизм натяжения III. Эта ветвь ведет от последнего звена руки (барабан 7) на выходной барабан 14 через направляющие ролики 10–13, установленные с возможностью вращения на осях поворота подвижных звеньев. Для обеспечения работоспособности схемы необходимо, чтобы направление навивки троса общей ветви было противоположным направлению навивки остальных тросовых ветвей.

Особенностью структуры 1–3–2* является также то, что она содержит минимальное число пересекающихся осей вращения звеньев. Наличие в схеме пересекающихся осей приводит к установке дополнительных паразитных роликов и дополнительному перегибу троса. Поэтому в схеме оси шарниров либо параллельны, либо скрещиваются. При скрещивающихся осях шарниров рабочие поверхности направляющих роликов образуют

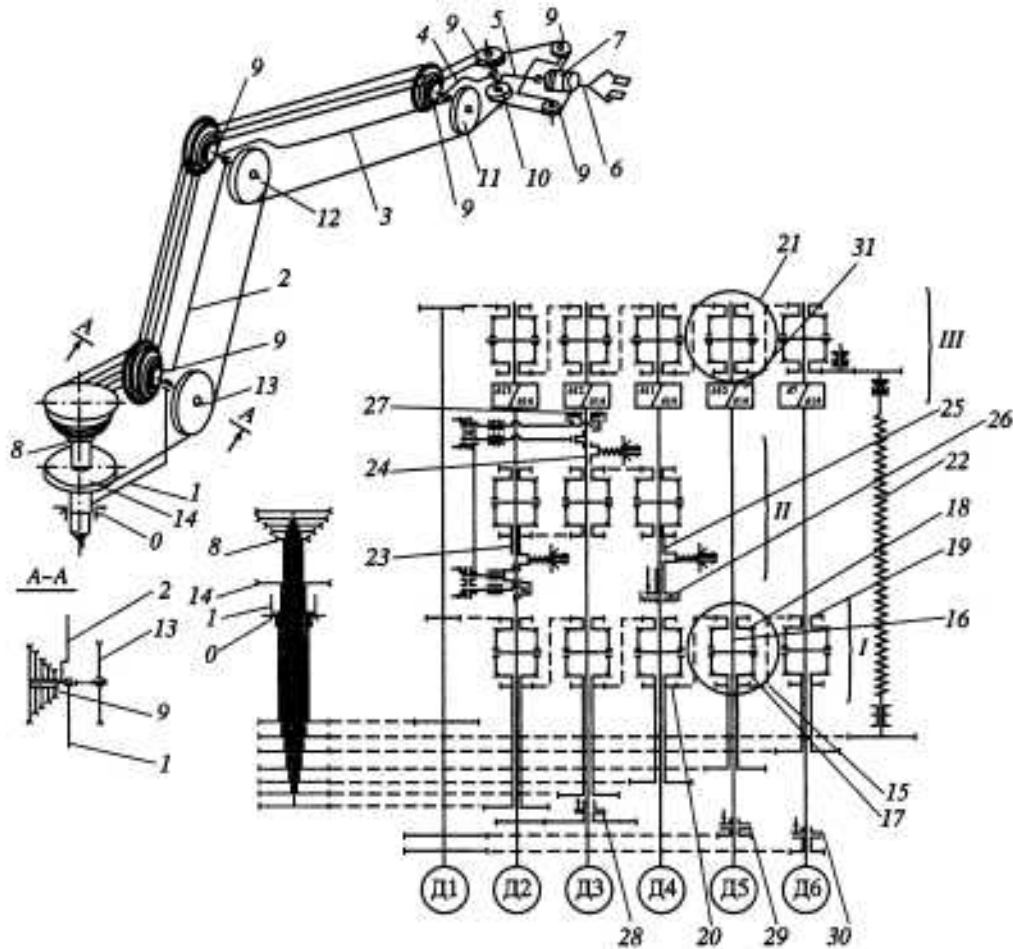


Рис. 5.13. Кинематическая схема экспериментального робота

поверхности вращения, например конусы, а тросы между ними параллельны межосевому перпендикуляру.

Таким образом, рассматривается конструкция руки в виде планетарного механизма с тросовыми кинематическими цепями привода звеньев. Механизм имеет семь входов: шесть – для привода каждой степени свободы (барабан типа 8 и поворотное звено 1) и один – общий (барабан 14) – для натяжения всех тросовых передач руки (механизм натяжения будет описан в гл. 6).

Как видим, механизм руки представляет собой многосвязную механическую систему, в которой взаимовлияние по степеням подвижности определяется треугольной матрицей частных передаточных отношений вида (5.12) при выполненных условиях (5.16). Взаимно-однозначное соответствие между углом поворота привода i -й степени подвижности и соответствующего звена руки достигается при введении компенсирующего механизма, синтезированного по матрице (5.17) (см. раздел 5.4).

На схеме, представленной на рис. 5.13, компенсирующий механизм / выполнен в виде цепочки ($n - 1$) однотипных модулей 15, каждый из которых содержит дифференциал, связанный водилом 16 с приводным двигателем (для выделенного модуля – с двигателем Д5). Одно из солнечных колес 17 связано с соответствующим ведущим барабаном и солнечным колесом 19 последующего модуля. Второе солнечное колесо 18 связано с солнечным колесом 20 предыдущего модуля. К ведущим барабанам крепятся приводные тросы всех звеньев руки робота. Дифференциал первого модуля всегда вырождается в рядовой редуктор. Поэтому на схеме он показан обычной передачей.

Действие компенсирующего механизма приводит к тому, что угол поворота каждого приводного двигателя соответствует углу поворота одноименного шарнира. Возможен и другой путь, когда на основе полученных выше матричных соотношений (см. разделы 5.1 и 5.2) строятся электронные или программные компенсирующие устройства и организуются обратные связи по положению звеньев руки [12]. Попытки решить проблему развязки без учета матричных соотношений, опираясь только на "вычислительные" способности сепаратных систем (см. гл. 10) регулирования многосвязных объектов, чреваты потерей быстродействия, а иногда и устойчивости [24].

5.6. СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ КИНЕМАТИЧЕСКОГО ЗАМЫКАНИЯ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ СТЕРЕОТИПНЫХ ДВИЖЕНИЙ

Роботы с шестью степенями подвижности могут выполнить в некотором объеме любое произвольное движение захвата, в том числе и такое, при котором на определенном участке необходимо выдержать заданное геометрическое или кинематическое условие. При достаточно частом повторении в цикле такого движения иногда целесообразно реализовать его не за счет программного управления, а средствами механики – путем включения кинематических связей между отдельными элементами цепей привода звеньев. Движения захвата, обеспечивающие требуемые геометрические или кинематические условия за счет включения кинематических связей, будем называть стереотипными. Примерами стереотипных движений могут служить движения по вертикальным, горизонтальным или наклонным прямым, по винтовой линии, с постоянной ориентацией захвата в пространстве и т.д.

Кроме некоторой "разгрузки" вычислительного устройства, способствующей решению проблемы управления контурным роботом в реальном масштабе времени, стереотипные движения обладают тем преимуществом, что их реализация в цикловых роботах позволяет выполнять набор "контурных" операций, которые традиционные цикловые роботы осуществить не могут.

Для синтеза кинематических связей, реализующих стереотипные движения, можно использовать хорошо разработанный аппарат синтеза точных и приближенных направляющих механизмов [1,3] и достаточно широкий набор уже известных устройств [4]. В этом разделе будет показано, что развитая кинематика механизмов компенсации кинематического взаимо-

влияния цепей привода звеньев робота в значительной степени облегчает и упрощает синтез кинематических связей, поскольку в схеме, как правило, уже присутствуют элементы, углы поворота которых пропорциональны углам поворота звеньев, их суммам или тригонометрическим функциям от них.

Кинематические или геометрические условия, наложенные на траекторию захвата, обычно диктуются технологическим процессом и задаются в декартовом пространстве. Формально их описывают некоторыми уравнениями связи между координатами, определяющими положение и ориентацию захвата, и (или) скоростями их изменений

$$f_s(x_{np}, y_{np}, z_{np}, \alpha_{np}, \beta_{np}, \gamma_{np}, \mathbf{V}) = f_s(\mathbf{X}, \mathbf{V}) = 0. \quad (5.25)$$

Методика синтеза механизмов кинематического замыкания базируется на поиске уравнений связей в обобщенных координатах q_i и (или) ψ , эквивалентных соотношению (5.25), т.е.

$$f_s(\mathbf{X}, \mathbf{V}) \xrightarrow{I} f_q(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \xrightarrow{II} f_\psi(\psi, \dot{\psi}). \quad (5.26)$$

Для выполнения этапа I используют уравнения, дающие решение задачи о положениях или скоростях механизма руки (см. гл. 3), для выполнения этапа II (переход от \mathbf{q} к ψ) – матрицу частных передаточных отношений. При использовании функции f_q механизм кинематических связей реализуется непосредственно в структуре передач руки. Если же за основу берется f_ψ , то синтезируемая кинематическая цепь будет связывать валы двигателей привода. Оба эти варианта в кинематическом отношении эквивалентны. Обычно выбирают тот вариант, который конструктивно проще.

На рис. 5.14,а приведена структура руки, аналогичная структуре, представленной на рис. 5.1,б. Наша задача – синтезировать механизм кинематического замыкания для реализации в такой антропоморфной структуре прямолинейного движения захвата по лучу OB , проходящему через ось поворота первого звена. Введем неподвижную систему координат XOY . Тогда уравнение связи (5.25), описывающее этот стереотип в декартовом пространстве, будет

$$y/x - \operatorname{tg} \vartheta = 0, \quad (5.27)$$

где $\operatorname{tg} \vartheta$ – константа, определяющая угол наклона луча к оси OX . Решение прямой задачи о положениях данного механизма дают следующие уравнения:

$$\begin{aligned} x &= l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2), \\ y &= l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2). \end{aligned} \quad (5.28)$$

Подставив уравнения (5.28) в (5.27) и приняв $l_1 = l_2$, получим условие стереотипного движения, наложенное на координаты q_1 и q_2

$$q_1 + q_2 / 2 = \vartheta = \text{const.}$$

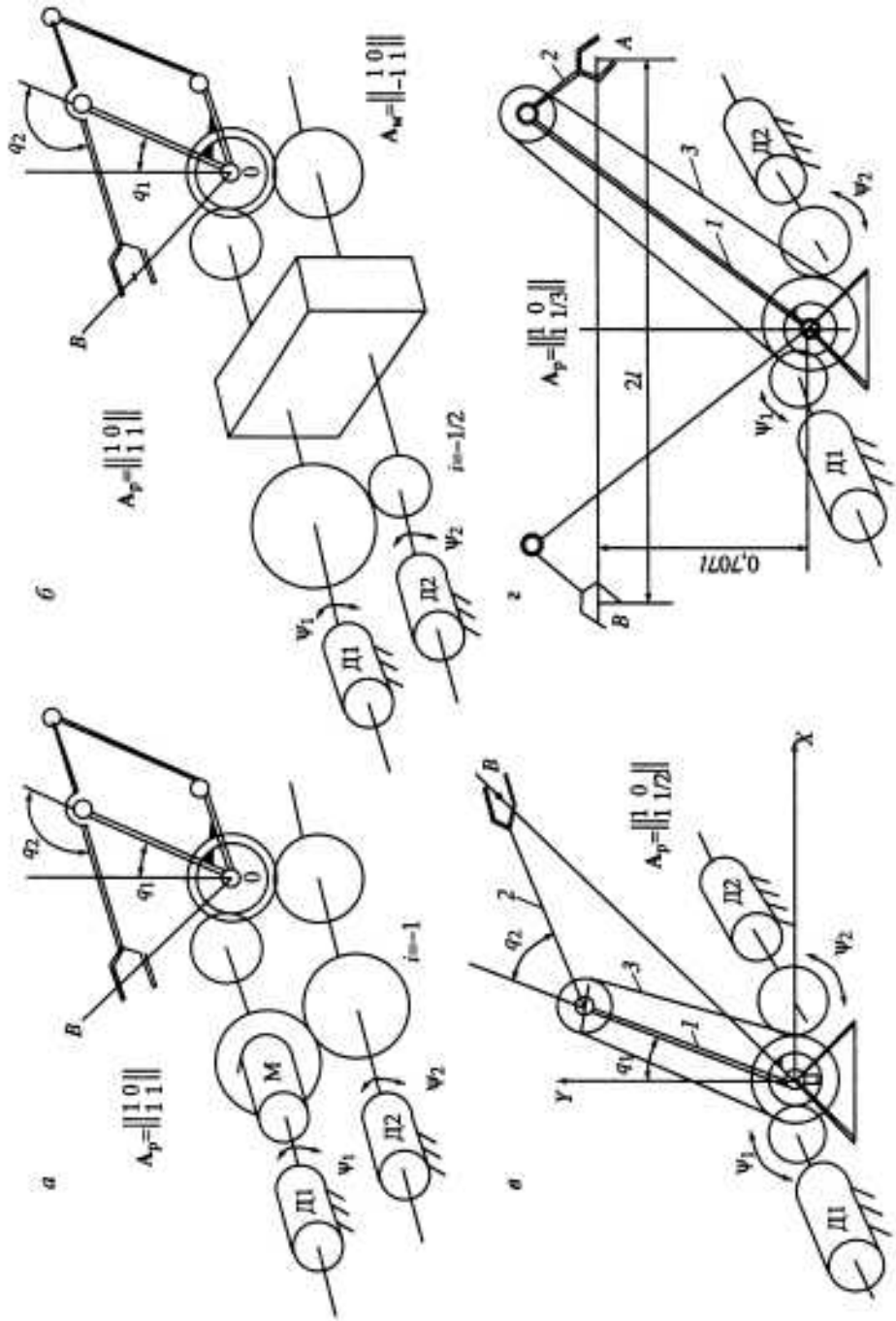


Рис. 5.14. Примеры кинематических схем роботов с механизмами стереотипных движений захвата "по прямой"

Данное условие будет выполняться только, если

$$\Delta q_1 = -0,5q_2 \quad \text{или} \quad \dot{q}_1 = -0,5\dot{q}_2. \quad (5.29)$$

И, наконец, так как

$$A_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \psi_1 = \dot{q}_1, \quad \psi_2 = \dot{q}_1 + \dot{q}_2,$$

то с учетом (5.29) получим уравнение связи f_v

$$\dot{\psi}_2 = -\dot{\psi}_1. \quad (5.30)$$

Таким образом, для схемы, представленной на рис. 5.14,а, и рассмотренного стереотипа уравнение связи (5.26), выраженное в различных системах обобщенных координат, будет

$$(y/x - \operatorname{tg} \vartheta = 0) \rightarrow (\dot{q}_1 + 0,5\dot{q}_2 = 0) \rightarrow (\dot{\psi}_2 + \dot{\psi}_1 = 0). \quad (5.31)$$

Последнее соотношение реализовано в схеме, приведенной на рис. 5.14,а кинематической цепью с передаточным отношением -1 , связывающей входные валы механизма. Очевидно, любая кинематическая связь уменьшает число степеней подвижности механизма. Поэтому при включении стереотипного движения (включении муфты М), один из двигателей Д1 или Д2 должен быть отключен. Вопрос о том, какой из двигателей целесообразно включать при выполнении стереотипного движения, решается, исходя из статического анализа получающегося механизма с одной степенью свободы. Прежде чем выполнить стереотипное движение, программно выводят захват в любую точку, лежащую на требуемой прямолинейной траектории. Затем включают муфты и далее при вращении ведущего двигателя синтезированная кинематическая цепь обеспечивает движение захвата по заданному лучу.

Для той же структуры руки с механизмом компенсации (см. рис. 5.14,б) матрица A – единичная, поэтому функция f_v будет

$$\psi_1 = -0,5\psi_2, \quad (5.32)$$

и стереотип реализуется кинематической цепью с передаточным отношением $i = -1/2$.

Механизм кинематического замыкания может быть реализован и на основе уравнения связи f_q (см. рис. 5.14,в). Программный режим для этой схемы также позволяет переместить захват в любую точку в пределах рабочего объема за счет отработки соответствующих углов ψ_1 и ψ_2 . Если ротор двигателя Д2 зафиксировать, а движение осуществлять только за счет двигателя Д1, то захват будет перемещаться по требуемому лучу OB . Прямолинейное движение захвата достигается путем введения кинематической цепи 3 между звеньями 1 и 2 руки. Передаточное отношение цепи в соответствии с (5.29) принято $1/2$. Движение по таким лучам является "естественным" для представленного механизма: на него не тратятся ресурсы управляющего устройства, а точность выполнения такого прямолинейного движения, как и в предыдущих случаях, определяется только качеством изготовления элементов механизма кинематического замыкания.

Механизм, представленный на рис. 5.14,2, также в качестве стереотипа выполняет прямолинейное движение [7]. В отличие от рассмотренного выше, он приближенно воспроизводит прямолинейную траекторию. Именно по критерию минимального отклонения от прямой были определены его параметры: передаточное отношение i кинематической цепи 3 и отношение l_2/l_1 длин звеньев 2 и 1. В результате при $i = 3$ и $l_2/l_1 = 0,293$ было получено удовлетворительное приближение к прямолинейной траектории на длине $2l_1$ при расстоянии от оси вращения звена 1, равном $0,707l_1$.

Внимательный читатель может заметить некоторое противоречие: в разделе 5.2 мы развязывали кинематику механизма, обеспечивая взаимно-однозначное соответствие между углом поворота двигателя и соответствующим шарниром руки. Здесь же мы вводим кинематические связи, от которых ранее избавлялись. Объясняется это тем, что робот – универсальная машина, которая может быть использована для различных технологических операций. Когда строится произвольное движение захвата, то для упрощения программирования удобнее, если схема будет кинематически развязана.

Если же какие-либо условия диктуются технологическим процессом и достаточно часто должны выполняться в цикле движений, то удобнее их обеспечивать кинематическими связями. Более того, для повышения универсальности системы эти связи должны быть программно-управляемыми, т.е. должны включаться от системы управления в требуемые моменты времени в определенных фазах движения механизма.

В роботах с большим числом степеней подвижности можно реализовать набор различных стереотипных движений. Проиллюстрируем организацию механизмов кинематического замыкания на примере уже известной нам структуры 1-3-2' робота, кинематическая схема которого приведена на рис. 5.13. Данная структура допускает следующий набор стереотипных движений.

1. Движение с постоянным углом наклона звена 4 к горизонтальной плоскости (рис. 5.15,а). Геометрическое условие этого стереотипа:

$$(\beta_{np,4} = \text{const}) \rightarrow (q_2 + q_3 + q_4 = \text{const}).$$

Поскольку угол поворота вала 25 (см. рис. 5.13) пропорционален этой сумме углов (суммирование осуществляется дополнительной цепочкой трех дифференциалов в зоне II), то реализация этого стереотипа достигается за счет фиксации (стопорения) вала 25 с помощью программно-управляемой муфты 26.

2. Движение с постоянным углом наклона звена 3 к горизонтальной плоскости (рис. 5.15,б). Условие

$$(\beta_{np,3} = \text{const}) \rightarrow (q_2 + q_3 = \text{const}).$$

Стереотип реализуется механизмом замыкания вала 24 на стойку с помощью муфты 27.

3. Перемещение точки А (шарнира звена 4) по лучам, проходящим через шарнир звена 2 (рис. 5.15,в). Этот стереотип рассмотрен выше при различных вариантах механизмов кинематического замыкания (см. рис. 5.14).

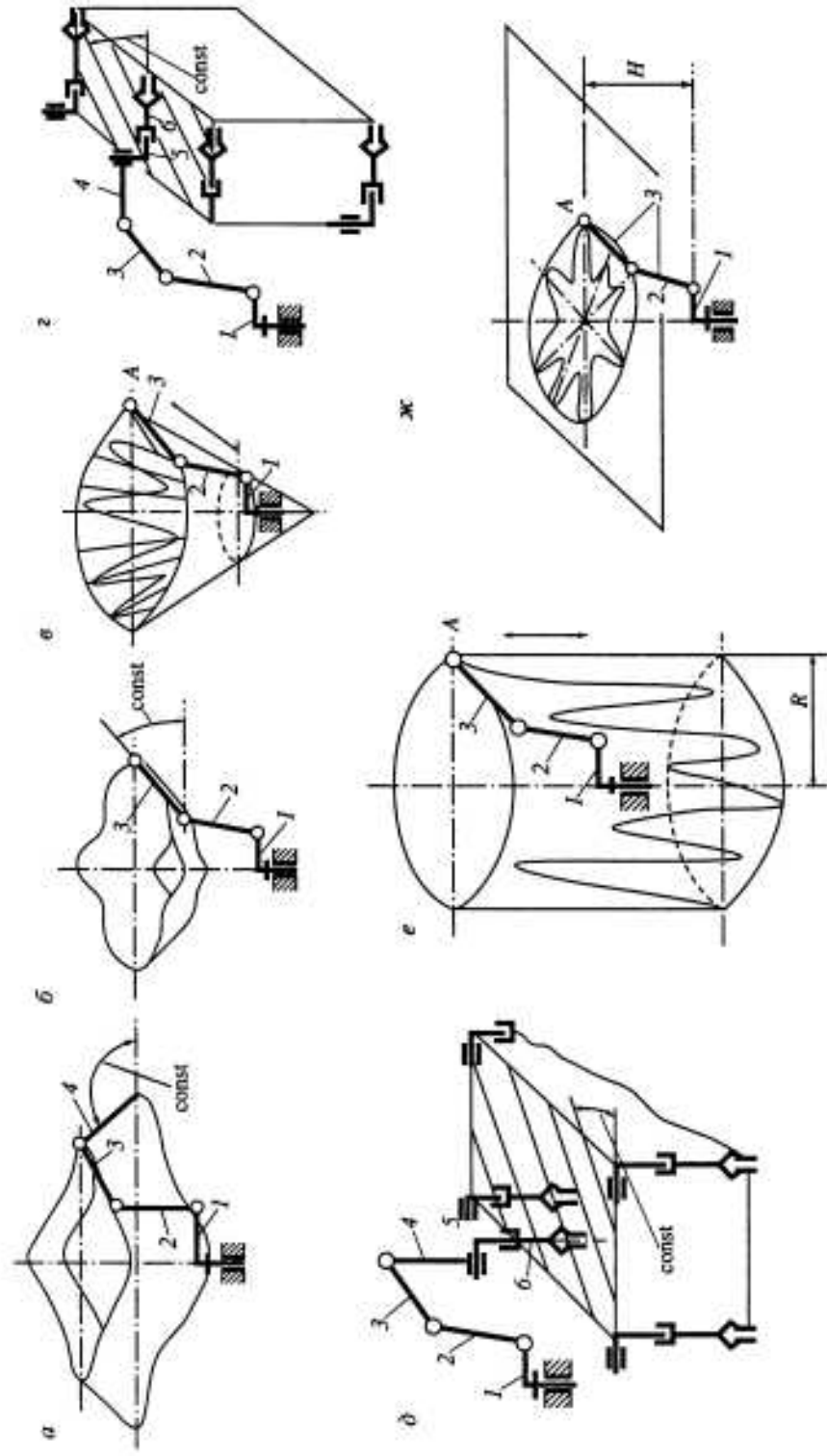


Рис. 5.15. Набор стереоциальных движетей, реализуемых в климатической схеме экспериментального робота

Условия, наложенные на движения, остаются те же – (5.31) и (5.32) (для рассматриваемого случая индексы в (5.31) и (5.32) следует увеличить на 1). Условие $l_2 = l_3$ обеспечивается конструктивно, а $(\psi_2 = -0,5\psi_3)$ – за счет установки между валами двигателей Д2 и Д3 (см. рис. 5.13) дополнительной кинематической цепи с передаточным отношением 0,5, включаемой программно-управляемой муфтой 28.

4. Движение с постоянной ориентацией оси захвата в горизонтальной плоскости (рис. 5.15,з). Соответствующие условия

$$(\beta_{np} = 0, \alpha_{np} = \text{const}) \rightarrow (q_2 + q_3 + q_4 = 0, \dot{q}_1 = -\dot{q}_5).$$

Первое условие f_q реализуется механизмом замыкания, обеспечивающим стереотип 1; второе – за счет дополнительной кинематической цепи с передаточным отношением -1 , включаемой муфтой 29. Эта цепь связывает углы ψ_1 и ψ_5 , так как матрица \mathbf{A} механизма руки диагональная.

5. Плоско-параллельное движение захвата в горизонтальной плоскости при вертикальном расположении оси захвата (рис. 5.15,д). Уравнения связей будут

$$(\gamma_{np} = \text{const}, \beta_{np} = \pi/2) \rightarrow (q_5 = -\pi/2, q_2 + q_3 + q_4 = -\pi/2, \dot{q}_6 = -\dot{q}_1).$$

Первое условие $q_5 = -\pi/2$ реализуется программно, два последующих – путем включения муфт 26 и 30 соответственно.

Можно применить одновременно и некоторые комбинации указанных стереотипных движений. Однако следует помнить, что в результате может быть потеряна подвижность механизма руки вследствие наложения избыточного числа связей. В частности, одновременное включение муфт 26, 27 и 28 приводит к кинематическому запираению основных несущих звеньев 2, 3 и 4. Такое преобразование подвижного механизма в ферму за счет наложения связей может быть использовано для разгрузки приводных двигателей, работающих в следящем режиме, если к захвату приложены значительные силы со стороны внешней среды.

С помощью кинематических связей можно организовать перемещение захвата антропоморфного робота по вертикальным и горизонтальным прямым, что обычно достигается с помощью поступательных пар в ортогональных структурах. Анализ решений прямой задачи о положениях показал, что условие вертикального движения точки A (рис. 5.15,е) при $l_2 = l_3 = l$ по прямой, параллельной оси поворота звена 1, в отличие от ранее рассмотренных стереотипов, будет нелинейным:

$$(x_{np,A}^2 + y_{np,A}^2 = R^2) \rightarrow [\cos q_2 + \cos(q_2 + q_3) = (R - l_1)/l], \quad (5.33)$$

где R – расстояние от оси Z до прямолинейной траектории точки A . При управлении координатой q_1 получим разнообразные траектории, лежащие на цилиндре с радиусом R . Для реализации этого условия в кинематическую схему робота вводят синусные механизмы. Эти же механизмы используют для целей уравнивания руки.

Условие (5.33) обеспечивается кинематической связью синусных механизмов с входными валами 23 и 24 (см. рис. 5.13). Детально механизм замы-

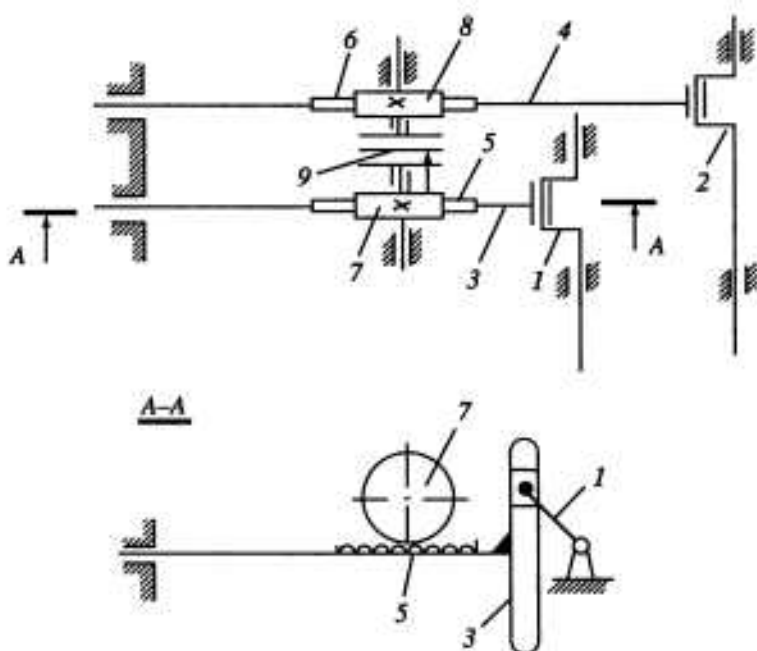


Рис. 5.16. Кинематическая схема механизма валинковой связи обобщенных координат для реализации вертикальных (или горизонтальных) стереотипных движений захвата

кания показан на рис. 5.16. Кривошипы 1 и 2 жестко связаны с упомянутыми валами и входят в состав синусных механизмов, ползуны 3 и 4 которых несут рейки 5, 6. Реечные шестерни 7, 8 могут быть заблокированы муфтой 9. Если установить фазы кривошипов 1 и 2 так, что перемещения реек будут пропорциональны $\cos q_2$ и $\cos(q_2 + q_3)$, то при включении муфты 9 реализуется движение захвата по вертикальной прямой в соответствии с рис. 5.15,е. Если же фазы кривошипов 1 и 2 сдвинуты на 90° , то при включении муфты 9 получим движение по горизонтальным прямым (рис. 5.15,ж), условие которого

$$(z_{\text{тр},A} = \text{const}) \rightarrow [\sin q_2 + \sin(q_2 + q_3) = H/l],$$

где H – расстояние от горизонтальной плоскости, проходящей через ось поворота звена 2, до траектории точки A . При программном движении по первой степени подвижности воспроизводятся произвольные плоские траектории.

При необходимости реализации обоих стереотипов в конструкции создается сдвоенный синусный механизм с двумя муфтами, фазы одной пары кривошипов которого сдвинуты относительно второй пары на 90° . Раздельное включение муфт обеспечивает стереотипное движение (см. рис. 5.15,е, или 5.15,ж). Их одновременное включение блокирует звенья 2 и 3 вследствие образования фермы и повышает жесткость руки в целом.

5.7. КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ НЕИДЕАЛЬНЫХ ПЕРЕДАЧ ПРИВОДА ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ

Матрицы частных передаточных отношений являются эффективным инструментом для анализа более "полных" моделей кинематических цепей привода звеньев, содержащих упругие элементы и зазоры [8]. Введение в модель упругостей и зазоров увеличивает размерность системы, поскольку каждый из этих элементов определяет дополнительную подвижность механизма, зависящую от условий силового нагружения. Исходя из этого, для описания кинематической модели, содержащей упругие элементы передач (рис. 5.17,а), введем два расширенных вектора обобщенных координат размерностью $L > n$, каждый из которых описывает состояние модели.

Первый расширенный вектор \mathbf{q} образован n относительными углами поворота (q_1, \dots, q_n) звеньев руки и $(L - n)$ перемещениями (q_{n+1}, \dots, q_L) сечений деформируемых элементов механических передач относительно звеньев руки, на которых они установлены.

Соответственно второй расширенный вектор ψ той же размерности образован n углами поворота (ψ_1, \dots, ψ_n) валов двигателей и $(L - n)$ деформаций элементов передач. Введение таких расширенных векторов позволяет одновременно учитывать податливость всех элементов системы и рассчитывать статические нагрузки в элементах сложных кинематических цепей. Взаимосвязь между введенными расширенными векторами определена кинематикой руки и описывается выражением, аналогичным (5.1),

$$\Delta\psi = \mathbf{A}^f \Delta\mathbf{q}, \quad \dot{\psi} = \mathbf{A}^f \dot{\mathbf{q}}, \quad (5.34)$$

где \mathbf{A}^f – расширенная матрица частных передаточных отношений, размерностью $L \times L$.

Для учета зазоров в кинематических цепях привода воспользуемся аналогичной системой (рис. 5.17,б). Для каждой цепи или ее участка выбирают звено приведения. Оно "разрывается" и затем "связывается" фиктивной кинематической парой пятого класса с ограниченным перемещением на величину приведенного зазора. Как и в случае упругостей, вводят два расширенных вектора обобщенных координат \mathbf{q} и ψ , ($i=1, \dots, L$), в которых q_i , $i = n + 1, \dots, L$ – углы поворота выходных элементов фиктивных кинематических пар, а ψ_i , $i = n + 1, \dots, L$ – перемещения входных элементов. Тогда кинематика модели с зазорами, как и модели с упругостями, будет описываться линейным соотношением

$$\Delta\psi = \mathbf{A}^z \Delta\mathbf{q}; \quad \dot{\psi} = \mathbf{A}^z \dot{\mathbf{q}}. \quad (5.35)$$

Здесь \mathbf{A}^z – расширенная матрица частных передаточных отношений модели цепей привода с учетом зазоров.

Соотношения (5.34) и (5.35) описывают кинематические связи механизма с L степенями свободы (не следует путать число степеней свободы механизма с числом степеней свободы захвата как твердого тела (см. раздел 3.1)).

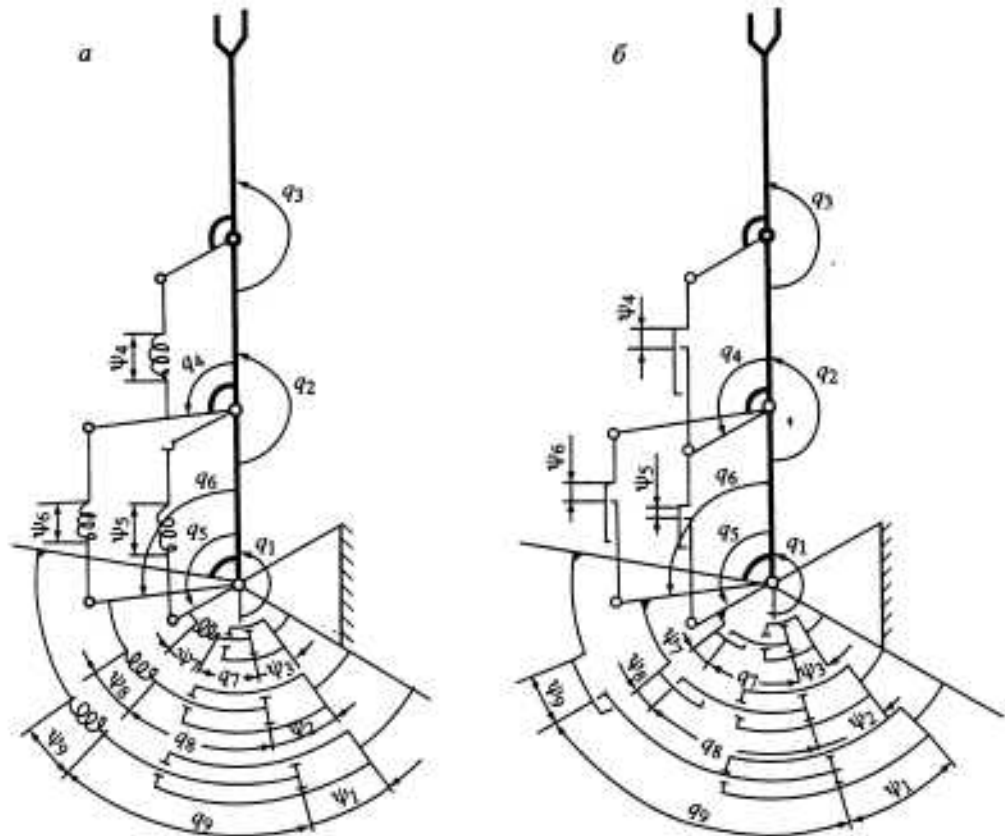


Рис. 5.17. Расширенные кинематические схемы цепей привода звеньев робота, учитывающие упругость передач (а) и зазоры в шарнирах (б)

Методика нахождения матрицы \mathbf{A}^f (или \mathbf{A}^b) аналогична описанной в разделе 5.1. Сначала фиксируют все q_i , кроме первого, и ищут передаточные отношения между приращениями Δq_1 и приращениями $\Delta \psi_i$ ($i = 1, \dots, L$). В результате получают первый столбец матрицы \mathbf{A}^f . Затем этот цикл повторяют для q_2 и т.д. до q_L . Для модели, представленной на рис. 5.17, а, в которой приводы установлены на основании, а к звеньям ведут кинематические передачи, каждая из которых имеет податливость, матрица \mathbf{A}^f имеет вид

$$\mathbf{A}^f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (5.36)$$

При определении элементов матрицы координаты q_i менялись в положительном направлении (против часовой стрелки), а сжатие пружин принималось за положительное направление изменения ψ .

При удалении из структуры механизма какой-либо упругости число степеней свободы механизма уменьшается на единицу; в матрице (5.36) вычеркиваются соответствующие строка и столбец, а также корректируются некоторые оставшиеся строки матрицы. Если, например, четвертый элемент кинематической цепи привода принимается абсолютно жестким, то $\dot{\psi}_4 = 0$ и из четвертой строки матрицы (5.36) имеем

$$\dot{\psi}_4 = \dot{q}_3 - \dot{q}_4 = 0. \quad (5.37)$$

После вычеркивания четвертых столбца и строки корректируется пятая строка, поскольку в ней на пересечении с вычеркиваемым четвертым столбцом стоит 1. На основании (5.37) строка имеет следующий вид:

$$[A^f]_{5,j} = [0 \ 1 \ 1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0].$$

Если далее последовательно положить $\psi_3 = 0$, а затем $\psi_6 = 0$, то аналогично будем иметь

$$(\psi_3 = 0) \rightarrow (q_3 = q_2 + q_3) \rightarrow [A^f]_{7,j} = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0],$$

$$(\psi_6 = 0) \rightarrow (q_6 = q_2) \rightarrow [A^f]_{8,j} = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0].$$

Формально можно пользоваться следующим правилом приведения: если ψ_i обращается в нуль, то из строки j расширенной матрицы, содержащей значащий элемент $a_{ji} \neq 0$, стоит вычесть строку i , каждый элемент которой умножен на коэффициент приведения (a_{ji}/a_{ii}), а затем вычеркнуть из матрицы A^f (или A^6) i -ю строку и i -й столбец. Если элементы матрицы A^f — единичные, что имеет место в рассматриваемом примере (см. (5.36)), то $a_{ji}/a_{ii} = -1$, поэтому к строке j , содержащей единицу в i -м столбце, следует прибавить i -ю строку.

Используя это правило, при $\psi_4 = \psi_5 = \psi_6 = 0$ из (5.36) получим матрицу A^f , связывающую вход ($\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_7, \psi_8, \psi_9$) и выход ($q_1, q_2, q_3, q_7, q_8, q_9$) механизма для случая, когда все податливости приведены к валам двигателей

$$A^f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

И, наконец, если $\psi_7 = \psi_8 = \psi_9 = 0$, то в этом вырожденном случае, когда все элементы привода звеньев руки абсолютно жесткие, получим уже известную матрицу \mathbf{A} частных передаточных отношений механизма

$$\mathbf{A}^f = \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, расширенные матрицы \mathbf{A}^f или \mathbf{A}^b дают более общее описание механизма: матрица \mathbf{A} получается из \mathbf{A}^f или \mathbf{A}^b как частный случай. Заметим также, что если в качестве элементов, к которым приводятся зазоры в передачах, выбрать элементы, податливость которых учитывается, то $\mathbf{A}^f = \mathbf{A}^b$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Абрамов Б.М.* Приближенное получение заданных траекторий при помощи шарнирных механизмов // Изв. вузов. Машиностроение, 1965, № 7.
2. *Андреев С.Н., Ворошилов М.С., Петров Б.А.* Проектирование приводов манипуляторов. Л.: Машиностроение, 1975. 312 с.
3. *Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А.* Синтез плоских механизмов. М.: Физматгиз, 1959.
4. *Артоболевский И.И.* Механизмы: Пособие для инженеров, конструкторов и изобретателей. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1947. Т. 1-4.
5. *Артоболевский И.И., Овакимов А.Г.* Об одном свойстве матрицы, описывающей строение привода манипуляторов // Докл. АН СССР. Т. 230. 1976. № 2. С. 298-299.
6. *Белянин П.Н.* Промышленные роботы США. Москва, НИИТ, 1978. 300 с.
7. *Болотин Л.М.* и др. Промышленный робот. А.с. 1119837 СССР // Б.И. 1984. № 39.
8. *Болотин Л.М., Тывес Л.И.* Повышение точности роботов на основе модели манипулятора с зазорами в кинематических цепях привода // Вестн. машиностроения, 1988, № 4. С. 3-6.
9. *Бруевич Н.Г.* К вопросу о входах и выходах сложных устройств непрерывного действия // Вопросы синтеза и точности сложных устройств непрерывного действия. М.: Изд-во АН СССР, 1958. С. 7-36.
10. *Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А.* Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984. 318 с.
11. *Гантмахер Ф.Ф.* Теория матриц. М.: Гостехтеоретиздат, 1953. 490 с.
12. *Гейшерик В.С.* Компенсация кинематического взаимодействия в системах привода роботов-манипуляторов // Машиноведение, 1977. № 4. С. 11-15.
13. Дистанционно управляемые роботы-манипуляторы / Под ред. Е.П. Попова и М.Б. Игнатъева. М., Мир, 1976. 460 с.
14. *Калабин И.В., Корендяев А.И., Саламандра Б.Л.*, и др. Манипуляторы. А.с. 536955 СССР // Б.И. 1976. № 44.
15. *Калабин И.В.* Дифференциальные механизмы манипуляторов // Станки и инструмент. 1978. № 7. С. 10-15.
16. *Кобринский А.Е., Корендяев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И.* Принципы построения двигательной системы автоматических манипуляторов с программным управлением (промышленных роботов) // Там же. 1976. № 4. С. 3-10.
17. *Корендяев А.И.* К развязке движений и натяжению кинематических цепей в двигательных системах роботов // Машиноведение. 1980. № 5. С. 45-52.
18. *Корендяев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И.* Особенности построения систем управления робототехническими устройствами // Станки и инструмент. 1981. № 12. С. 6-10.
19. *Овакимов А.Г., Аншин С.С.* Якобиева матрица манипуляторов и ее приложение к определению статических ошибок положения // Машиноведение. 1972. № 2. С. 34-39.

20. Овакимов А.Г., Тимофеев И.А. Синтез схемы дифференциального привода для развязки движений в манипуляторах // Изв. вузов. М.: Машиностроение. 1979. № 4. С. 40–44.
21. Петров Б.Н. О построении и преобразовании структурных схем // Изв. АН СССР. ОТН. 1945. № 12. С. 210–216.
22. Розовский М.С. Силовой расчет зубчатых редукторов с предварительным натягом // Вест. машиностроения. 1963. № 2. С. 13–19.
23. Степанов В.П., Сурнин Б.Н., Калабин И.В. и др. Приводное устройство. А.с. 303463 СССР // Б.И. 1971. № 16.
24. Столин Ю.В., Тывес Л.И. Об устойчивости систем регулирования автоматических манипуляторов // Машиноведение, 1981. № 2. С. 12–16.
25. Сурнин Б.Н., Степанов В.П., Калабин И.В. и др. Особенности конструкции роботов модульного типа // Станки и инструмент. 1978. № 7. С. 10–15.

СТАТИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ РОБОТА

Статический анализ позволяет оценить силовое взаимодействие элементов механических рук при действии внешней нагрузки и требуемую мощность двигателей, рассчитать и обеспечить работоспособность механизмов уравнивания, натяжения и стереотипных движений, оценить потери на трение хотя бы в квазистатических установившихся режимах движения и решить многие другие характерные для робототехники задачи. Введение силовых соотношений в модель робота и отказ от идеальности передач и абсолютной жесткости звеньев уже на этапе статики позволяют повысить точность позиционирования промышленных роботов за счет использования корректирующих поправок в программе.

Следует отметить, чем сложнее механизм, тем отчетливее просматривается связь между уровнями его моделей и уровнями иерархической системы управления, на которых эти модели используют. Так, наиболее "бедные" модели робототехнических систем – геометрические и кинематические, используют для решения стратегических задач управления (см. гл. 3 и 4). Динамические модели используют в первую очередь для синтеза исполнительного уровня системы управления – регулятора (см. гл. 10). Между этими крайними случаями многие проблемы построения управления решают на основе статических моделей механизмов рук. Например, оценив взаимовлияние приводов через силы трения, можно построить компенсирующий регулятор, а зная реальные свойства передач и нагрузок, можно предложить корректирующий контур для повышения точности позиционирования.

Работоспособность и полезное использование специфических свойств робототехнических систем часто зависят от решения задач статической устойчивости объекта манипулирования, зажимаемого в захвате, и устойчивости механической руки в особой конфигурации.

Рассмотрим наиболее существенные задачи, практически важные для робототехники, которые решают на уровне статики.

6.1. ПРИВЕДЕНИЕ СИЛ И МОМЕНТОВ НАГРУЗКИ К ОБОБЩЕННЫМ КООРДИНАТАМ

При анализе механизмов работа возникают проблемы, связанные с приведением сил и моментов, заданных в одной системе координат, к силам и моментам другой системы координат [21, 22, 27]. Определим сначала формулы приведения внешних сил, действующих на звенья механической руки и заданных в абсолютной декартовой системе координат, к обобщенным координатам q скелета руки, а затем найдем формулы приведения обобщенных сил от одной системы обобщенных координат к другой.

Для реализации на ЭВМ процедуры приведения внешних сил можно воспользоваться формулами преобразования координат [27]. В качестве примера рассмотрим случай приведения силы

$$F = [F_x, F_y, F_z, 0]^T,$$

приложенной в центре захвата, и момента

$$M = [M_x, M_y, M_z, 0]^T,$$

действующего на захват, к обобщенным силам

$$Q = [Q_1, Q_2, \dots, Q_n]^T$$

в системе обобщенных координат q .

Приведем величины F и M , заданные в системе координат $X_0Y_0Z_0$, связанной с основанием, к системе координат захвата

$$\bar{F}_n = [\bar{F}_{nx}, \bar{F}_{ny}, \bar{F}_{nz}, 0]^T,$$

$$\bar{M}_n = [\bar{M}_{nx}, \bar{M}_{ny}, \bar{M}_{nz}, 0]^T,$$

$$\bar{F}_n = M_{0n}^{-1}F, \quad \bar{M}_n = M_{0n}^{-1}M.$$

Следующий шаг связан с приведением полученных векторов сил и моментов к началу $(n-1)$ -й системы координат. При этом следует учесть, что при переносе точки приложения силы возникает дополнительный момент, равный векторному произведению силы на расстояние между точками приложения силы. Поэтому рекуррентные формулы, по которым вычисляют векторы сил и моментов, приведенные к системам координат, связанным со звеньями и их центрами, имеют вид

$$\bar{F}_{n-1} = M_{n-1,n} \bar{F}_n, \tag{6.1}$$

$$\bar{M}_{n-1} = M_{n-1,n} \bar{M}_n + M_{n-1,n}^4 \times \bar{F}_n,$$

где $M_{n-1,n}^4$ — четвертый столбец матрицы $M_{n-1,n}$. Произведение векторов $M_{n-1,n}^4 \times \bar{F}_n$, заданных в однородных координатах, имеет вид

$$M_{n-1,n}^4 \times \bar{F}_n = [m_{n-1,n}^{24} \bar{F}_{nz} - \bar{F}_{ny} m_{n-1,n}^{34}, m_{n-1,n}^{34} \bar{F}_{nz} - \bar{F}_{nx} m_{n-1,n}^{14}, m_{n-1,n}^{14} \bar{F}_{ny} - \bar{F}_{nx} m_{n-1,n}^{24}, 0]^T.$$

Если n -я кинематическая пара вращательная, то обобщенная сила Q_n определена моментом $\bar{M}_{nz,n-1}$; если же n -я кинематическая пара поступа-

тельная, то обобщенная сила $Q_n = \bar{F}_{xz,n-1}$, т.е. определяется компонентом вектора F_{n-1} . Таким же образом, нагрузка, приложенная к схвату робота, приводится к остальным обобщенным координатам q руки.

Любую другую внешнюю нагрузку, приложенную к другим звеньям скелета механической руки, приводят к обобщенным координатам q аналогично, а получаемые одноименные обобщенные силы суммируют. Естественно, что для скелета механической руки, представляющего собой разомкнутую кинематическую цепь, ненулевые значения обобщенных сил Q_i от нагрузки, действующей на k -е звено, будут иметь место только для $i \leq k$.

Несколько иной подход к определению обобщенных сил $Q_i (i = \overline{1, n})$ по заданной нагрузке, также удобный для расчетов на ЭВМ, связан с использованием матриц Якоби J частных передаточных отношений (3.5). Пусть, например, на схват механической руки действует нагрузка в виде силы F , приложенной в центре схвата, и момента M . Обозначим вектор нагрузки

$$P = [F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^T.$$

Тогда, согласно [21]

$$Q = J^T P. \quad (6.2)$$

Как видим, даже если матрица J вырождена, вектор обобщенных сил Q определяется однозначно.

Для нагрузки F_k и M_k , действующей на k -е звено скелета руки, после приведения, например, силы F_k к центру $(k+1)$ -й системы координат, вектор Q получим по матрице Якоби $[6 \times k]$ укороченного механизма. Эта матрица частных передаточных отношений связывает декартовы компоненты линейной скорости точки k -го звена, совпадающей с центром $(k+1)$ -й системы координат, и декартовы компоненты угловой скорости k -го звена с обобщенными скоростями $\dot{q}_i (i = 1, 2, \dots, k)$ укороченного механизма. Одноименные компоненты векторов Q от нагрузок на различные звенья суммируют.

Независимо от того, каким способом определен вектор Q обобщенных сил, эквивалентных суммарной внешней нагрузке (по формулам (6.1) или по формуле (6.2), или еще как-либо), все последующие преобразования сил в механизмах передач привода звеньев будем осуществлять с помощью матриц Якоби A частных передаточных отношений механизма привода [23]. Это удобно, так как в большинстве практических случаев элементы этих матриц – суть константы.

Приведение обобщенных сил Q к обобщенным координатам ψ и обратно осуществляется преобразованиями

$$\begin{aligned} \Psi &= [A^T]^{-1} Q \\ Q &= A^T \Psi, \end{aligned} \quad (6.3)$$

где $A = [d\psi/dq]$ согласно (5.1).

В дальнейшем мы иногда будем пользоваться обозначениями $M_{дв}$ – вектор моментов, развиваемых двигателями привода, и $M_{уп}$ – вектор усилий устройств, уравновешивающих внешнюю нагрузку (возможно, и двигате-

лей). Обычно, $M_{дв}$ и $M_{гр}$ соответствующую системе обобщенных координат ψ . В этих случаях при заданных $M_{дв}$ усилия двигателей приводят к системе координат q согласно (6.3) как

$$Q_{гр} = A^T M_{дв},$$

а уравновешивающие моменты $M_{гр}$ при заданных или приведенных к системе обобщенных координат q внешних нагрузках Q определяются как

$$M_{гр} = -[A^T]^{-1}Q.$$

Если внешняя нагрузка – это только нагрузка P , действующая на схват работа, то

$$M_{гр} = -[A^T]^{-1}J^T P.$$

Если уравновешивание осуществляется двигателями, то

$$M_{дв} = M_{гр} = -[A^T]^{-1}J^T P. \quad (6.4)$$

Последнее соотношение показывает, что реализация требуемого воздействия P' на объект манипулирования в захвате работа по управляемым моментам двигателей может не иметь успеха. Действительно, согласно (6.4) воздействие на объект определено соотношением

$$P' = -P = [J^T]^{-1}A^T M_{дв},$$

и в случаях вырожденности матрицы J найти значение $M_{дв}$, удовлетворяющее произвольно заданному P' , невозможно.

Описанные выше способы приведения нагрузок на манипуляционную систему к обобщенным координатам, как отмечалось выше, предназначены в основном для использования в алгоритмах численных расчетов на ЭВМ при решении задач управления. В задачах синтеза функциональных механизмов и аналитического исследования особенностей поведения манипуляционной системы под нагрузкой воспользуемся физически более наглядным описанием модели манипуляционной системы (см. гл. 5) и другими способами приведения нагрузок к обобщенным координатам. В частности, в аналитических исследованиях модели манипуляционной системы, находящейся под действием внешних потенциальных сил, будем использовать метод дифференцирования потенциальной функции.

6.2. УРАВНОВЕШИВАНИЕ СИЛ ТЯЖЕСТИ ЗВЕНЬЕВ РУКИ РОБОТА

В теории машин и механизмов [5] под уравновешиванием понимается уравновешивание сил инерции звеньев механизмов. При этом зачастую ограничиваются уравновешиванием главного вектора сил инерции, обеспечивая определенным подбором противовесов, устанавливаемых на звеньях, постоянство координат центра масс подвижных звеньев механизма.

В робототехнике под уравновешиванием понимают разгрузку приводов от статических моментов, обусловленных весом наиболее тяжелых звеньев механических рук. В противном случае влияние статических нагрузок необходимо учитывать как при выборе двигателей, так и в алгоритмах управления ими. По показаниям датчиков положения звеньев с помощью

Рис. 6.1. Механическая рука, статически уравновешенная противовесами

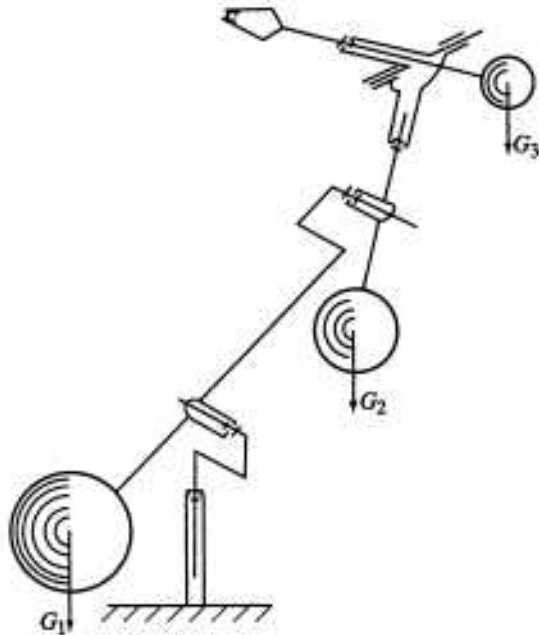
вычислительного устройства потребуется определять дополнительный управляющий сигнал на приводы, позволяющий скомпенсировать статические моменты. Результатом такого решения будет завышенная установочная мощность приводных двигателей, которая требуется на преодоление статических нагрузок манипулятора.

При уравновешенных статических моментах двигатели могут обеспечить лучшие динамические характеристики. Разумеется, уравновешивание может быть достигнуто за счет уравновешивания главного вектора сил инерции звеньев механической руки методом установки противовесов, подбор которых должен удовлетворять дополнительному условию: центр масс должен совпадать с точкой крепления механической руки к основанию (рис. 6.1). Противовесы G_1 , G_2 , G_3 выбраны так, чтобы соблюдалось условие статического равновесия каждого звена относительно его точки опоры с учетом приведенного к звену веса всех последующих звеньев руки.

С целью уменьшения габаритов и инерционности механической руки в робототехнике для уравновешивания статических моментов звеньев механических рук широко применяют пружинно-уравновешивающие устройства [1, 2, 14, 29], устанавливаемые на звеньях механических рук или на основании и образующие уравновешивающий механизм. Теоретической основой алгоритма построения пружинно-уравновешивающих механизмов является известная [9] теорема о равновесии системы: *материальная система будет находиться в равновесии, только если ее потенциальная функция имеет стационарное значение*. Потенциальная функция уравновешенной механической руки складывается из потенциальной функции U_p звеньев руки, находящихся в поле сил тяжести, и потенциальной функции U_n пружинно-уравновешивающего механизма, отдельные устройства которого связаны механическими передачами со звеньями руки. Не нарушая общности рассуждения, можно считать, что потенциальная функция уравновешенной руки равна нулю, а следовательно, записать

$$U_p = -U_n \quad (6.5)$$

В общем случае потенциальная функция U_p звеньев механической руки представляет собой сумму некоторых нелинейных функций обобщенных координат. При этом веса и длины звеньев руки входят в эти функции в



качестве множителей. С учетом равенства (6.5) из сказанного следует, что для построения уравнивающего механизма необходимо ввести в схему руки пружинные устройства, потенциальные функции которых описывались бы нелинейными функциями обобщенных координат того же вида. Естественно, подобрать такое устройство для произвольной нелинейной функции трудно. Для решения этой задачи можно разложить нелинейную функцию обобщенных координат по системе таких функций, которые легко реализуются известными пружинными устройствами. Практической основой предлагаемого алгоритма построения пружинно-уравнивающего механизма является широкое распространение пружинных устройств, потенциальные функции которых являются гармоническими функциями положения ведущего звена. К таким устройствам, в первую очередь, относятся кривошипно-кулисный механизм с качающейся кулисой, между шатуном и кулисой которого установлена пружина, и кривошипно-кулисный синусный механизм с пружиной, установленной между стойкой и кулисой.

Разложим нелинейные функции, составляющие выражение для U_p по системе гармонических функций от линейных форм обобщенных координат q_i . Тогда потенциальная функция механической руки будет представлять собой сумму тригонометрических функций, и следующий шаг алгоритма сводится к поиску в схеме механической руки или синтезу таких элементов, перемещения которых – суть требуемые линейные формы обобщенных координат. Для механической реализации линейной формы от обобщенных координат используют дифференциалы и редукторы. С каждым из полученных таким образом элементов соединяется пружинное устройство, потенциальная функция которого есть соответствующая тригонометрическая функция в выражении U_p , взятая с обратным знаком.

Обозначим линейные формы обобщенных координат, являющиеся аргументами тригонометрических функций в выражении U_p , через φ_j . Моменты, развиваемые пружинными устройствами, определяются следующим образом:

$$\Phi_j = \partial U_p / \partial \varphi_j. \quad (6.6)$$

С помощью этого выражения можно определить параметры пружинных устройств. Для проверки правильности расчетов используют формулу приведения сил Φ_j , развиваемых пружинными устройствами, к обобщенным координатам q_i

$$Q_i = \sum_j \Phi_j (\partial \varphi_j / \partial q_i). \quad (6.7)$$

По абсолютной величине эти силы должны быть равны силам тяжести уравниваемых звеньев, приведенным к тем же обобщенным координатам, но иметь противоположный знак. В качестве первого примера построим расположенный на основании уравнивающий механизм для механической руки, кинематическая схема которой представлена на рис. 6.2,а, а схема нагружения звеньев гравитационными силами – на рис. 6.3. Как и в предыдущих главах, обобщенные координаты $q_i (i = 1,$

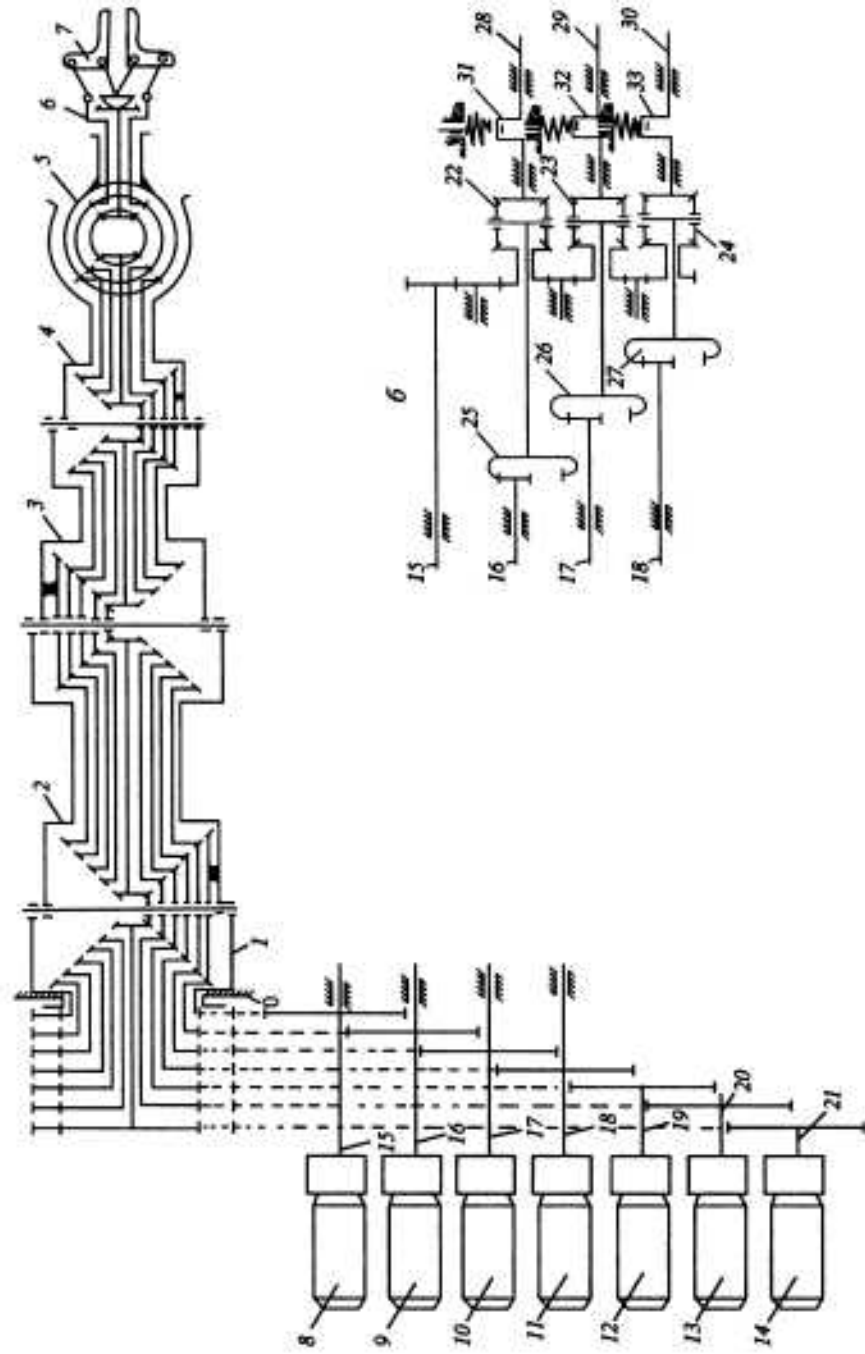


Рис. 6.2. Кинематическая схема механической руки с приводами, установленными на основании (а) и схема пружинного уравновешивающего устройства (б)

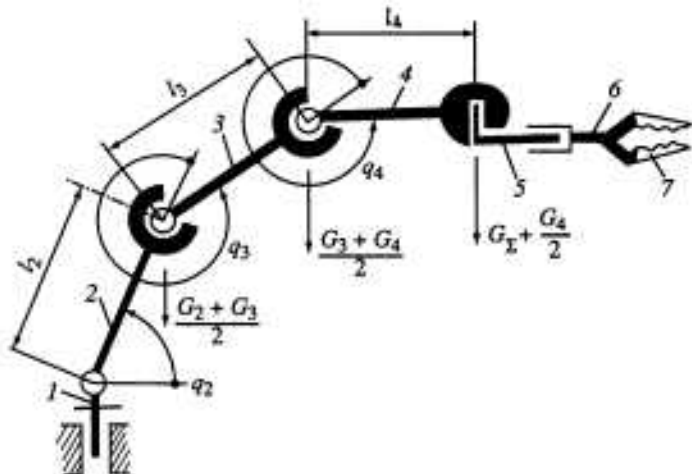


Рис. 6.3. Расчетная схема нагружения звеньев механической руки по рис. 6.2 гравитационными силами

2, ..., 7) – относительные координаты звеньев 1, 2, ..., 7 скелета механической руки. На основании 0 установлены также приводы 8, 9, ..., 14, связанные со звеньями 1, 2, ..., 7 механическими передачами так, чтобы матрица частных передаточных отношений, характеризующая связи между угловыми скоростями $\dot{\psi}_i$ ($i = 1, 2, \dots, 7$) выходных валов 15, 16, ..., 21 приводов 8, 9, ..., 14 и обобщенными скоростями q_i , была треугольной и имела вид:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.8)$$

Если за начало отсчетов углов ψ_i принять их положения, когда все $q_i = 0$, то, используя матрицу (6.8), можно записать систему уравнений

$$\psi_i = \sum_{k=1}^i q_k. \quad (6.9)$$

При вертикальном расположении оси первого шарнира скелета руки целесообразно уравновесить статические моменты от веса звеньев 2, 3, ... и т.д. При этом из-за малости размеров запястья механических рук можно считать веса звеньев 5, 6 и 7 сосредоточенными в шарнире между звеньями 4 и 5. Именно такому случаю соответствует схема нагружения, представленная на рис. 6.3. Здесь l_2 , l_3 и l_4 – длины звеньев 2, 3 и 4 механической руки; G_2 , G_3 и G_4 – их веса соответственно.

Потенциальная функция для этой схемы нагружения руки будет иметь вид

$$U_p = [G_5 + (G_4/2)]l_4 \cos(q_2 + q_3 + q_4) + [G_5 + G_4 + (G_3/2)]l_3 \cos(q_2 + q_4) + [G_5 + G_4 + G_3 + (G_2/2)]l_2 \cos q_2,$$

где G_5 – суммарный вес звеньев 5, 6 и 7.

Как видно, это сумма трех гармонических функций, аргументами которых являются линейные формы обобщенных координат. Введем следующие обозначения:

$$q_2 = \varphi_1, \quad q_2 + q_3 = \varphi_2, \quad q_2 + q_3 + q_4 = \varphi_3$$

и синтезируем в схеме привода звеньев руки элементы, положения которых относительно стойки определяются углами φ_1 , φ_2 и φ_3 . Для этого, как следует из (6.9), достаточно из перемещений ψ_2 , ψ_3 и ψ_4 выходных валов 16, 17 и 18 приводов 9, 10 и 11 вычесть перемещение выходного вала 15 привода 8.

Кинематическая схема механизма, реализующая эту операцию, представлена на рис. 6.2, б. Она содержит три дифференциала – 22, 23 и 24, один из входов каждого из которых через редукторы 25, 26 и 27 с передаточным отношением, равным 2, соединен с выходными валами 16, 17 и 18 приводов 9, 10 и 11 соответственно (см. рис. 6.2, а). Второй вход каждого из них рядовыми передачами с передаточными отношениями, равными единице, соединен с выходным валом 15 привода 8. Выходы 28, 29 и 30 дифференциалов 23, 24 и 25 являются элементами, положения которых относительно стойки определяются углами φ_1 , φ_2 и φ_3 соответственно и которые служат кривошипными уравнивающими устройствами 31, 32 и 33.

В соответствии с условием (6.6) необходимо, чтобы моменты от усилий пружин на выходах 29, 30 и 31 были равны

$$\Phi_1 = -[G_{\Sigma} + G_4 + G_3 + (G_2/2)]l_2 \sin \varphi_1,$$

$$\Phi_2 = -[G_{\Sigma} + G_4 + (G_3/2)]l_3 \sin \varphi_2,$$

$$\Phi_3 = -[G_{\Sigma} + (G_4/2)]l_4 \sin \varphi_3.$$

Если в качестве уравнивающих устройств используют синусные механизмы, кулисы которых через мягкие упругие элементы связаны со стойкой, то средние усилия T_1 , T_2 и T_3 упругих элементов и эксцентриситетов ϵ_1 , ϵ_2 и ϵ_3 кривошипов 28, 29 и 30 выбирают с учетом соотношений

$$\epsilon_1 T_1 = l_2 [G_{\Sigma} + G_4 + G_3 + (G_2/2)],$$

$$\epsilon_2 T_2 = l_3 [G_{\Sigma} + G_4 + (G_3/2)],$$

$$\epsilon_3 T_3 = l_4 [G_{\Sigma} + (G_4/2)].$$

Условия выбора параметров уравнивающих устройств, выполненных в виде кривошипно-кулисных механизмов с вращающейся кулисой, будут рассмотрены ниже.

Приведение моментов Φ_1 , Φ_2 и Φ_3 к обобщенным координатам q в соответствии с (6.7) позволяет записать

$$Q_2 = -[G_{\Sigma} + G_4 + G_3 + (G_2/2)]l_2 \cos q_2 - [G_{\Sigma} + G_4 + (G_3/2)]l_3 \cos(q_2 + q_3) - [G_{\Sigma} + (G_4/2)]l_4 \cos(q_2 + q_3 + q_4),$$

$$Q_3 = -[G_{\Sigma} + G_4 + (G_3/2)]l_3 \cos(q_2 + q_3) - [G_{\Sigma} + (G_4/2)]l_4 \cos(q_2 + q_3 + q_4),$$

$$Q_4 = -[G_{\Sigma} + (G_4/2)]l_4 \cos(q_2 + q_3 + q_4).$$

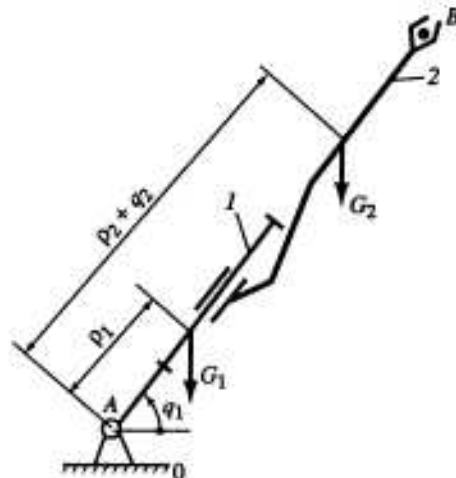


Рис. 6.4. Структура и схема нагружения руки с двумя степенями подвижности и поступательной кинематической парой

Нетрудно убедиться (см. рис. 6.3), что, приведя силы $[G_2 + (G_4/2)]$, $(G_3 + G_4)/2$ и $(G_2 + G_3)/2$ к координатам φ_2 , φ_3 и φ_4 , получим $(-Q_2)$, $(-Q_3)$ и $(-Q_4)$ соответственно. Именно так выполнен механизм уравнивания экспериментального робота, рассмотренного в гл. 5 (см. рис. 5.13).

В качестве второго примера построим расположенный на основании пружинно-уравнивающий механизм для механической руки с двумя степенями подвижности, структурная

схема и схема нагружения которой представлены на рис. 6.4. За обобщенные координаты $q_i (i = 1, 2)$ примем угол поворота звена 1 относительно горизонтали и смещение звена 2 относительно звена 1, отсчитываемое от среднего положения. Таким образом, если максимальный ход поступательной пары h , то $|q_2| \leq h/2$. Пусть ρ_1 – расстояние от оси шарнира A, соединяющего звено 1 со стойкой 0, до центра тяжести звена 1, а ρ_2 – расстояние от оси этого же шарнира до центра тяжести звена 2 при $q_2 = 0$.

При выбранных обобщенных координатах потенциальная функция механической руки имеет вид

$$U_p = (G_1\rho_1 + G_2\rho_2)\sin q_1 + G_2q_2 \sin q_1, \quad (6.10)$$

где G_1 и G_2 – вес первого и вес второго звеньев соответственно.

Поставим в соответствие обобщенной координате q_2 некоторое малое угловое перемещение γ относительно звена 1 кривошипа, имеющего ось вращения, совпадающую с осью шарнира A: $\gamma = kq_2$ ($k = \text{const} \gg 1$). Тогда произведя в (6.10) замену переменных и воспользовавшись приближенным равенством $\gamma = \sin \gamma$, а также формулами разложения, получим

$$U_p = (G_1\rho_1 + G_2\rho_2)\sin q_1 + (kG_2/2)\cos(q_1 - \gamma) - (kG_2/2)\cos(q_1 + \gamma).$$

Обозначив

$$q_1 = \varphi_1, \quad q_1 + \gamma = \varphi_2, \quad q_1 - \gamma = \varphi_3,$$

найдем в соответствии с (6.6) моменты, развиваемые уравнивающими устройствами, установленными на легко синтезируемых в схеме элементах, повороты которых относительно стойки суть φ_1 , φ_2 и φ_3

$$\Phi_1 = -(G_1\rho_1 + G_2\rho_2)\cos \varphi_1,$$

$$\Phi_2 = +(kG_2/2)\sin \varphi_2,$$

$$\Phi_3 = -(kG_2/2)\sin \varphi_3.$$

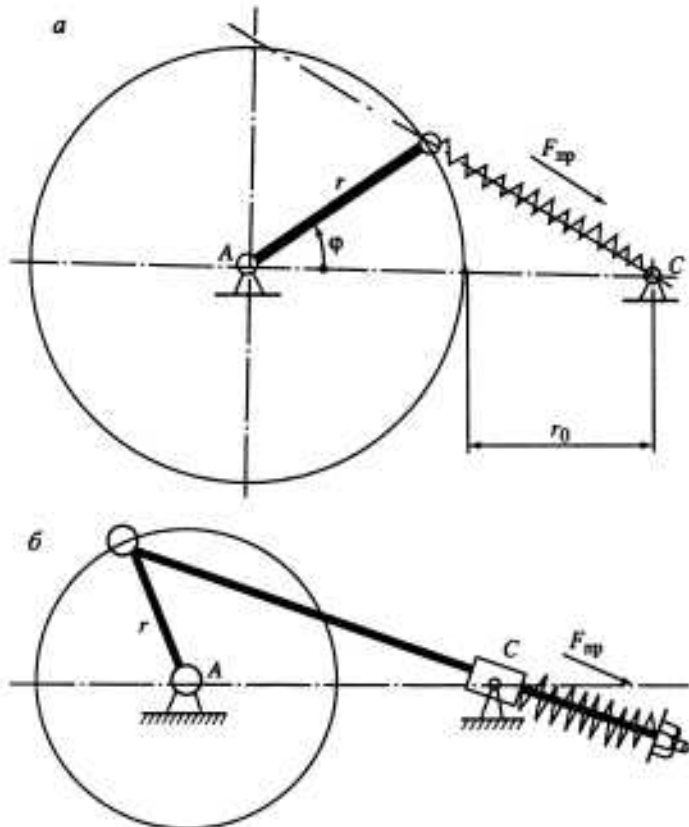


Рис. 6.5. Уравновешивающие устройства на основе кривошипно-кулисного механизма с пружинами растяжения (а) и сжатия (б)

Отметим, что один из вариантов получения в схеме элементов, углы поворотов которых относительно стойки равны φ_2 и φ_3 , заключается в установке на звене l двух редукторов с передаточными отношениями $+k$ и $-k$, выходные валы которых совпадают с осью шарнира. Значение $|k|$ выбирают, исходя из требуемой точности уравновешивания во всем диапазоне изменения обобщенной координаты φ_2 .

Задача обеспечения необходимой точности уравновешивания имеет важное самостоятельное значение. Ее решение во многом зависит от точности воспроизведения требуемых гармонических нагрузок уравновешивающими устройствами, т.е. от конструкции и настройки последних. Рассмотрим уравновешивающее устройство, выполненное на основе кривошипно-кулисного механизма (рис. 6.5). Уравнение момента от сил упругости пружины растяжения в схеме, представленной на рис. 6.5, а, приведенного к валу кривошипа, в функции угла поворота кривошипа φ имеет вид

$$M_{сп} = (r + r_0)crs \sin \varphi - [r_0(r + r_0)rc \sin \varphi] / L + [a(r + r_0)rc \sin \varphi] / L,$$

где c , a – соответственно жесткость и предварительный натяг пружины; r –

длина шарнира; $(r + r_0)$ – расстояние между шарнирами A и C ; укрепленными на стойке;

$$L = \sqrt{r^2 + (r + r_0)^2 - r(r + r_0) \cos \varphi}$$

– длина пружины.

При $a = r_0$ момент $M_{\text{уп}}$ представляет собой чисто гармоническую функцию

$$M_{\text{уп}} = (r + r_0)rc \sin \varphi. \quad (6.11)$$

По условию равенства амплитуд уравниваемого момента

$$\Phi = \Phi_0 \sin \varphi, \quad \Phi_0 = \text{const} \quad (6.12)$$

и $M_{\text{уп}}$ можно подобрать параметры уравнивающего устройства.

Однако при изготовлении и использовании в конструкциях пружин растяжения, рассчитанных на большие нагрузки, возникают технологические и конструктивные сложности. Поэтому необходим поиск решения задачи с использованием пружин сжатия. Одно из решений иллюстрирует рис. 6.5, б. Оно дает синусоидальную силовую функцию (6.11) также при $a = r_0$, но приводит к существенному увеличению габаритов устройства. Другое решение основано на приближенном воспроизведении синусоидальной силовой функции механизмов по рис. 6.5, а, но с пружиной сжатия. В этом случае для удовлетворительного уравнивания необходимо с помощью методов многопараметрической оптимизации найти такие параметры уравнивающего устройства (c , r , r_0) и его настройку (a), которые обеспечивают наименьшее отклонение получающейся функции

$$M_{\text{уп}} = \{[(2r + r_0 + a)(r + r_0)cr \sin \varphi] / L\} - (r + r_0)cr \sin \varphi$$

от требуемой (6.12) в заданном диапазоне изменения φ .

Рассмотренные устройства уравнивания рассчитаны на постоянную уравниваемую нагрузку. Однако роботы и манипуляторы как универсальные машины предназначены для манипулирования объектами различной массы. В связи с этим уравнивающие устройства манипуляторов настраивают обычно таким образом, чтобы точное уравнивание достигалось при наличии в схвате манипулятора объекта, вес которого равен половине максимально допустимого веса переносимого груза. Тогда статическая нагрузка на двигатели не будет превышать приведенной к ним половины максимально допустимого веса груза в схвате.

Можно представить себе технологические задачи, для выполнения которых требуется только компенсация веса объекта манипулирования. Например, в начале развития промышленной робототехники широкое развитие получили так называемые сбалансированные манипуляторы, исследованные, в частности, в работах И.Л. Владова и В.Н. Данилевского, предназначенные для загрузки (выгрузки) в ручном режиме тяжелых изделий на технологические позиции [11]. Эти манипуляторы с ручным управлением часто оснащены единственным двигателем, воспринимающим только гравитационную нагрузку, приведенную к схвату манипулятора. При этом горизонтальные составляющие движений схвата осуществляются за

счет мускульной энергии рабочего. Системы такого типа называют "помощником рабочего".

В основе кинематической схемы большинства сбалансированных манипуляторов, имеющих антропоморфную структуру, лежит механизм пантографа. Замечательное свойство этого механизма заключается в том, что при определенных соотношениях длин звеньев достигается геометрическое подобие перемещений в плоскости пантографа ведущей и ведомой точек механизма. Установив привод вертикального перемещения ведущей точки, можно воспринимать им все вертикальные силы, приведенные к схвату манипулятора и к ведущей точке пантографа.

В качестве примера на рис. 6.6, *а* представлена принципиальная кинематическая схема сбалансированного манипулятора с механизмом пантографа. Звенья 0–5 образуют скелет механической руки со стойкой 0. На звене 5 смонтированы схват 6 с приводом и рукоятка управления 7. Механизм пантографа образуют звенья 2, 3, 8 и 9. Размеры этих звеньев и места установки шарниров выбраны так, что точки *A*, *B* и *C* механизма лежат на одной прямой, причем точка *A* неподвижна, а коэффициент подобия перемещений ведущей точки *B* и ведомой точки *C* равен отношению длин звеньев 3 и 9. Гидроцилиндр 10 привода вертикального перемещения ведущей точки *B* связан с насосом 12 через управляемый от рукоятки 7 трехпозиционный золотник 11. С помощью параллелограммов, образованных звеньями 1, 2, 14, 16 и 16, 3, 4, 15, осуществляется поступательное перемещение в вертикальной плоскости звена 4. Все гравитационные силы, действующие на звенья манипулятора и приведенные к точкам *B* и *C*, воспринимаются гидроприводом. Однако в плоском механизме с двумя степенями подвижности есть вертикальные силы, которые не приводятся к упомянутым точкам. Эти силы уравниваются с помощью описанного выше механизма уравнивания с пружиной 13.

Для доказательства необходимости применения такого механизма уравнивания можно воспользоваться методом замещающих точек [5]. Он заключается в замене сил тяжести звеньев и объекта эквивалентными силами тяжести сосредоточенных масс. Известно, что для статического размещения масс звена необходимо, чтобы сумма масс, сосредоточенных в замещающих точках, равнялась массе звена и чтобы общий центр масс, сосредоточенных в замещающих точках, совпадал с центром масс звена. Этим методом мы уже пользовались (см. рис. 6.3). Здесь также разнесем массу каждого звена по центрам шарниров, соединяющих его с соседними звеньями. Тогда, в результате последовательного приведения масс к шарнирам скелета руки и механизма пантографа получим схему размещения масс манипулятора, представленную на рис. 6.6, *б*. На этой схеме m_1 , m_2 и m_3 – константы, а масса m_4 аддитивно включает в себя массу переносимого объекта. Если гидроцилиндр 10 зафиксирован в некотором положении, то массы m_3 и m_4 могут перемещаться только горизонтально, а потенциальная функция механизма в этом случае будет зависеть только от высоты положения массы $m_2 = \text{const}$, т.е. будет гармонической функцией угла наклона звена 2 скелета руки.

Таким образом, для обеспечения положения безразличного равновесия механизма при фиксированном положении привода (иными словами для

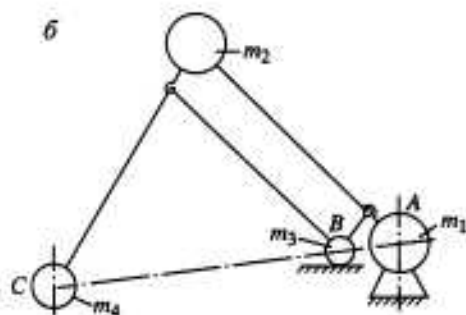
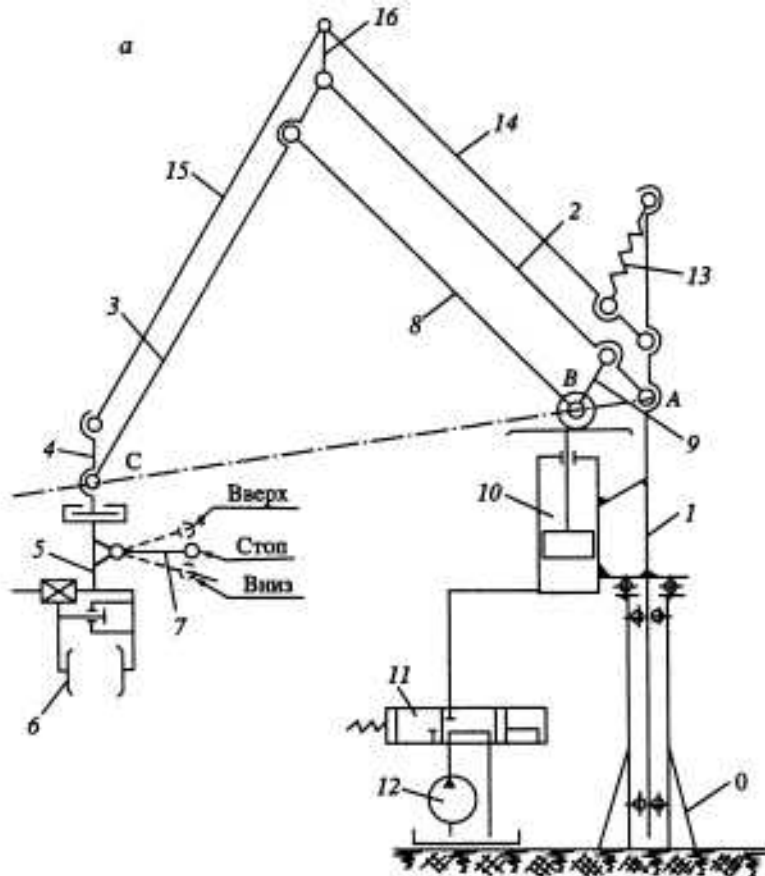


Рис. 6.6. Принципиальная кинематическая схема сбалансированного манипулятора (а) и схема эквивалентного размещения его масс (б)

сбалансированности манипулятора) необходим механизм уравнивания. Усилие, воспринимаемое гидроцилиндром, зависит от конфигурации скелета руки и определяется отношением суммы моментов гравитационных сил масс m_4 и m_3 относительно точки А к расстоянию оси гидроцилиндра 10 от точки А.

В заключение отметим, что аналогичные проблемы и решения имеют место при синтезе механизмов шагающих машин [22].

6.3. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ СТЕРЕОТИПНЫХ ДВИЖЕНИЙ

При решении кинематической задачи синтеза механизмов стереотипных движений по кинематическим уравнениям (5.25), (5.26) мы отмечали, что при реализации таких движений путем наложения механических связей число степеней свободы системы уменьшается, а число приводов в системе становится избыточным. Возникает вопрос, как управлять системой, т.е. какие приводы должны быть задействованы, а какие отключены. Действительно, условия реализации стереотипных движений, осуществляемых методами кинематического замыкания, эквивалентны условиям работы роботов с объектами, на которые наложены связи. В этом случае неточности программного управления часто приводят к заклиниванию механизма и к существенному увеличению нагрузок в приводах звеньев руки робота.

Анализ статики двигательной системы робота при механической реализации стереотипных движений позволяет оценить нагрузки в приводах в зависимости от конфигурации руки и в соответствии с этим построить алгоритм управления приводами [30].

Пусть для определенности уравнения (5.25) имеют вид геометрических условий, т.е. не содержат скоростей. Тогда система уравнений $f(\mathbf{q})$ стереотипного движения в обобщенных координатах \mathbf{q} , которой мы будем в дальнейшем пользоваться, имеет вид

$$f_j(q_1, q_2, \dots, q_n) = \text{const}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad m < n. \quad (6.13)$$

Считая связи идеальными, воспользуемся для анализа статики методом неопределенных множителей Лагранжа [20]. В общем случае уравнения равновесия системы, положение которой определено n обобщенными координатами $q_i (i = 1, 2, \dots, n)$, связанными m уравнениями конечных связей (при механической реализации стереотипных движений это уравнения (6.13)), имеют вид

$$Q_i + \sum_{j=1}^m \lambda_j (\partial f_j / \partial q_i) = 0, \quad (6.14)$$

где λ_j – множители Лагранжа, Q_i – обобщенные силы.

Обобщенная сила Q_i представляет собой алгебраическую сумму приведенных к обобщенной координате q_i внешних сил M_i'' , приложенных к звеньям руки робота, и приведенных к этой же координате реакций приводов M_i' . Для каждой заданной конфигурации руки робота, удовлетворяющей уравнениям связей при заданных внешних силах, система (6.14) из n уравнений содержит $(n + m)$ неизвестных: n моментов в приводах и m множителей Лагранжа. Это и есть отражение понижения числа степеней свободы за счет наложения кинематических связей. Следовательно, можно произвольно задать любые m моментов в приводах, например отключить m приводов, т.е. считать их моменты равными нулю. Тогда остальные $(n - m)$ моментов приводов и реакции связей определяются однозначно.

При этом если уравнения (6.13) стереотипного движения линейные, система уравнений (6.14) будет также линейной, и значения моментов приводов и сил реакций связей не будут зависеть от конфигурации руки робота.

В противном случае значения искоемых моментов приводов и реакций зависят от конфигурации руки робота. Цель анализа статики двигательной системы робота при наличии кинематических связей состоит в поиске таких особых конфигураций рук робота, в которых проявляются эффекты самоторможения по отношению к моментам, развиваемым в оставшихся включенными ($n-m$) приводах. В особых конфигурациях даже бесконечно большие значения моментов этих ($n-m$) приводов не удовлетворяют условиям статического равновесия. Следовательно, в особых конфигурациях нельзя провернуть механизмы со стороны анализируемой группы приводов. Однако сказанное не означает, что конкретная особая конфигурация руки робота, выявленная при рассмотрении одной группы приводов, будет также особой при изменении состава группы из ($n-m$) приводов.

Процесс поиска особых конфигураций относительно группы "включенных" приводов заключается в поочередном "отключении" некоторых m из n имеющихся приводов. Число возможных вариантов совместной работы ($n-m$) приводов из n имеющихся равно числу сочетаний C_n^m . Анализ статики этих вариантов позволяет определить запретные для той или иной группы приводов зоны в пространстве конфигураций руки робота для исследуемого стереотипного движения и построить в соответствии с результатами анализа алгоритм управления приводами.

В качестве примера, имеющего практическое значение, рассмотрим в соответствии с описанным алгоритмом статику руки робота при реализации стереотипных движений по вертикальным прямым (см. рис. 5.15, e и уравнение (5.33)) методом включения кинематической связи между выходными ползунами синусных механизмов (см. рис. 5.13, 5.16). Модель рассматриваемой системы представлена на рис. 6.7.

Оставив читателю возможность самостоятельно определить геометрические границы области существования вертикальных траекторий точки A и особые положения модели, обусловленные структурой скелета руки, сосредоточимся на методике и результатах силового анализа. Координаты кривошипов синусных механизмов суть q_2 и $(q_2 + q_3)$; $-\pi < q_3 < \pi$; $-\pi < q_2 < \pi$. Пусть в точках B и A приложены вертикальные силы P_1 и P_2 соответственно, двигатели Д2 и Д3 установлены с механизмом компенсации (МК) кинематического взаимовлияния, т.е. его входные валы отрабатывают углы q_2 и q_3 соответственно, а моменты на них являются моментами M_2' и M_3' , приведенными к обобщенным координатам. Приведенные же к обобщенным координатам моменты от сил нагрузки будут

$$M_2'' = P_2 l \cos(q_2 + q_3) + (P_1 + P_2) l \cos q_2,$$

$$M_3'' = P_2 l \cos(q_2 + q_3),$$

где $l_1 = l_2 = l$ — длины звеньев робота.

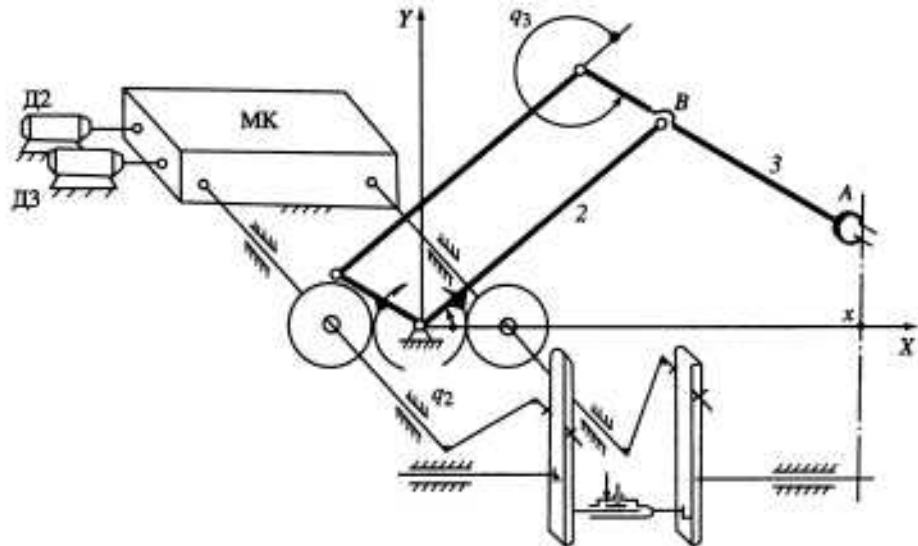


Рис. 6.7. Кинематическая схема механизма замыкания для реализации движений центра схвата по вертикальным прямым

Тогда при отключенном приводе ДЗ ($M'_3 = 0$) система (6.14) принимает вид

$$\begin{aligned} M'_2 + M''_2 + \lambda(\partial f / \partial q_2) &= 0, \\ M'_3 + \lambda(\partial f / \partial q_3) &= 0, \end{aligned}$$

откуда после подстановок и решения определяется момент, развиваемый приводом Д2,

$$M'_2 = [P_2 l \cos(q_2 + q_3) \sin q_2 - (P_1 + P_2) l \sin(q_2 + q_3) \cdot \cos q_2] / \sin(q_2 + q_3), \quad (6.15)$$

стремящийся к бесконечности при $(q_2 + q_3) \rightarrow k\pi$, $k = 0, 1, 2, \dots$.

Последнее соотношение и определяет семейство особых конфигураций руки робота, при которых усилия привода Д2 воспринимаются полностью механической связью. Это семейство конфигураций характеризуется горизонтальным положением третьего звена руки.

При отключенном приводе Д2 ($M'_2 = 0$) получим условия равновесия в виде

$$\begin{aligned} M''_2 + \lambda(\partial f / \partial q_2) &= 0, \\ M'_3 + M''_3 + \lambda(\partial f / \partial q_3) &= 0, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} M'_3 = [-P_2 l \cos(q_2 + q_3) \cdot \sin q_2 + \\ + (P_1 + P_2) l \cos q_2 \cdot \sin(q_2 + q_3)] / [\sin q_2 + \sin(q_2 + q_3)]. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Следовательно, в этом случае условия конфигураций руки робота, при которых никакие усилия от привода ДЗ не могут уравновесить нагрузку, определено соотношением

$$q_3 = -2q_2.$$

Это семейство конфигураций характеризуется положением точки A на оси x .

Вид зависимостей моментов приводов от координаты y точки A осложнен возможностью существования двух конфигураций руки робота ("локтем вверх" и "локтем вниз"), удовлетворяющих условию принадлежности точки A прямой $x = \text{const}$. На рис. 6.8, *a, б* представлены такие зависимости для каждого из вариантов.

Отметим характерную особенность полученных зависимостей: конфигурации, определяющие наихудшие условия работы одного из приводов, соответствуют одновременно наилучшим условиям для второго привода. Приравняв выражения (6.15) и (6.16), с учетом существования двух конфигураций, удовлетворяющих условию принадлежности точки A прямой $x = \text{const}$, получим условия предпочтительной работы того или иного привода в виде неравенств

$$\begin{aligned} \text{при } q_3 > 0 & \begin{cases} \text{если } \sin q_2 + 2\sin(q_2 + q_3) > 0, & \text{то } M'_3 = 0, \\ \text{если } \sin q_2 + 2\sin(q_2 + q_3) < 0, & \text{то } M'_2 = 0; \end{cases} \\ \text{при } q_3 < 0 & \begin{cases} \text{если } \sin q_2 + 2\sin(q_2 + q_3) > 0, & \text{то } M'_2 = 0, \\ \text{если } \sin q_2 + 2\sin(q_2 + q_3) < 0, & \text{то } M'_3 = 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (6.17)$$

Казалось очевидным, что условия заклинивания механизма, реализующего исследуемое стереотипное движение (см. рис. 6.7), должны сводиться к $q_2 \rightarrow k\pi$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) при отключенном приводе Д2 и к $(q_2 + q_3) \rightarrow k\pi$ при отключенном приводе Д3. Однако, как мы видим, при установке приводов с механизмом компенсации это не так. Для схемы, в которой приводы установлены без механизма развязки, выписанные условия заклинивания имеют место. Примером такой схемы является схема, представленная на рис. 6.2.

Действительно, в этом случае изменится момент привода Д3, приведенный к обобщенной координате q_2 : он будет равен не нулю, а собственно моменту привода Д3. Поэтому выражения для моментов приводов Д2 и Д3, аналогичные по смыслу выражениям (6.15) и (6.16), будут

$$\begin{aligned} M'_2 &= [P_2 l \cos(q_2 + q_3) \sin q_2 - \\ &\quad - (P_1 + P_2) l \cos q_2 \cdot \sin(q_2 + q_3)] / \sin(q_2 + q_3) \quad \text{при } M'_3 = 0, \\ M'_3 &= [-P_2 l \cos(q_2 + q_3) \sin q_2 + \\ &\quad + (P_1 + P_2) l \cos q_2 \cdot \sin(q_2 + q_3)] / \sin q_2 \quad \text{при } M'_2 = 0. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Отметим, что в силу свойств системы без механизма компенсации развиваемые моменты M'_2 или M'_3 воспринимаются приводом Д1. Зависимости этих моментов от координаты y для двух различных конфигураций руки робота без механизма развязки представлены на рис. 6.8, *в, г*.

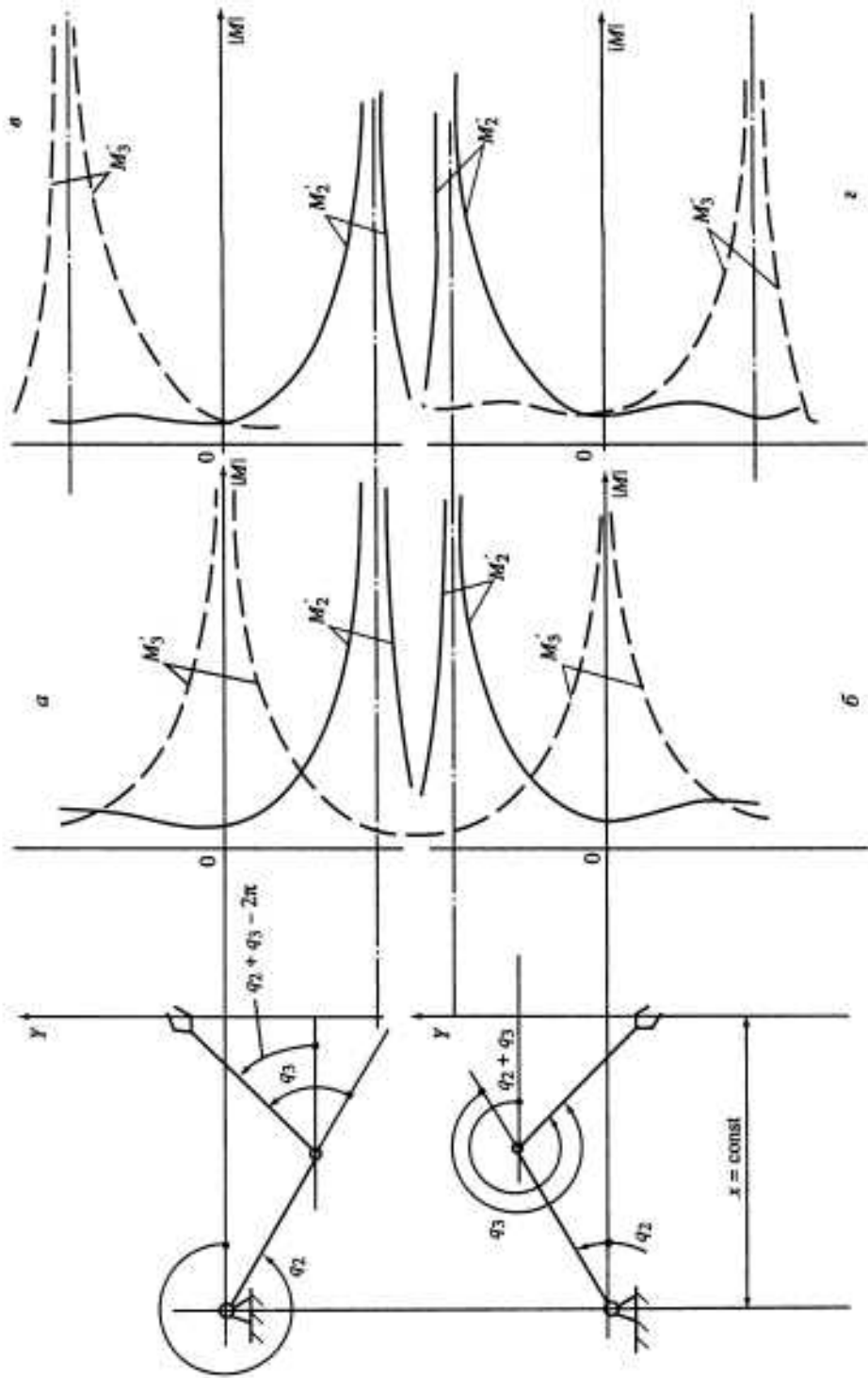


Рис. 6.8. Моменты приводов при включении механизма кинематического замыкания в зависимости от конфигурации — "локтем вниз" (а, θ), "локтем вверх" (б, z), а также от схемы привода — с механизмом компенсации (а, θ), без механизма компенсации (б, z)

Выражения (6.18) определяют условия предпочтительной работы того или другого привода

$$\begin{aligned} \text{при } q_3 > 0 & \begin{cases} \text{если } \sin q_2 + \sin(q_2 + q_3) > 0, \text{ то } M'_3 = 0, \\ \text{если } \sin q_2 + \sin(q_2 + q_3) < 0, \text{ то } M'_2 = 0; \end{cases} \\ \text{при } q_3 < 0 & \begin{cases} \text{если } \sin q_2 + \sin(q_2 + q_3) > 0, \text{ то } M'_2 = 0, \\ \text{если } \sin q_2 + \sin(q_2 + q_3) < 0, \text{ то } M'_3 = 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (6.19)$$

Характерная особенность найденных особых конфигураций и условий предпочтительной работы того или иного привода в рассмотренных случаях заключается в том, что они не зависят от внешней нагрузки. Заметим также, что аппаратная реализация управления приводами по условиям (6.17) или (6.19) не вызывает трудностей.

Рациональное использование установленной мощности приводов робота при механической реализации стереотипных движений требует не отключения привода, находящегося в невыгодных условиях, а включения его таким образом, чтобы помогать выполнению требуемого движения. При этом регулированию подлежит не скорость привода, а развиваемый им момент. Очевидно, что для обеспечения возможности такого регулирования каждый привод должен содержать два блока: блок управления по скорости и блок управления по моменту, включаемые попеременно. Приводы, включенные согласно условиям реализации стереотипного движения (например, (6.17) и (6.19)), управляются как обычно – по скорости, а "отключаемые" – по моменту.

Представляется целесообразным построение экстремального регулятора величины и знака помогающего момента, минимизирующих нагрузку на выходном валу привода, управляемого по скорости [15]. Вместе с тем возможны варианты с частичным решением задачи, когда помогающий момент является функцией только обобщенных координат, построенной для известной нагрузки. Такие функции можно воспроизводить с помощью простейших электромеханических вычислительных устройств. К частичному решению, дающему также положительный эффект, относится случай с постоянным по величине помогающим моментом, равным среднему значению сил трения, приведенных к валу привода. В этом случае регулированию подлежит знак развиваемого момента.

Так как знак момента должен соответствовать знаку скорости выходного вала привода, рассматриваемого как ведомое звено, то и задача сводится к определению знака скорости.

Выше упоминалось, что при реализации стереотипных движений, подчиняющихся линейным уравнениям, не существует конфигураций руки робота, в которых проявляются эффекты самоторможения, и, следовательно, режим работы произвольно выбранных ($n-m$) приводов, управляемых по скорости, не меняется в процессе выполнения движения. Также не меняется режим работы m приводов, управляемых по моменту. Законы этого управления определяются кинематической схемой руки робота, а значит матрицами частных передаточных отношений. Ниже для некоторых из описанных

стереотипных движений приведены законы управления моментом помогающего привода.

При отсутствии механизма компенсации угловые скорости $\dot{\psi}_2$ и $\dot{\psi}_3$ (6.9) выходных валов в стереотипном движении (см. рис. 5.15, в) связаны соотношением

$$\dot{\psi}_3 = 2\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2,$$

определяющим алгоритм управления моментом привода, например

$$\text{sign } M'_3 = \text{sign}(2\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2).$$

В заключение рассмотрим решение задачи управления знаком момента помогающего привода в случаях, когда уравнение стереотипного движения нелинейное.

Для кинематической схемы руки робота, представленной на рис. 6.2, уравнение стереотипного движения (5.33) в координатах ψ_i выходных валов приводов принимает вид

$$\cos(\psi_2 - \psi_1) + \cos(\psi_3 - \psi_1) = \text{const}.$$

Продифференцировав его по времени, получим соотношение, связывающее скорости $\dot{\psi}_i$ выходных валов приводов, из которого для участков движения, где привод Д2, согласно условиям (6.19), управляется по моменту, а $\dot{\psi}_1, \dot{\psi}_3$ заданы, следует

$$\text{sign } M'_2 = \text{sign } \dot{\psi}_2 = \text{sign}\{\dot{\psi}_1 - [(\dot{\psi}_3 - \dot{\psi}_1)\sin(\psi_3 - \psi_1)]/\sin(\psi_2 - \psi_1)\}.$$

Для участков, где согласно (6.19), привод Д3 управляется по моменту, а $\dot{\psi}_1, \dot{\psi}_3$ заданы,

$$\text{sign } M'_3 = \text{sign } \dot{\psi}_3 = \text{sign}\{\dot{\psi}_1 - [(\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_1)\sin(\psi_2 - \psi_1)]/\sin(\psi_3 - \psi_1)\}.$$

Полученные выражения с учетом равенств

$$q_2 + q_3 = \psi_3 - \psi_1 \text{ и } q_2 = \psi_2 - \psi_1$$

показывают, что для управления знаками помогающих моментов в конфигурациях, которым соответствует смена знака помогающего момента, нагрузка от этого момента целиком воспринимается связями (6.18). Поэтому в алгоритмах управления помогающим моментом следует предусматривать зону вблизи особых конфигураций, в пределах которой помогающий момент равен нулю.

6.4. СТАТИКА МОДЕЛЕЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ РОБОТА С УЧЕТОМ ЗАЗОРОВ И УПРУГОСТЕЙ В ПЕРЕДАЧАХ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПРИВОДА

Как правило, в робототехнических системах для обеспечения устойчивости систем регулирования датчики обратной связи устанавливают непосредственно на валах двигателей. При этом зазоры и упругости длинных кинематических цепей, не охваченные контурами обратных связей, приводят к статическим ошибкам положения, зависящим от нагрузки и

конфигурации руки. Уменьшить эти ошибки за счет настройки контуров обратной связи нельзя. Можно лишь попытаться ввести в программу движений руки коррекцию, учитывающую статические ошибки положения. Ниже, следуя [8, 24, 28], рассмотрены методики учета влияния зазоров и податливостей на точность позиционирования манипуляторов в алгоритмах коррекции программ управления.

Используем кинематические модели привода звеньев механической руки, представленные на рис. 5.17. Полагая величины ошибок положения звеньев руки, обусловленные зазорами и податливостями, малыми, будем рассматривать статику приведенных моделей отдельно, а вектор $\Delta \mathbf{q}_c$ статических ошибок положения звеньев руки примем равным сумме векторов уводов $\Delta \mathbf{q}_z$ от зазоров и уводов $\Delta \mathbf{q}_p$ от податливостей

$$\Delta \mathbf{q}_c = \Delta \mathbf{q}_z + \Delta \mathbf{q}_p.$$

6.4.1. Методика определения матриц единичных податливостей и упругих коэффициентов передач привода механической руки

Наиболее удобный в методическом и вычислительном аспектах способ расчета ошибок положения звеньев механической руки с упругими передачами привода при воздействии нагрузки основан на определении и последующем использовании матрицы единичных податливостей.

Задача определения матриц единичных податливостей механической руки с упругими передачами привода ставится таким образом: заданы кинематическая схема механической руки с n степенями свободы, передачи привода которой при абсолютно жестких элементах описываются матричным линейным уравнением (5.1), и жесткостные характеристики, например податливости $f_k (k = 1, 2, \dots, L)$ двигателей ($k = 1, 2, \dots, n$) и элементов передач ($k = n + 1, n + 2, \dots, L$) модели, представленной на рис. 5.17, а. Требуется найти матрицу единичных податливостей в системе обобщенных координат \mathbf{q} механической руки.

Общий алгоритм решения этой задачи [10] заключается в поочередном нагружении скелета механической руки единичными статическими обобщенными силами $Q_j (j = 1, 2, \dots, n)$ при фиксированных задающих элементах приводов ($\psi_i = \text{const}, i = \overline{1, n}$) и определения изменений компонент вектора обобщенных координат \mathbf{q} . Обозначив через $f_{ij} (i, j = \overline{1, n})$ величину обобщенного перемещения Δq_i при j -м нагружении, запишем искомую матрицу единичных податливостей в виде

$$\hat{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{bmatrix}.$$

Таким образом, алгоритм предполагает поочередное заполнение столбцов матрицы $\hat{\mathbf{F}}$. Для расчета элементов j -го столбца необходимо сначала по

заданным обобщенным силам Q_j разделить нагрузки в податливых звеньях передач, затем деформации этих звеньев, а по ним – приращения обобщенных координат $q_i (i = \overline{1, n})$. Как видим, в основе процедуры лежит решение задачи статики для модели, приведенной на рис. 5.17, а, описываемой расширенными системами координат q и ψ размерности L .

Уравнение статического равновесия этой модели согласно (6.3) и (6.4) в рассматриваемой постановке можно записать в виде

$$Q + [A^T]^T M = 0. \quad (6.20)$$

Оно позволяет определить n реакций приводов $M_k (k = \overline{1, n})$ и $(L-n)$ нагрузок $M_k (k = \overline{n+1, L-n})$ в податливых элементах привода при последовательном нагружении системы первыми n единичными статическими силами Q_j , векторы-столбцы которых имеют размерность $L > n$

$$Q_1 = [1, 0, \dots, 0]^T, Q_2 = [0, 1, 0, \dots, 0]^T \dots Q_n = [0, 0, \dots, 1, 0, \dots, 0]^T.$$

В результате получим матрицу $[m_{kj}]$ размерности $[L \times n]$ уравнивающих нагрузок, столбцы которой суть векторы

$$M_j = -[A^T]^{-1} Q_j \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

Деформации звеньев, соответствующие изменениям обобщенных координат ψ , равны произведениям уравнивающих нагрузок m_{kj} на единичные податливости f_k n двигателей и $(L-n)$ звеньев. Если податливость двигателей не учитывается, то первые n элементов вектора $f_k (k = \overline{1, L})$ будут равны нулю.

Таким образом, матрица-столбец изменения обобщенных координат ψ при действии единичной обобщенной силы Q_j имеет вид

$$[\Delta\psi_{kj}] = [f_k m_{kj}] \quad (j = 1, 2, \dots, n). \quad (6.21)$$

Теперь для определения расширенной $[L \times n]$ -матрицы $[f_{kj}]$ единичных податливостей воспользуемся соотношением (5.34) и для каждого столбца (6.21) получим столбец матрицы $[f_{kj}]$

$$[f_{kj}] = -[A^T]^{-1} [\Delta\psi_{kj}].$$

Выделим в матрице $[f_{kj}]$ размерности $[L \times n]$ верхний блок размером $[n \times n]$. Тогда, учитывая принятую последовательность определения $[f_{kj}]$, становится очевидным, что этот блок и есть искомая матрица единичных податливостей \hat{F} .

Описанный алгоритм построения матрицы единичных податливостей \hat{F} , основанный на параллельном учете всех податливостей элементов передач, удобен для численных расчетов на ЭВМ. При этом для упрощения программы вычислений целесообразно свести единичные статические силы Q_j в расширенной системе координат в единичную матрицу E размерности

$[L \times L]$. Тогда расширенная матрица уравновешивающих нагрузок будет

$$\mathbf{M} = -[[\mathbf{A}^f]^T]^{-1} \mathbf{E} = -[[\mathbf{A}^f]^T]^{-1}. \quad (6.22)$$

Коэффициенты единичных податливостей f_k элементов привода запишем в виде диагональной матрицы $\text{diag}(f_1, \dots, f_2, \dots, f_L)$ и найдем $[L \times L]$ -матрицу изменений координат Ψ при последовательном нагружении руки единичными обобщенными силами в системе координат \mathbf{q}

$$\Delta \Psi = \text{diag}(f_1, f_2, \dots, f_L) \mathbf{M}. \quad (6.23)$$

Подставив (6.22) и (6.23) в уравнение (5.34), получим расширенную $[L \times L]$ -матрицу единичных податливостей в системе координат \mathbf{q}

$$\hat{\mathbf{F}} = [\mathbf{A}^f]^{-1} \text{diag}(f_1, f_2, \dots, f_L) [[\mathbf{A}^f]^T]^{-1}, \quad (6.24)$$

верхний левый $[n \times n]$ блок, которой и есть искомая матрица $\hat{\mathbf{F}}$ единичных податливостей.

Для получения аналитических выражений для коэффициентов матрицы $\hat{\mathbf{F}}$ изложенный метод обладает тем недостатком, что повышение ранга матрицы \mathbf{A}^f ведет к существенному увеличению трудоемкости матричных преобразований. С учетом линейности рассматриваемой статической модели передач привода механической руки (следовательно, возможности использования принципа суперпозиции решений) можно в этих случаях использовать метод определения матриц единичных податливостей ряда парциальных моделей системы, в каждой из которых содержится немного податливых элементов. Нежесткость каждого из податливых элементов системы учитывается лишь в одной парциальной модели. Таким образом, если число парциальных моделей μ , а матрицы единичных податливостей этих моделей $\hat{\mathbf{F}}_i (i = \overline{1, \mu})$, то

$$\hat{\mathbf{F}} = \sum_{i=1}^{\mu} \hat{\mathbf{F}}_i.$$

Аналитические выражения коэффициентов матрицы $\hat{\mathbf{F}}$ единичных податливостей (или обратной ей матрицы $\mathbf{C} = \hat{\mathbf{F}}^{-1}$ упругих коэффициентов) нужны для оценки характеристик жесткости передач привода различной кинематической структуры и влияния этих характеристик на точность позиционирования, а также устойчивость систем регулирования роботов. Для семи моделей, построенных на основе кинематических структур с двумя степенями подвижности (см. рис. 5.2, а, г, д, е, как с механизмами развязки (МК), так и без них), аналитические выражения для коэффициентов матриц $\hat{\mathbf{F}}$ и \mathbf{C} приведены в табл. 6.1.

Покажем, как используют парциальные модели для определения аналитических выражений для коэффициентов матрицы $\hat{\mathbf{F}}$ на примере типовой модели механических передач привода руки, кинематическая схема которых соответствует табл. 6.1, $v = 2$. Кинематическая модель (см. рис. 5.2, д), как

отмечалось выше, имеет две степени свободы ($n = 2$), а часть требуется податливость четырех элементов кинематической цепи (f_1, f_2, f_3, f_4). В этом случае можно построить две парциальные модели ($\mu = 2$), в каждой из которых учитывается только податливость двух элементов. Такими парциальными моделями могут быть типовые модели соответствующие $\nu = 1$ и 5 (см. табл. 6.1). Переобозначим податливости элементов кинематических цепей типовой модели $\nu = 1$, т.е. введем f_3 вместо f_1 и f_4 и вместо f_2 , и с помощью (6.24) определим парциальные матрицы \hat{F}_1 и \hat{F}_2

$$\hat{F}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_3 & 0 \\ 0 & f_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} f_3 & 0 \\ 0 & f_4 \end{bmatrix},$$

$$\hat{F}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_1 & 0 \\ 0 & f_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} f_1 & -f_1 \\ -f_1 & f_1 + f_2 \end{bmatrix}.$$

Суперпозиция этих матриц дает

$$\hat{F} = \hat{F}_1 + \hat{F}_2 = \begin{bmatrix} f_1 + f_3 & -f_1 \\ -f_1 & f_1 + f_2 + f_4 \end{bmatrix}.$$

В заключение сделаем несколько важных замечаний. Так как нами рассматривались внутренние статические свойства системы механических передач робота в линейной постановке, в которой имеет смысл искать матрицы \hat{F} и C , то, естественно, эти матрицы являются симметричными с постоянными коэффициентами. С помощью этих матриц при известной внешней нагрузке Q находят деформации конфигурации руки $\Delta q = \hat{F}Q$.

По отношению к внутренним статическим свойствам моделей также может идти речь о статической развязке. Очевидно, статически развязанной системе соответствует диагональный вид матриц \hat{F} и C , и тогда компоненты нагрузки по одной обобщенной координате не вызывают деформации конфигурации руки по другим обобщенным координатам. При этом задача поиска статически развязанных систем может ставиться двояко. Во-первых, иногда существует возможность путем выбора значений упругих характеристик элементов матрицы получить диагональный вид матрицы \hat{F} . Например, для типовой модели при $\nu = 6$ (см. табл. 6.1), выбрав $f_2 = f_1$, получим диагональный вид матриц \hat{F} и C . Эта развязка достигается выбором параметров. Можно, однако, поставить задачу по-другому: найти такую систему обобщенных координат, чтобы в ней матрицы податливостей и квазиупругих коэффициентов были диагональными.

Очевидное решение этой задачи для систем передач, не содержащих механизмы кинематической развязки, – это система координат Ψ , т.е. углов поворота валов двигателей. Действительно, при фиксированной конфигурации скелета руки ($q_i = \text{const}$, $i = \overline{1, n}$) каждая из n кинематических цепей привода от i -го двигателя до звена скелета руки представляет собой

Кинематические схемы моделей, их характеристики, матрицы единичных податливостей и квазупругих коэффициентов

v	Кинематические характеристики модели	F_j -Матрицы единичной податливости
1	$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} f_1 & 0 \\ 0 & f_2 \end{bmatrix}$
2	$A_2 = A_1$ $A_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (рис. 5.2,б)	$\begin{bmatrix} (f_1 + f_2) & -f_1 \\ -f_1 & (f_1 + f_2 + f_4) \end{bmatrix}$
3	$A_3 = A_1$ $A_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (рис. 5.2,в)	$(1/4) \begin{bmatrix} (f_1 + f_2) + 4f_3 & (f_2 - f_1) \\ (f_2 - f_1) & (f_1 + f_2) + 4f_4 \end{bmatrix}$
4	$A_4 = A_1$ $A_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (рис. 5.2,г)	$\begin{bmatrix} (f_1 + f_2) & f_1 \\ f_1 & (f_1 + f_2 + f_4) \end{bmatrix}$
5	$A_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (рис. 5.2,д)	$\begin{bmatrix} f_1 & -f_1 \\ -f_1 & f_1 + f_2 \end{bmatrix}$
6	$A_6 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (рис. 5.2,е)	$(1/4) \begin{bmatrix} f_1 + f_2 & f_2 - f_1 \\ f_2 - f_1 & f_1 + f_2 \end{bmatrix}$
7	$A_7 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (рис. 5.2,е)	$\begin{bmatrix} f_1 & f_1 \\ f_1 & f_1 + f_2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}$$

$$(1/d) \begin{bmatrix} (c_1 c_2 + c_1 c_4 + c_2 c_4) c_3 & c_2 c_3 c_4 \\ c_2 c_3 c_4 & c_2 c_4 (c_1 + c_3) \end{bmatrix}$$

$$d = (c_1 + c_3)(c_2 + c_4) + c_2 c_4$$

$$(1/d) \begin{bmatrix} [(c_1 + c_2) c_4 + 4 c_1 c_2] c_3 & c_3 c_4 (c_2 - c_1) \\ c_3 c_4 (c_2 - c_1) & [(c_1 + c_2) c_3 + 4 c_1 c_2] c_4 \end{bmatrix}$$

$$d = (c_1 + c_2)(c_3 + c_4) + 4 c_1 c_2 + c_3 c_4$$

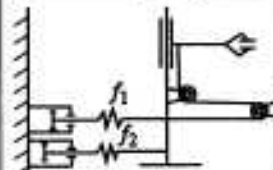
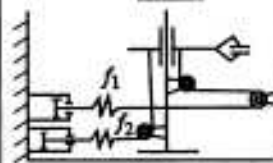
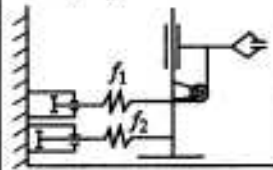
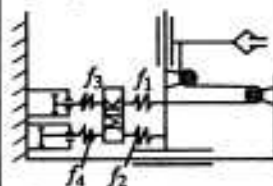
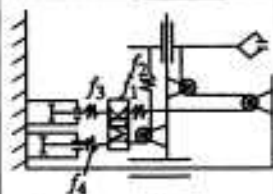
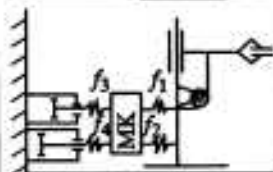
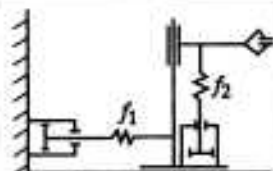
$$(1/d) \begin{bmatrix} (c_1 c_2 + c_1 c_4 + c_2 c_4) c_3 & -c_2 c_3 c_4 \\ -c_2 c_3 c_4 & c_2 c_4 (c_1 + c_3) \end{bmatrix}$$

$$d = (c_1 + c_3)(c_2 + c_4) + c_2 c_4$$

$$\begin{bmatrix} c_1 + c_2 & c_2 \\ c_2 & c_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c_1 + c_2 & c_2 - c_1 \\ c_2 - c_1 & c_1 + c_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}$$



рядовую кинематическую цепь, не связанную с другими цепями. В этом случае каждую из них можно нагрузить единичной обобщенной силой со стороны вала двигателя ($\Psi_i = 1$) и измерить податливость цепи. Получим диагональную матрицу единичных податливостей в системе обобщенных координат ψ :

$$\bar{F}_\psi = \text{diag}(f_{\Sigma 1}, f_{\Sigma 2}, \dots, f_{\Sigma n}),$$

где $f_{\Sigma i}$ ($i = \overline{1, n}$) – суммарная единичная податливость упругих элементов в i -й кинематической цепи. Отсюда, "уводы" Δq скелета руки при известной нагрузке Q в системе координат q будут

$$\Delta q = [A^{-1}] \bar{F}_\psi [A^T]^{-1} Q,$$

а их компенсация в системе координат ψ определится вектором

$$\Delta \psi = -\bar{F}_\psi [A^T]^{-1} Q.$$

Именно система координат ψ позволяет наиболее просто учесть влияние нелинейности (или зазоров) на точность позиционирования механических рук роботов, в том числе с дифференциальной структурой передач.

6.4.2. Учет зазоров в кинематических цепях привода роботов в программах управления

Из-за нелинейности характеристики зазора определение вектора Δq_j отличается от определения вектора Δq_j : в каждой передаче взаимное расположение элементов характеризуется двумя крайними значениями в зависимости от знака нагрузки в передаче. В нагруженных передачах относительные положения элементов определены с точностью до половины величины зазора.

Обобщенная кинематическая модель зазора в кинематических цепях приводов рассмотрена в гл. 5 (см. рис. 5.17,б). Используем уравнение статики вида (6.20) (с заменой A^j на $A^{\delta j}$) и найдем нагрузки в фиктивных кинематических парах ("элементах с зазорами") при нагружении системы квазистатическими силами Q_j ($j = \overline{1, L}$). При этом будем нагружать квазистатическими силами лишь звенья скелета руки, т.е. $Q_j \neq 0$ лишь при $j = \overline{1, n}$. В результате L -мерный вектор уравнивающих сил определится в виде

$$M = -[[A^{\delta}]^T]^{-1} Q.$$

Нас интересуют лишь знаки элементов вектора M , так как только они определяют смещение в j -м зазоре. Учитывая, что для модели, представленной на рис. 5.17,б, зазоры $\delta_j = 0$ при $j = \overline{1, n}$, L -мерный вектор смещений "элементов с зазорами" $\Delta \psi$ примет вид

$$\begin{aligned} & [\Delta \psi_1, \Delta \psi_2, \dots, \Delta \psi_L]^T = \\ & = [0, 0, \dots, 0, -\delta_{n+1} \text{sign } M_{n+1}, -\delta_{n+2} \text{sign } M_{n+2}, \dots, -\delta_L \text{sign } M_L]^T. \end{aligned}$$

С помощью обратного преобразования

$$\Delta q = [A^{\delta}]^{-1} \Delta \psi$$

можно определить и L -мерный вектор уводов обобщенных координат q при действии квазистатической нагрузки Q . Первые n элементов этого вектора – суть уводы обобщенных координат исходной системы $q_j = q_0$, $j = \overline{1, n}$; они и образуют n -мерный вектор Δq_0 статических ошибок положения, обусловленных зазорами механических передач привода руки.

В задачах определения и анализа точности важно знать, какие значения могут принимать элементы n -мерного вектора Δq_0 , максимальные значения этих элементов и каковы определяющие их условия нагружения системы.

Обычно [32] экспериментальное определение n -мерного вектора Δq_0 на реальном манипуляторе пытаются проводить следующим образом. Фиксируют поочередно все обобщенные координаты q_i звеньев руки, кроме одной, измеряемой. Затем нагружают рабочий орган силой и регистрируют его пространственное перемещение. Поделив измеренное перемещение рабочего органа на плечо действия силы по отношению к оси исследуемого i -го шарнира, вычисляют зазор Δq_{0i} в кинематических цепях привода i -й степени подвижности. Определенный таким образом зазор Δq_{0i} будет соответствовать действительному суммарному зазору в исследуемых передачах лишь в случае манипулятора, для которого матрица A диагонального вида, а двигатели установлены на звеньях руки. В общем случае, ориентируясь только на скелет руки, определить таким способом действительные зазоры Δq_{0i} ($i = \overline{1, n}$), приведенные к координатам q руки, невозможно.

Очевидно, что зона "неопределенности" рабочего органа манипулятора в каждой конфигурации может быть легко построена, если определен n -мерный вектор $\Delta \psi_0$ ошибок, приведенных к задающим валам приводов. Фактически это равнозначно "установке" непосредственно на выходах индивидуальных приводов руки "фиктивных" приводов с "ходом" $\pm \Delta \psi_0 / 2$, обеспечивающих перемещение звеньев руки относительно среднего положения – номинальной конфигурации, определяемой программными значениями ψ , задающих элементов действительных n приводов.

Форма зоны "неопределенности" определяется кинематической структурой передач манипулятора и номинальной конфигурацией руки. На рис. 6.9 построены зоны "неопределенности" для двух типовых кинематических структур манипуляционных систем при различных конфигурациях руки. Видно, что величина зоны неопределенности (площадь – для плоской схемы, объем – для пространственной) существенно зависит как от места установки приводов, так и от номинальной конфигурации руки. Для получения суммарной оценки влияния зазоров в различных конфигурациях руки робота при известной схеме установки приводов, построения зон "неопределенностей", выбора конфигураций, соответствующих наименьшим и наибольшим из них, может быть применен метод "объемов" (см. гл. 4). Такую оценку целесообразно проводить при выборе мест относительной установки робота и технологического оборудования с целью уменьшения в последующем влияния зазоров на точность позиционирования.

Повысить точность позиционирования можно программным путем. В таком случае вектор $\Delta \hat{q}_0$ корректирующих поправок, компенсирующих

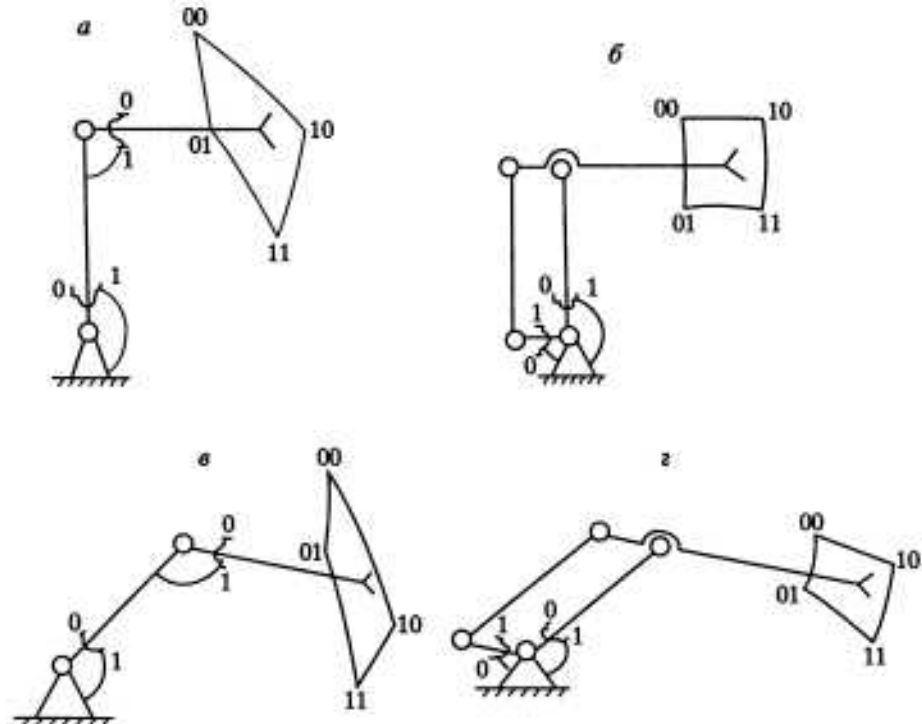


Рис. 6.9. Зоны "неопределенности" положения центра схвата моделей роботов, обусловленные зазорами в передачах привода, в различных конфигурациях
 а, в – привод на звеньях; б, г – привод на основании

статические ошибки положения, обусловленные наличием зазоров и действием статических нагрузок на элементы механической системы, определяется как

$$\Delta \bar{q}_s = -\Delta q_s.$$

Соответственно вектор программных координат, приведенный к обобщенным координатам руки робота, можно записать в виде

$$q_{np} = q + \Delta \bar{q}_s,$$

где q – n -мерный вектор обобщенных координат руки, определенный из решения обратной задачи о положениях.

Как показано выше, вектор Δq_s (следовательно, и $\Delta \bar{q}_s$) можно вычислить лишь при наличии достоверной информации о внешней нагрузке и о направлении результирующих квазистатических сил в "элементах с зазорами". Если данные условия не выполняются, то относительное положение звена в пределах приведенного к его шарниру зазора не определено. Это может быть в случаях, когда в структуре руки имеются кинематические пары "безразличные" к внешней, в частности гравитационной, нагрузке (например, если ось вращательной пары всегда вертикальна), или в таких конфигурациях руки, в которых линия действия результирующей внешней

нагрузки проходит через ось вращения звена. Очевидно, программные средства компенсации статического увода от зазоров в передачах в этих случаях бесполезны. Здесь целесообразно применение специальных механизмов натяжения передач.

6.5. СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ НАТЯЖЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПРИВОДА ЗВЕНЬЕВ

Первый шаг в алгоритме синтеза механизма натяжения любого типа связан с определением максимальных моментов, передаваемых каждой из l кинематических цепей привода от звена скелета руки до двигателя или до выхода механизма кинематической развязки, если таковой имеется. Следует отметить, что задача поиска максимальных моментов, передаваемых по каждой цепи, не так проста. Ее решение зависит от кинематики передач и рабочей зоны в пространстве конфигураций руки. Например, для одной и той же конфигурации скелета рук (см. рис. 5.1, $a-z$) и при одинаковой внешней нагрузке уравнивающие моменты M_1 и M_2 двигателей будут разными.

Обычно предполагают наличие объекта манипулирования максимально возможного веса в хвате робота, задают руке различные конфигурации (в том числе конфигурации, приведенные на рис. 5.8) и по уравнению (6.4) считают в них уравнивающие моменты. Варьируя конфигурации ($q_{i\min} < q_i < q_{i\max}$), запоминают максимальные уравнивающие моменты обоих направлений по каждой цепи. Мы будем предполагать в дальнейшем эти моменты заранее определенными и заданными. Назначение механизма натяжения – не допустить пересопряжений в кинематических передачах руки. Поэтому он должен обеспечивать натяжение каждой цепи, большее или равное $M_{i\max}$, в направлении раскрытия зазора.

Второй шаг связан с выбором типа механизма натяжения. Например, в каждом отдельном зацеплении можно установить механизм натяжения в виде разрезных шестерен с предварительно натянутым упругим элементом. Или каждую отдельно взятую j -ю кинематическую "рядовую" цепочку от двигателя до звена (либо от выхода механизма кинематической развязки до звена) натянуть с помощью "персонального" механизма натяжения, выполненного в виде дополнительной передачи, дублирующей основную, с единственным упругим элементом, установленным с предварительным натягом.

Эти оба типа механизмов в прямом варианте существенно утяжеляют собственно исполнительное устройство – руку робота, и поэтому зачастую неприемлемы. Ниже мы отметим некоторые возможные технические решения, позволяющие использовать такие типы механизмов натяжения. А здесь остановимся еще на одном типе механизмов натяжения, когда в систему передач привода вводится одна дополнительная кинематическая цепь, протянутая вдоль руки, и натяжной элемент, соединенный с одной стороны с этой цепью, а с другой – с цепочкой дифференциалов, установленных на основании и связанных с выходами приводов. С помощью этих дифференциалов образуются замкнутые кинематические контуры, круговое передаточное отношение каждого из которых равно +1 (см. гл. 2 и 5) [17, 25, 26].

В качестве примера синтезируем механизм натяжения передач механической руки, представленной на рис. 6.10, которая в точности соответствует механической руке, приведенной на рис. 5.13, за исключением того, что ее силовой блок не содержит механизма развязки. Здесь кинематика передач от двигателей к звеньям руки описывается треугольной матрицей частных передаточных отношений вида (5.12), в которой все ненулевые элементы равны единице: диаметры ведущего барабана, связанного с двигателем, ведомого барабана, жестко связанного со звеном, и всех направляющих роликов i -й кинематической цепи одинаковы. Дополнительная натяжная тросовая ветвь, "противостоящая" ведущим ветвям привода, протянута вдоль скелета руки от последнего седьмого звена к натяжному элементу, установленному на основании. Первая задача синтеза механизма натяжения состоит в том, чтобы при постоянном натяжении H дополнительной ветви обеспечить нагружение основных ветвей и (на данном этапе синтеза) двигателей в соответствии с известным вектором требуемых максимальных уравнивающих моментов $-M_{i\max}$.

Если бы направляющие ролики натяжной ветви были одного диаметра, равного D_n , то, очевидно, была бы натянута только n -я ведущая ветвь привода. Это и был бы элемент механизма натяжения упомянутого выше второго типа. Поэтому, чтобы создать натяжения других ведущих ветвей, необходимо от одной оси скелета руки к другой менять диаметры направляющих роликов. При этом, если момент натяжения n -й кинематической цепи равен $HD_n/2$, то момент натяжения i -й ($i = \overline{1, n-1}$) кинематической цепи будет $H(D_i - D_{i+1})/2$. Зная вектор требуемых моментов натяжения кинематических цепей $M_{i\max}$ и задавшись допустимым натяжением H дополнительной ветви, нетрудно определить значения D_i направляющих роликов натяжной ветви

$$D_n = 2M_{n\max} / H, \quad D_i = D_{i+1} + 2M_{i\max} / H. \quad (6.25)$$

Следует отметить, что при синтезе натяжной тросовой ветви никаких условий на выбор параметров роликов и барабанов ведущих тросовых передач не накладывают. В целях унификации направляющие ролики, а также ведомые и ведущие барабаны i -й тросовой передачи можно выполнить, например, диаметром D_i .

Вторую проблему синтеза механизма натяжения рассматриваемого типа можно сформулировать так. Требуется через предварительно сформированный упругий элемент – торсион (на рис. 6.10 позиция 21, на рис. 5.13 позиция 22) замкнуть механизм натяжения на валы двигателей таким образом, чтобы деформация упругого элемента при всех возможных движениях не изменялась. Эту задачу будем решать на основе кинематических соотношений. Условия компенсации нагрузки $M_{i\max}$ двигателей от натяжного усилия упругого элемента в отсутствие дополнительной деформации последнего будут выполняться автоматически.

Для обоснования этого утверждения допустим, что мы создали такой механизм. Тогда на любых перемещениях звеньев руки и связанных с ними кинематически валов двигателей силового блока работа упругих сил натяжного элемента будет равна нулю. Исключим условно упругий элемент из кинематической цепи, заменив его действие на оставшиеся элементы кинематической цепи.

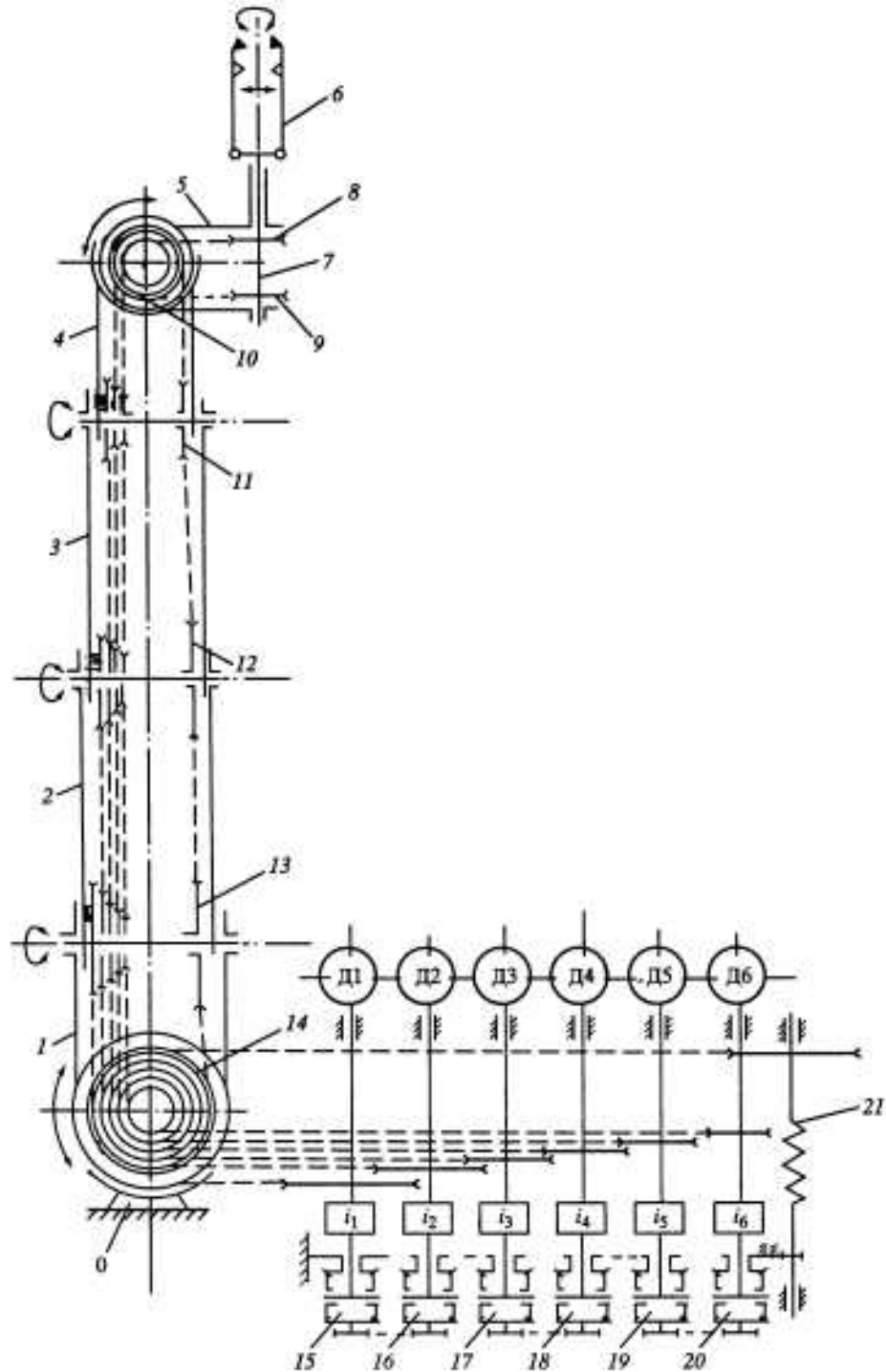


Рис. 6.10. Механизм натяжения передач с одной натяжной ветвью

Обозначения 0-14 совпадают с обозначениями элементов руки на рис. 5.13; 15-20 - дифференциалы системы натяжения; 21 - горючая; i_1-i_6 - согласующие редукторы; Д1-Д6 - двигатели

матической цепи моментами $+M$ и $-M$, $|M| = HD_1/2$. Работа, совершаемая моментом $+M$, действующим на барабан натяжного троса диаметром D_1 при некотором виртуальном изменении конфигурации руки будет $A_1 = M\Delta\theta$, где $\Delta\theta$ – угловое перемещение натяжного элемента. Оно определяется вектором частных передаточных отношений между обобщенными скоростями $\dot{\mathbf{q}}$ и скоростью вращения натяжного элемента $\dot{\theta}$. Для рассматриваемой конструкции руки, в которой натяжная цепь синтезирована по соотношениям (6.25), угловое перемещение натяжного элемента имеет вид

$$\Delta\theta = \Delta q_1 + (D_2 / D_1)\Delta q_2 + \dots + (D_n / D_1)\Delta q_n. \quad (6.26)$$

Известные кинематические зависимости между координатами \mathbf{q} и ψ

$$\Delta\mathbf{q} = \mathbf{A}^{-1}\Delta\psi$$

позволяют выразить перемещение $\Delta\theta$ через изменения компонент вектора ψ . Для рассматриваемого примера $[n \times n]$ -матрица \mathbf{A} – треугольная с единичными значащими элементами. В таком случае

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

и (6.26) можно представить в виде

$$\Delta\theta(\Delta\psi) = [(D_1 - D_2)\Delta\psi_1 / D_1] + [(D_2 - D_3)\Delta\psi_2 / D_1] + \dots + (D_n / D_1)\Delta\psi_n. \quad (6.27)$$

Следовательно, механизм замыкания, связывающий натяжной элемент с валами двигателей и не допускающий раскрутки натяжного элемента, должен удовлетворять этому уравнению. В нем коэффициенты при $\Delta\psi_i$ являются частными передаточными отношениями между скоростями $\dot{\psi}$ и скоростью вращения натяжного элемента. Уравнение (6.27) реализуется с помощью согласующих редукторов. Передаточное отношение каждого редуктора соответствует частному передаточному отношению в (6.27), а суммирование парциальных смещений нетрудно осуществить на дифференциалах, как показано на рис. 6.10.

Синтезировав по уравнению (6.27) механизм замыкания, увидим, что работа, совершаемая моментом $-M$ на любом возможном перемещении этого механизма будет

$$A_2(\Delta\psi) = -M\Delta\theta(\Delta\psi) = -(HD_1/2)\{[(D_1 - D_2)/D_1]\Delta\psi_1 + [(D_2 - D_3)/D_1]\Delta\psi_2 + \dots + [(D_n / D_1)\Delta\psi_n]\}.$$

Отсюда реакция двигателей, компенсирующая нагрузку $-M$ со стороны натяжного элемента, действующую через механизм замыкания, будет равна

$$M_{pi} = \partial A_2 / \partial \psi_i \quad (i = \overline{1, n})$$

$$M_{p1} = -(H/2)(D_1 - D_2), \quad M_{p2} = -(H/2)(D_2 - D_3), \dots, M_{pn} = -HD_n/2.$$

Эти реакции уравнивают моменты натяжения, определяемые соотношениями (6.25). Следовательно, нагрузка от синтезированного механизма натяжения на двигатели не передается.

При наличии механизма развязки (см. рис. 5.13) матриц \mathbf{A} – единичная, а уравнением синтеза служит уравнение (6.26), в котором $q_1 = \Psi_1$, $q_2 = \Psi_2$ и т.д. Соответственно, для этого случая согласующие редукторы имеют передаточные отношения 1, D_2/D_1 , D_3/D_1 , ..., D_n/D_1 . Нетрудно проследить, что при этом натягивается вся кинематическая цепь, включая дифференциалы механизма развязки.

В описанных схемах разгрузка двигателей от натяжных усилий достигается за счет усложнения общей кинематической схемы привода и ее утяжеления за счет введения дополнительных дифференциалов. Для практики представляет интерес поиск и теоретическое обоснование более простых схем устранения зазоров в кинематических цепях привода, не содержащих дифференциалов.

Например, в работе [18] описана следующая схема натяжения передач манипулятора. Натяжение осуществляется с помощью двух групп натяжных элементов, приблизительно уравнивающих друг друга, причем натяжные элементы первой группы установлены в шарнирах руки, а натяжные элементы второй группы – между элементами кинематических цепей приводов различных звеньев (рис. 6.11,а). Существенно, что натяжные элементы как первой, так и второй групп устанавливаются между механическими элементами, относительные перемещения которых – суть одноименные координаты \mathbf{q} (или ψ). Схема натяжения привода каждой степени подвижности робота может быть представлена в виде модели, изображенной на рис. 6.11,б. Вместе с тем схемы механизмов натяжения могут быть построены с учетом использования кинематической взаимосвязанности приводов. В таком случае натяжные элементы первой и второй групп устанавливаются между элементами механической системы робота, относительные перемещения которых – суть различные системы обобщенных координат – \mathbf{q} и ψ . Это во многих случаях упрощает схему натяжения.

Так, если механизм привода манипулятора описывается матрицей частных передаточных отношений треугольного вида, у которой ненулевые элементы по столбцам равны между собой, то первую группу натяжных элементов можно выполнить в виде $n/2$ пружин, если n четное, и $(n+1)/2$, если n нечетное. Пружины устанавливают между звеньями руки "через один" шарнир (см. рис. 6.11, в).

Во всех вариантах установки пружин первой группы силы натяжения должны вызывать реактивные моменты двигателей робота. Для компенсации этих реакций натяжные элементы второй группы устанавливают между валами двигателей и звеньями руки (или основанием), на которых закреплены корпуса приводов.

Соотношения между силовыми характеристиками пружин первой Q_{ni} ($i = \overline{1, n}$) и второй M_{yri} групп определяются из условия статического равновесия манипулятора под действием этих пружин. Вектор \mathbf{M}_n обобщенных

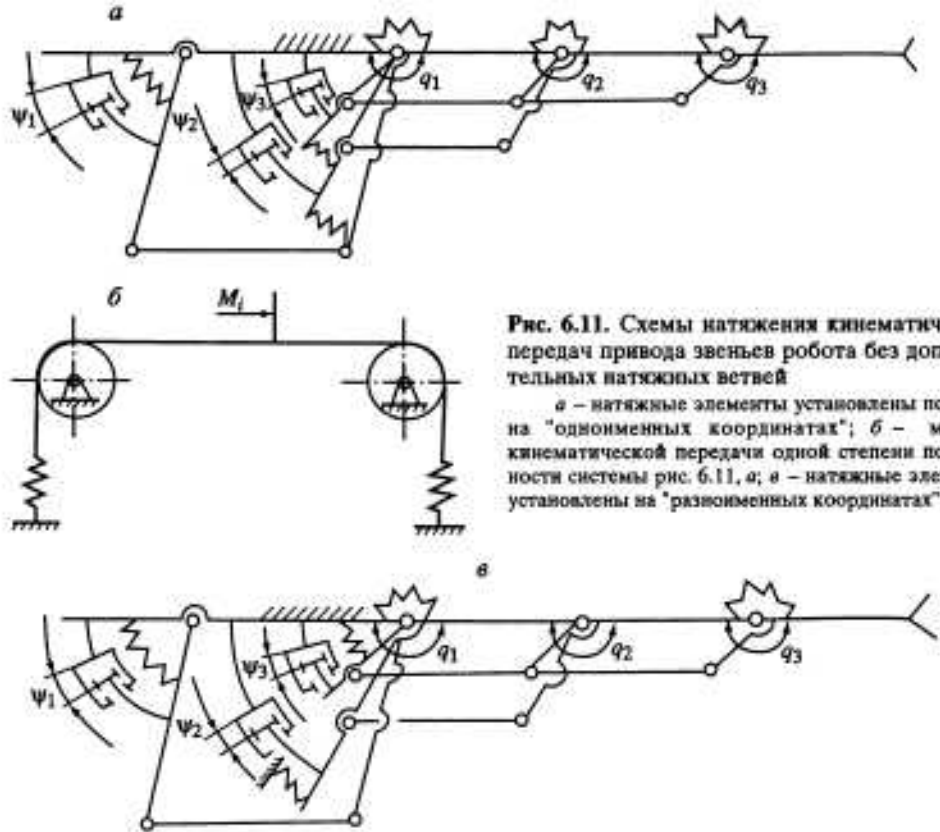


Рис. 6.11. Схемы натяжения кинематических передач привода звеньев робота без дополнительных натяжных ветвей

a – натяжные элементы установлены парами на "однородных координатах"; *b* – модель кинематической передачи одной степени подвижности системы рис. 6.11, *a*; *в* – натяжные элементы установлены на "разнородных координатах"

сил – нагрузок от сил натяжения – в системе координат ψ определяется согласно (6.3) как

$$M_{ii} = [A^T]^{-1} Q_{ii}$$

Для структуры, приведенной на рис. 6.11, *a, в*, матрица A – треугольного вида с единичными ненулевыми элементами. Если усилия, создаваемые натяжными элементами, постоянны и одинаковы, т.е. $Q_{ii} = Q_{ii+2} = Q_{ii} = \text{const}$, то нетрудно показать, что результирующие усилия на всех приводах будут равны по величине $M_{ii} = |Q_{ii}|$. Нагрузки на приводах следует уравновесить соответствующими пружинами второй группы с усилиями M_{yp} , равными по величине и действующими противоположно силам M_{ii} .

Если в работе ТУР-10К реализовать эту идею натяжения (рис. 6.12, *a*), то получим

$$\begin{bmatrix} M_{ii1} \\ M_{ii2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -Q_{ii2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{ii2} \\ -Q_{ii2} \end{bmatrix}$$

Отсюда следует: если усилия "уравновешивающих" пружин $M_{yp1} = -Q_{ii2}$ и $M_{yp2} = Q_{ii2}$, то нагрузки на приводах будут скомпенсированы.

Усилия пружин Q_{ii} , равные постоянной величине, конструктивно можно реализовать выполнением пружин с "нулевой" жесткостью, например, в виде либо пневмоцилиндров, одним выходом соединенных с атмосферой,

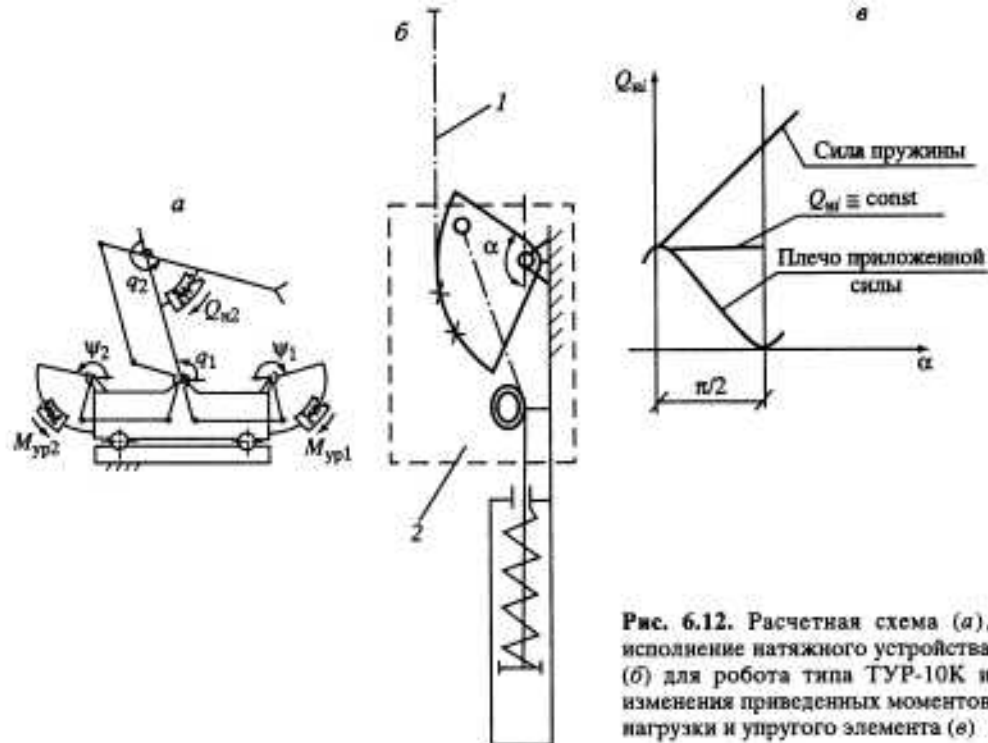


Рис. 6.12. Расчетная схема (а), исполнение натяжного устройства (б) для робота типа ТУР-10К и изменения приведенных моментов нагрузки и упругого элемента (в)

либо роллямитов, либо мягких пружин часового типа или специальных устройств "постоянной силы". В последних для получения на выходном элементе устройства постоянного усилия между пружиной и натягиваемой кинематической цепью устанавливают дополнительный механизм, силовая передаточная функция которого в заданном диапазоне перемещений обратна силовой характеристике натяжного элемента. Пример такого устройства иллюстрирует рис. 6.12, б: натяжной элемент – пружина сжатия, а дополнительный механизм выполнен в виде синусного.

Суммирование эффекта линейного возрастания усилия на штоке синусного механизма и приближенно линейного (на четверти оборота шкива) уменьшения плеча приложения этой силы позволяет получить практически постоянную силу натяжения цепи 1 при ненулевой жесткости пружины (рис. 6.12, в). При увеличении диапазона перемещений цепи 1 необходимо между ней и дополнительным механизмом 2 установить согласующий редуктор, роль которого играет шкив (см. рис. 6.12, б).

Использование упругих элементов с "ненулевой" жесткостью приводит к появлению на приводах некомпенсируемых нагрузок от пружин. При изменении конфигурации руки также происходит колебание величины предварительного натяга. Амплитуда колебаний пропорциональна жесткости пружин.

Значительная величина реакций на приводах от сил натяжения может приводить к статическим ошибкам позиционирования. Выражения для величин $(M_{св} + M_{упi})$ показывают, как можно скомпенсировать влияние

натяжных элементов на точность позиционирования: либо средствами управления – учесть их в законе управления, либо средствами механики – путем установки между выходами приводов дополнительных компенсирующих пружин.

6.6. ОСОБЕННОСТИ ПРИВЕДЕНИЯ СИЛ ТРЕНИЯ К ОБОБЩЕННЫМ КООРДИНАТАМ РОБОТА И СИНТЕЗ КОМПЕНСИРУЮЩЕГО РЕГУЛЯТОРА

Практически во всех случаях устранение зазоров механических передач путем введения натяжных элементов и "замыкания" кинематических цепей привода существенно увеличивает потери на трение, поэтому возникает задача компенсации его влияния на точность робота [6, 27]. Известны попытки ее решения за счет введения в регулятор положения следящего привода второго канала, по которому подается управляющая величина, пропорциональная моменту трения в передачах [6]. При реализации такого корректирующего двухканального устройства в многосвязанном следящем приводе робота вычисление моментов трения, приведенных к валам двигателей, иногда затруднено. Дело в том, что в дифференциальных механизмах, какими часто являются передачи манипулятора, приведенные к валам двигателей силы трения зависят от внешней нагрузки и знаков линейных комбинаций обобщенных скоростей.

В работе [7] предложена методика расчета величин и знаков моментов трения для манипуляторов с n степенями подвижности, в том числе, с дифференциальной структурой передач. Полученные выражения стали основой для построения нелинейных регуляторов приводов манипуляторов, учитывающих взаимовлияние между приводами, обусловленное силами трения. Регуляторы работают по информации об обобщенных скоростях приводов робота.

Задача решается в квазистатической постановке: система нагружена постоянными обобщенными силами, скорости перемещения звеньев руки также постоянны. Правомочность такой постановки задачи в системах с натяжением определяется тем, что обычно силы натяжения превышают все другие силы [6,13].

Использованный в работе [7] и описанный ниже подход определения нагрузок на приводы с учетом сил трения по сути близок к методу последовательных приближений [5]. Сначала делают статический расчет механизма робота без учета сил трения, вычисляют реакции в элементах передач, трение в которых необходимо учесть. По ним и известным коэффициентам трения определяют силы трения в передачах. Затем эти силы приводят к обобщенным координатам скелета руки манипулятора и включают в число внешних сил, приложенных к звеньям. После этого усилия на приводах определяют еще раз уже с учетом сил трения.

Из-за сложности задачи рассмотрим сначала модельный пример: анализируем распределение сил трения в двухстепенном дифференциальном механизме привода поворота и перемещения руки робота, представленном на рис. 6.13, а. Здесь: Д1 и Д2 – двигатели; 1 и 2 – звенья скелета

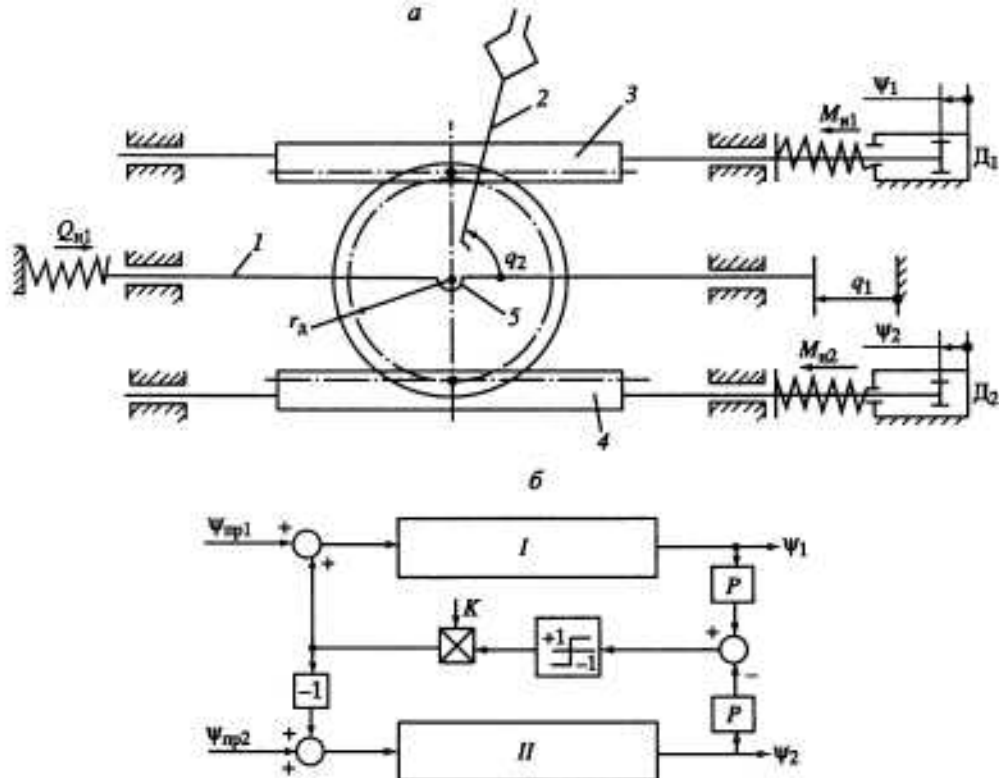


Рис. 6.13. Дифференциальный механизм привода поворота и перемещения руки робота (а) и структурно-функциональная схема регулятора его следящего привода (б)

руки; 3 и 4 – зубчатые рейки; звено 2 жестко связано с зубчатым колесом; 5 – вращательная кинематическая пара; q_i и ψ_i ($i = \overline{1, 2}$) – системы обобщенных координат; Q_{n1} – усилие упругого элемента натяжения; M_{n1} ($i = 1, 2$) – усилия компенсирующих упругих элементов системы натяжения передач.

Уравнения статики (6.3) позволяют привести к валам двигателей все обобщенные силы (в том числе и силы трения), заданные или определенные в системе обобщенных координат q . Вследствие линейности уравнений (6.3) приведение обобщенных сил можно осуществлять отдельно для аддитивных составляющих сил Q_i : сил натяжения Q_{n1} , трения Q_{f1} и т.д.

Воспользуемся уравнением (6.3), во-первых, для определения уравновешивающих сил M_{n1} и M_{n2} при нагружении системы квазистатической обобщенной силой Q_{n1} натяжения, во-вторых, для определения дополнительных усилий M_{r1} и M_{r2} двигателей, необходимых для преодоления трения в квазистатических режимах. Для рассматриваемого примера

$$A = \begin{bmatrix} 1 & r_A \\ 1 & -r_A \end{bmatrix}, \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,5/r_A & -0,5/r_A \end{bmatrix},$$

где r_A – радиус делительной окружности зубчатого колеса.

Следовательно,

$$\begin{bmatrix} -M_{n1} \\ -M_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & -0,5/r_n \\ 0,5 & -0,5/r_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{n1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5Q_{n1} \\ 0,5Q_{n1} \end{bmatrix}.$$

Если это соотношение между силами Q_{n1} , M_{n1} и M_{n2} упругих элементов системы натяжения удовлетворено и отсутствуют дополнительные внешние силы, то двигатели при движении преодолевают только силы трения.

Учтем в модельном примере только трение в шарнире 5. Заметим, что при известных коэффициентах трения k_j ($j = \overline{1, m}$) в m шарнирах и радиусах r_j цапф этих шарниров для вычисления моментов трения $F_{\tau j}$ необходимо сначала определить нормальные давления N_j в шарнирах как функцию нагрузки, и относительные скорости $\dot{\beta}_j$ сочлененных звеньев как функции обобщенных скоростей \dot{q} или $\dot{\psi}$. Затем найденные моменты трения должны быть приведены к обобщенным координатам. В нашем примере эта процедура упрощается в связи с тем, что нормальное давление N_1 в шарнире 5 равно $|Q_{n1}|$, относительная скорость элементов в шарнире 5 $\dot{\beta}_1 = \dot{q}_2$, а вектор $Q_{\tau} = [Q_{\tau 1}, Q_{\tau 2}]^T$ обобщенных сил трения, получаемых приведением $F_{\tau 1}$ к обобщенным координатам, очевидно, имеет вид $Q_{\tau} = [0, F_{\tau 1}]^T$.

Таким образом, можно записать

$$F_{\tau 1} = -k_1 |Q_{n1}| r_1 \operatorname{sign} \dot{q}_2$$

и далее

$$\begin{bmatrix} M_{\tau 1} \\ M_{\tau 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5/r_n \\ 0,5 & -0,5/r_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ F_{\tau 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5F_{\tau 1}/r_n \\ -0,5F_{\tau 1}/r_n \end{bmatrix}.$$

После подстановки в последнее соотношение выражения для $F_{\tau 1}$, а также $\operatorname{sign} \dot{q}_2 = \operatorname{sign}(\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2)$ окончательно получим

$$\begin{aligned} M_{\tau 1} &= -(0,5k_1 |Q_{n1}| r_1 / r_n) \operatorname{sign}(\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2), \\ M_{\tau 2} &= (0,5k_1 |Q_{n1}| r_1 / r_n) \operatorname{sign}(\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2). \end{aligned} \quad (6.28)$$

Проанализируем полученное решение. При различных знаках одноименных программных скоростей $\dot{\psi}_1$, $\dot{\psi}_2$ приводов и приведенных сил трения $M_{\tau 1}$, $M_{\tau 2}$ будем считать, что соответствующий привод работает против сил трения и, наоборот, при одинаковых знаках – сила трения "помогает" приводу. Результаты анализа приведены в табл. 6.2.

Используя систему уравнений (6.28), нетрудно синтезировать регулятор, осуществляющий коррекцию сигналов управления приводами с учетом действия сил трения и обусловленным ими взаимовлиянием между приводами. Реализовать закон регулятора можно как программным путем, так и аппаратным. На рис. 6.13,б представлена структурно-функциональная схема регулятора следящих приводов для рассматриваемого дифференциального механизма (см. рис. 6.13,а). Здесь $K = 0,5k_1 |Q_{n1}| r_1 / r_n$ – множитель, P – оператор дифференцирования; I – следящий привод по координате ψ_1 ,

Влияние сил трения на приводы при различных знаках и соотношениях их программных скоростей

№	Знак и соотношение скоростей приводов	Знак приведенных к приводам сил трения	Влияние сил трения на приводы
1	$\dot{\psi}_1 = \dot{\psi}_2$	$M_{\tau 1} = M_{\tau 2} = 0$	Реакций на приводы от сил трения нет
2	$\frac{\dot{\psi}_1 > 0, \dot{\psi}_2 > 0}{\dot{\psi}_1 < 0, \dot{\psi}_2 < 0} \quad \dot{\psi}_1 > \dot{\psi}_2 $	$\frac{M_{\tau 1} < 0, M_{\tau 1} > 0}{M_{\tau 1} > 0, M_{\tau 2} < 0}$	Первый привод работает против сил трения, второму они помогают
3	$\frac{\dot{\psi}_1 > 0, \dot{\psi}_2 > 0}{\dot{\psi}_1 < 0, \dot{\psi}_2 < 0} \quad \dot{\psi}_1 > \dot{\psi}_2 $	$\frac{M_{\tau 1} > 0, M_{\tau 2} < 0}{M_{\tau 1} < 0, M_{\tau 2} > 0}$	Второй привод работает против сил трения, первому они помогают
4	$\frac{\dot{\psi}_1 < 0, \dot{\psi}_2 \geq 0}{\dot{\psi}_1 \geq 0, \dot{\psi}_2 < 0}$	$\frac{M_{\tau 1} > 0, M_{\tau 2} < 0}{M_{\tau 1} < 0, M_{\tau 2} > 0}$	Оба привода работают против сил трения

Π – следящий привод по координате ψ_2 ; $\Psi_{\text{пр}1}$, $\Psi_{\text{пр}2}$ – программные значения координат ψ_1 и ψ_2 . Видно, что для коррекции управляющих сигналов приводов необходимо измерять скорости $\dot{\psi}_1$ и $\dot{\psi}_2$.

Рассмотренный пример позволяет предложить алгоритмы определения и компенсации нагрузок от сил трения на индивидуальные приводы робота в общем случае.

Пусть задана кинематическая схема манипулятора с n степенями подвижности и механизмом натяжения, которая описывается матричным линейным уравнением (5.1). Коэффициенты трения в кинематических парах передач и силовые характеристики элементов натяжения считаются известными, т.е. известны обобщенные силы $Q_{\tau i}$ ($i = \overline{1, n}$) в шарнирах руки от элементов натяжения. Нормальное давление в кинематических парах определяется реакциями в последних от сил натяжения, либо технологией сборки. Требуется найти n -мерный вектор \mathbf{M} , значений сил трения в системе координат Ψ индивидуальных приводов.

Чтобы учесть особенности структуры передач при квазистатическом анализе манипуляционной системы с учетом трения, требуется уточнить и расширить рассматриваемую кинематическую модель, описываемую уравнением (5.1).

Для нахождения реакций в элементах передач, трение в которых учитывается в каждой кинематической цепи или ее участке, выбирают звено приведения. Оно представляется условно податливым элементом, вдоль которого направлена реакция. Введем две расширенные системы обобщенных координат ψ_i и q_i ($i = \overline{1, L}$), $L > n$ и найдем $(L \times L)$ -матрицу Якоби $\mathbf{A}_L = [\partial \psi_i / \partial q_j]$ взаимосвязи между ними

$$\dot{\psi} = \mathbf{A}_L \dot{q}.$$

Первую расширенную систему обобщенных координат \mathbf{q} образуют относительные углы поворота $q_i (i = \overline{1, n})$ звеньев скелета руки робота и углы поворота $q_i (i = \overline{n+1, L})$ элементов механических передач привода относительно звеньев скелета руки, на которых они шарнирно закреплены. Вторую систему координат Ψ образуют программные углы поворота $\psi_i (i = \overline{1, n})$ выходов индивидуальных приводов и перемещения $\psi_i (i = \overline{n+1, L})$ условно податливых элементов механических передач, вдоль которых направлены реакции. Будем считать, что сжатие "податливых" элементов соответствует положительное направление осей $\psi_i (i = \overline{n+1, L})$.

Чтобы определить относительные скорости перемещения элементов передач, образующих пары трения, введем дополнительно еще одну систему обобщенных координат $\beta_j (j = \overline{1, m})$ - относительных перемещений элементов механических передач, трение между которыми учитывается. Взаимосвязь между этой системой координат и координатами $q_i (i = \overline{1, n})$ скелета руки описывается также вводимой дополнительно $(m \times n)$ -матрицей Якоби $\Omega = [\partial \beta_j / \partial q_i]$

$$\dot{\beta} = \Omega \dot{q}. \quad (6.29)$$

Матрица частных передаточных отношений Ω определяет внутреннюю структуру механических передач и все относительные скорости перемещений контактирующих элементов.

Использование введенных расширенных систем обобщенных координат Φ, \mathbf{q}, β и матриц \mathbf{A}_L, Ω частных передаточных отношений взаимосвязи между ними позволяет формализовать алгоритмы одновременного определения реакций и относительных скоростей в исследуемых кинематических парах и, следовательно, найти силы трения в подвижных соединениях механических передач приводов.

Определение сил трения, возникающих в кинематических парах при силовом замыкании механических передач ПР с помощью натяжного устройства, связано с нахождением усилий (реакций) в рассматриваемых кинематических парах. Уравнение статического равновесия

$$\mathbf{Q}_n + \mathbf{A}_L^T \mathbf{M}_n = 0,$$

связывающее силы натяжения Q_{ni} (в системе координат \mathbf{q}) и обобщенные силы реакций M_{ni} (в системе координат Ψ), позволяет решить эту задачу. В частности, $(L-n)$ -мерный вектор нагрузок $\overline{\mathbf{M}}_n$ в исследуемых элементах механических передач, исключая приводы, определяется как

$$\overline{\mathbf{M}}_n = -[\overline{\mathbf{A}}_L^T]^{-1} \overline{\mathbf{Q}}_n, \quad (6.30)$$

где $[\overline{\mathbf{A}}_L^T]^{-1}$ - $[(L-n) \times n]$ -матрица, образованная из матрицы $[\mathbf{A}_L^T]^{-1}$ вычеркиванием строк с номерами $i = \overline{1, n}$ и n столбцов с номерами $j = \overline{L-n, L}$; $\overline{\mathbf{Q}}_n$ - n -мерный вектор, элементы которого - обобщенные силы натяжения Q_{ni} , $i = \overline{1, n}$. Заметим, что подвектор $\overline{\mathbf{Q}}_n$ образован из первых n

элементов L -мерного вектора Q_n , остальные $(L - n)$ элементов которого заведомо равны нулю.

Абсолютные величины найденных из (6.30) усилий $M_{ii} (i = \overline{n+1, L})$ и будут являться искомыми реакциями $N_j (j = \overline{1, m})$ в каждой кинематической паре. Используя вычисленные из соотношения (6.29) относительные скорости $\dot{\beta}_j$ элементов в исследуемых кинематических парах и найденные величины N_j , по известным [5] соотношениям для каждого вида подвижного соединения мы можем найти силы трения $F_{Tj} (j = \overline{1, m})$ в каждой из m кинематических пар в координатах β , определив тем самым вектор F_T – вектор обобщенных сил в координатах β . Так, если записать известные радиусы r_j цапф шарниров, результирующие нагрузки N_j и коэффициенты трения k_j в них в виде диагональных $(m \times m)$ -матриц

$$\begin{aligned} r &= \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_m), \\ N &= \text{diag}(N_1, \dots, N_2, \dots, N_m), \\ k &= \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_m), \end{aligned}$$

то m -мерный вектор $F_T(\dot{q})$ сил трения в функции обобщенных скоростей \dot{q} , выразится как

$$F_T(\dot{q}) = -krN[\text{sign}\dot{\beta}(\dot{q})],$$

где $[\text{sign}\dot{\beta}(\dot{q})] = [\text{sign}(\Omega_1\dot{q}), \text{sign}(\Omega_2\dot{q}), \dots, \text{sign}(\Omega_m\dot{q})]^T$, Ω_j – j -я строка матрицы Ω из (6.29), т.е. как m -мерный вектор знаков относительных скоростей элементов в исследуемых кинематических парах механических передач.

Последовательно используя преобразования (6.29) и (5.1), определим вектор $F_T(\dot{\psi})$ в функции скоростей $\dot{\psi}$ приводов

$$F_T(\dot{\psi}) = -krN[\text{sign}\dot{\beta}(\dot{\psi})],$$

где $[\text{sign}\dot{\beta}(\dot{\psi})] = [\text{sign}([\Omega A^{-1}]_1\dot{\psi}), \text{sign}([\Omega A^{-1}]_2\dot{\psi}), \dots, \text{sign}([\Omega A^{-1}]_m\dot{\psi})]^T$ – m -мерный вектор знаков относительных скоростей элементов в исследуемых кинематических парах в функции программных скоростей $\dot{\psi}$, $[\Omega A^{-1}]_j$ – j -я строка матрицы $[\Omega A^{-1}]$.

Уравнение статики $Q_T = \Omega^T F_T$, связывающее обобщенные силы трения Q_T (элементы n -мерного вектора Q_T) в системе координат q и обобщенные силы трения F_{Tj} (элементы m -мерного вектора F_T) в системе координат β , позволяет определить искомые силы трения $M_{Ti} (i = \overline{1, n})$, приведенные к системе координат ψ приводов в функции скоростей $\dot{\psi}$,

$$M_T = [A^T]^{-1} \Omega^T F_T(\dot{\psi}). \quad (6.31)$$

Таким образом, предлагаемый алгоритм позволяет получить необходимые данные по распределению нагрузок на приводы от сил трения, обусловленных натяжением передач манипулятора или любыми другими обобщенными силами $Q_i, i = \overline{1, n}$.

Найденные выражения для нагрузок от сил сухого трения, приходящихся на каждый привод, необходимы при конструировании нелинейного регулятора положения, снабженного дополнительным каналом, компенсирующим влияние трения и позволяющим повысить точность позиционирования ПР. Структура его дополнительного канала определена зависимостями (6.31).

6.7. СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В ОСОБЫХ КОНФИГУРАЦИЯХ РУКИ

Большинство манипуляторов хорошо моделируются упругими системами, состоящими из абсолютно жестких звеньев – стержней, соединенных между собой шарнирами и упругими связями. Роль упругих связей играют рассмотренные выше податливые передачи и следящие приводы [19].

При работе манипуляторов в особых конфигурациях (см. гл. 3) и в положениях, близких к ним, возникает ситуация, когда внешняя нагрузка (или ее компоненты) не воспринимается ни одним из приводов звеньев. Эта ситуация чревата осложнениями для системы, если невоспринимаемая нагрузка превысит критическую и под действием этой нагрузки будет скачком изменена конфигурация руки. Такие ситуации могут быть как крайне нежелательными, например, при непредвиденном упоре вытянутой исполнительной руки манипулятора, установленного на подвижном объекте, в препятствие, так и полезно используемыми, когда, наоборот, требуется ужесточить исполнительный механизм по отношению к известной нагрузке, например при сборке. Во всех случаях при возникновении особых ситуаций желательно, во-первых, провести расчет манипулятора на устойчивость и определить критические нагрузки в этих положениях [3, 4] и, во-вторых, дополнительно оснастить исполнительную руку датчиками нагрузки, а все устройство – системой сигнализации, срабатывающей при приближении нагрузки к критической.

Заметим, что вопросы статической устойчивости играют важную роль при создании педипуляторов, а также механических копирующих манипуляторов и механизмов типа "эксоскелетон". Для последнего геометрические и статические параметры должны быть выбраны такими, чтобы остов механизма сохранял равновесное состояние при заданных значениях перегрузок.

Для описанной выше ситуации упора на вытянутую руку манипулятора, установленного на подвижном объекте, задача исследования статической устойчивости может быть сведена к исследованию устойчивости прямолинейной формы равновесия упругой шарнирной цепи при шарнирно закрепленном или свободном конце (рис. 6.14,а,б). К аналогичным цепям, но более коротким, сводится рассмотрение случаев упора на запястье при выпрямленном локте и упора на локоть.

На рис. 6.14,в приведена еще одна особая конфигурация, часто встречающаяся при работе копирующего манипулятора с шестью степенями

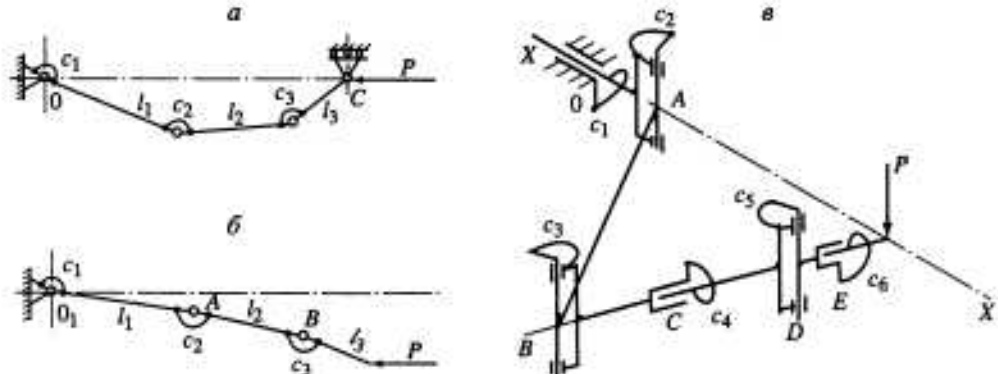


Рис. 6.14. Примеры особых конфигураций механической руки и соответствующих им нагрузок P , не воспринимаемых двигателями

а, б – прямолинейные конфигурации с кинематической связью, наложенной на перемещение рабочего органа, и без нее; в – непрямолинейная конфигурация

подвижности (см. гл. 3). В этой ситуации моменты силы P относительно осей всех шарниров скелета руки равны нулю. Особая конфигурация характеризуется параллельностью осей второго, третьего и пятого шарниров и пересечением параллельной им силы P с осью $X-X$ первого шарнира.

Ниже мы определим критические нагрузки в моделях механической руки в особых конфигурациях, сходных с описанными выше. При этом, предполагая консервативный характер сил, действующих на механическую руку, будем использовать статический подход [12]. Применительно к упругим системам статический метод приводит к системе алгебраических линейных однородных уравнений, которые представляют собой условия равновесия относительно осей всех шарниров. Приравняв нулю определитель этой системы, получим уравнение, корни которого соответствуют критическим нагрузкам. При расчете на устойчивость конкретных манипуляционных систем имеет значение, как выполнен привод звеньев и где установлены двигатели, а также, как эти факторы влияют на результат. Для простоты при описании примеров использования известного общего алгоритма будем рассматривать только системы с двигателями, установленными в шарнирах руки.

Применив описанный общий алгоритм определения критической нагрузки к случаю плоской трехзвенной упругой шарнирной цепи, представленной на рис. 6.14,б, получим кубическое уравнение [12] (жесткости упругих шарниров приняты одинаковыми)

$$P^3 l_1 l_2 l_3 - P^2 c (l_1 l_2 + 2 l_1 l_3 + 2 l_2 l_3) + P c^2 (l_1 + 2 l_2 + 3 l_3) - c^3 = 0.$$

Здесь P – сила нагружения, l_1, l_2, l_3 – длины звеньев; c – жесткость упругого шарнира.

Расчеты, проведенные для некоторых типов манипуляторов, показали, что критическая нагрузка может значительно превосходить номинальную грузоподъемность манипулятора.

Обобщим метод нахождения критических сил на случай вытянутой шарнирной упругой цепи, состоящей из n звеньев. Оси шарниров расположены в параллельных плоскостях и повернуты друг относительно друга на произвольный угол. Система находится под действием сжимающей силы P , не меняющей своего направления при изменении конфигурации упругой шарнирной цепи (рис. 6.15,а).

Пронумеруем шарниры, начиная с шарнира, соединяющего цепь с основанием. Звенья цепи пронумеруем в том же порядке, длины звеньев обозначим через l_i ($i = \overline{1, n}$), а жесткость упругих шарниров – через c_i ($i = \overline{1, n}$). Совместим ось X с осью первого шарнира, а угол между осью i -го шарнира и осью X обозначим через α_i ($\alpha_1 = 0$).

Пусть система из начального положения равновесия перешла в смежное, весьма близкое равновесное состояние, характеризующееся углами $q_i \neq 0$ между соседними стержнями, соединенными i -м шарниром. Учитывая малость отклонений, полагаем возможным пренебречь изменением координат z_i центров шарниров и будем считать, что оси шарниров остаются параллельными плоскости XOY . Координаты центра i -го шарнира в новом равновесном состоянии обозначим через x_i и y_i , а координаты конца n -го стержня – через x_{n+1} и y_{n+1} .

Рассмотрим равновесие сил в i -м шарнире. Момент от силы P относительно оси этого шарнира будет

$$Q_i = P[(x_{n+1} - x_i) \sin \alpha_i - (y_{n+1} - y_i) \cos \alpha_i]. \quad (6.32)$$

Спроектировав горизонтальные проекции $(i-1)$ -го и i -го стержней на горизонтальный след плоскости, проходящей через i -й шарнир перпендикулярно оси последнего, определим q_i следующим образом:

$$q_i = (1/l_i)[(x_{i+1} - x_i) \sin \alpha_i + (y_{i+1} - y_i) \cos \alpha_i] + \\ + (1/l_{i-1})[(x_{i-1} - x_i) \sin \alpha_i + (y_{i-1} - y_i) \cos \alpha_i].$$

Следовательно, уравновешивающий момент пружины будет

$$M_i = c_i q_i. \quad (6.33)$$

Приравняв правые части выражений (6.32) и (6.33), получим

$$x_{i+1}(c_i/l_i) \sin \alpha_i - x_i \{c_i[(1/l_i) + (1/l_{i-1})] - P\} \sin \alpha_i + x_{i-1}(c_i/l_{i-1}) \sin \alpha_i - \\ - y_{i+1}(c_i/l_i) \cos \alpha_i + y_i \{c_i[(1/l_i) + (1/l_{i-1})] - P\} \cos \alpha_i - y_{i-1}(c_i/l_{i-1}) \cos \alpha_i = \\ = P(x_{n+1} \sin \alpha_i - y_{n+1} \cos \alpha_i). \quad (6.34)$$

Нетрудно показать, что координаты центров шарниров в первом приближении связаны соотношением

$$y_{i+1} - y_i = (l_i/l_{i-1})(y_i - y_{i-1}) - \operatorname{ctg} \alpha_i [x_{i+1} - (l_i/l_{i-1})(x_i - x_{i-1}) - x_i]. \quad (6.35)$$

Условия соединения шарнирной цепи с основанием при принятой системе обозначений (см. рис. 6.15,а) имеют вид

$$y_0 = 0, \quad y_1 = 0. \quad (6.36)$$

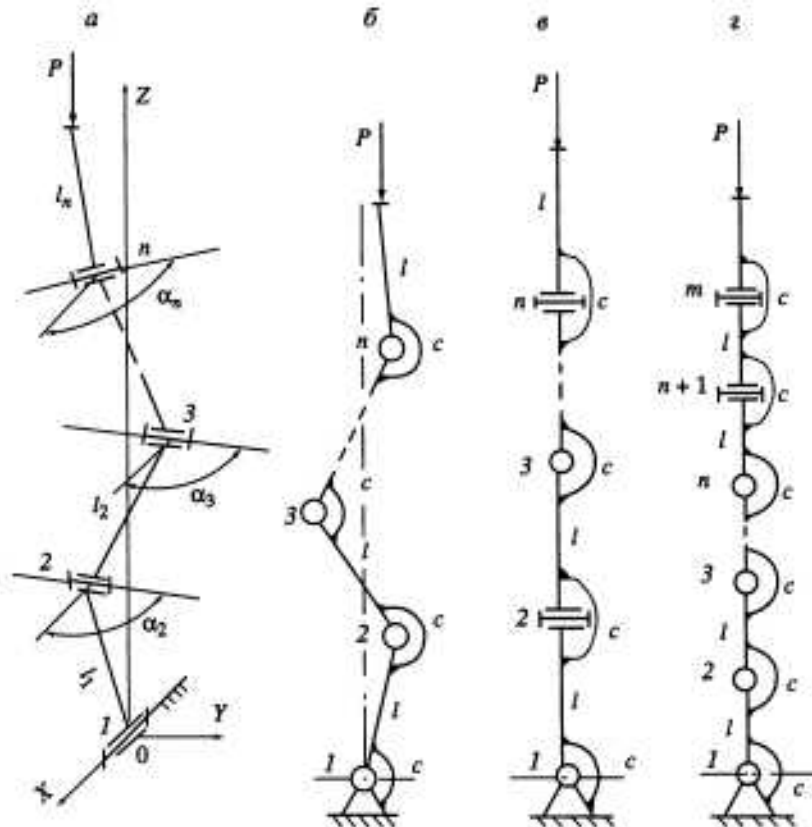


Рис. 6.15. Различные структуры рук в особой прямолинейной конфигурации

a – с произвольным расположением осей шарниров; *b* – плоская кинематическая цепь; *v* – цепь с последовательно ортогональными осями шарниров; *z* – с двумя последовательными плоскими кинематическими цепями, развернутыми на $\pi/2$ относительно друг друга; на схемах *a* и *b* показаны конфигурации руки при отклонениях от прямолинейной

Выражения (6.34), (6.35) и (6.36) определяют для любой шарнирной цепи систему алгебраических однородных линейных уравнений. Определитель этой системы позволяет найти критические нагрузки.

Дальнейшее аналитическое исследование можно провести, конкретизируя систему. Положим $l_1 = l_2 = l_3 = \dots = l_i = \dots = l_n = l$ и $c_1 = c_2 = c_3 = \dots = c_i = \dots = c_n = c$. Рассмотрим некоторые частные случаи.

a. При $\alpha_i = 0$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) имеем плоскую шарнирную цепь (рис. 6.15, *b*). Для нее вместо (6.34) получим следующее конечно-разностное уравнение:

$$(c/l)y_{i+1} - [(2c/l) - P]y_i + (c/l)y_{i-1} = Py_{n+1}.$$

Если из него вычесть аналогичное уравнение равновесия $(i-1)$ -го стержня, получим более простое однородное уравнение в конечных разностях, описывающее равновесное состояние цепи

$$(c/l)y_{i+1} - [(3c/l) - P]y_i + [(3c/l) - P]y_{i-1} - (c/l)y_{i-2} = 0, \quad (6.37)$$

которое решается при граничных условиях

$$y_0 = 0, y_1 = 0, [(c/l) - P]y_{n+1} - [(2c/l) - P]y_n + (c/l)y_{n-1} = 0. \quad (6.38)$$

Решение уравнения (6.37), как обычно, ищется в виде $y_i = \beta^i$. После подстановки и некоторых тождественных преобразований получим следующее характеристическое уравнение:

$$(\beta - 1)\{(c/l)\beta^2 - [(2c/l) - P]\beta + (c/l)\} = 0,$$

корнями которого являются

$$\beta_1 = 1, \quad \beta_{2,3} = \left\{ [(2c/l) - P] \pm \sqrt{P[P - (4c/l)]} \right\} (l/2c). \quad (6.39)$$

Общее решение однородного конечно-разностного уравнения имеет вид

$$y_i = C_1\beta_1^i + C_2\beta_2^i + C_3\beta_3^i, \quad (6.40)$$

где C_1, C_2, C_3 — постоянные, определяемые с помощью граничных условий (6.38)

$$C_1 + C_2 + C_3 = 0,$$

$$C_1 + C_2\beta_2 + C_3\beta_3 = 0,$$

$$C_2P\beta_2^{n+1} + C_3P\beta_3^{n+1} = 0.$$

Эта система линейных уравнений относительно C_1, C_2 и C_3 имеет нетривиальное решение, если ее определитель равен нулю (случай $P = 0$ интереса не представляет)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \beta_2 & \beta_3 \\ 0 & \beta_2^{n+1} & \beta_3^{n+1} \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрыв определитель, получим характеристическое уравнение устойчивости

$$\beta_3^{n+1}\beta_2 + \beta_2^{n+1} - \beta_3^{n+1} - \beta_2^{n+1}\beta_3 = 0. \quad (6.41)$$

Учитывая, что $\beta_2\beta_3 = 1$ и, следовательно,

$$(\beta_2 - 1)/(\beta_3 - 1) = -\beta_2,$$

после преобразований получим вместо (6.41) $\beta_2^{2n+1} = -1$. Извлекая корни $(2n+1)$ -й степени из обеих частей последнего равенства, найдем, что

$$\beta_2 = \exp[j\pi(2k+1)/(2n+1)], \quad k = 0, 1, 2, \dots, n; \quad j = \sqrt{-1},$$

или

$$(2c/l) - P + \sqrt{P[P - (4c/l)]} = (2c/l) [\cos \pi(2k+1)/(2n+1) + j \sin \pi(2k+1)/(2n+1)]. \quad (6.42)$$

Приравняв действительные и мнимые составляющие обеих частей

равенства (6.42), получим

$$P = (2c/l)[1 - \cos \pi(2k+1)/(2n+1)]. \quad (6.43)$$

Таким образом, найдено $2n+1$ корней уравнения (6.41). Возникает вопрос, все ли полученные корни удовлетворяют виду решения конечно-разностного уравнения (6.40). Для ответа на него проведем такое исследование.

Так как

$$\beta_2 = \exp[\pi j(2k'+1)/(2n+1)],$$

где $k' = 0, 1, 2, \dots, 2n$, то, используя условие $\beta_2 \beta_3 = 1$, можем записать

$$\beta_3 = \exp[-\pi j(2k''+1)/(2n+1)], \quad k'' = 0, 1, 2, \dots, 2n.$$

Далее, учитывая, что при мнимых показателях показательная функция – периодическая с периодом 2π , найдем те значения k' и k'' , при которых получаются равные корни, т.е. $\beta_2 = \beta_3$:

$$k' + k'' = 2n.$$

Отсюда следует, если k' и k'' будут принимать значения $0, 1, 2, \dots, (n-1)$, то кратных значений β не будет.

Согласно (6.43) минимальное значение критической силы будет

$$P_{\min} = (2c/l)[1 - \cos(\pi/(2n+1))].$$

Отметим, что, осуществив предельный переход к системе с распределенными параметрами и полагая $c = EI/l$, $nl = S$, $n \rightarrow \infty$, получим известную формулу Эйлера для стержня, защемленного одним концом

$$P = \pi^2 EI / 4S^2.$$

б. Рассмотрим упругую шарнирную цепь, состоящую из n звеньев (для определенности n – четное число), у которой оси шарниров повернуты последовательно друг относительно друга на $\pi/2$ (рис. 6.15, в), т.е.

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & \text{при } i \text{ нечетном,} \\ \pi/2 & \text{при } i \text{ четном.} \end{cases}$$

В этом случае выражение (6.34) распадается на два независимых рекуррентных соотношения. Пусть i – нечетное число, тогда i -е, $(i-1)$ -е и $(i-2)$ -е соотношения будут иметь вид (как и раньше, жесткости и длины звеньев приняты одинаковыми)

$$\begin{aligned} (c/l)y_{i+1} - y_i[(2c/l) - P] + (c/l)y_{i-1} &= Py_{i+1}, \\ (c/l)x_i - x_{i-1}[(2c/l) - P] + (c/l)x_{i-2} &= Px_{i+1}, \\ (c/l)y_{i-1} - y_{i-2}[(2c/l) - P] + (c/l)y_{i-3} &= Py_{i+1}. \end{aligned} \quad (6.44)$$

Вычтем из первого соотношения третье. С учетом дополнительной зависимости

$$y_{i+1} = (y_{i+2} - y_i)/2,$$

получающейся из (6.35), найдем

$$(c/2l)y_{i+1} - y_i[(3c/2l) - P] + y_{i-2}[(3c/2l) - P] - (c/2l)y_{i-4} = 0.$$

Заменим для удобства проведения дальнейших выкладок последовательный ряд нечетных чисел в индексах натуральным рядом

$$(c/2l)y_{i+1} - y_i[(3c/2l) - P] + y_{i-1}[(3c/2l) - P] - (c/2l)y_{i-2} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N, \quad N = n/2.$$

Полагая далее $y_i = \beta^i$, получим после подстановки и сокращений

$$(\beta - 1)\{(c/2l)\beta^2 - [(c/l) - P]\beta + (c/2l)\} = 0.$$

Таким образом, мы пришли к характеристическому уравнению, аналогичному выведенному выше, но для цепи с вдвое более длинными звеньями и с вдвое меньшим числом звеньев. Минимальная критическая сила будет

$$P_{\min} = (c/l)[1 - \cos(\pi/(n+1))]. \quad (6.45)$$

в. Прежде чем перейти к определению минимальной критической силы путем анализа второго из соотношений (6.44) и сравнению ее с полученной в (6.45), рассмотрим еще один частный случай системы. Пусть имеется плоская упругая шарнирная цепочка из n звеньев. Длины первых $(n-1)$ звеньев одинаковы и равны l , а длина последнего n -го звена равна $(\kappa+1)l$. К рассмотрению такой схемы сводится как завершение анализа предыдущего случая, так и анализ упругой шарнирной цепи, состоящей из m одинаковых звеньев, у которой оси n первых шарниров имеют угол $\alpha_i = 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$), а оси остальных $(m-n) = \kappa$ шарниров — угол $\alpha_i = \pi/2$ ($i' = n+1, n+2, \dots, m$) (рис. 6.15, з).

Исследование последней системы сводится к анализу двух более простых систем, первая из которых полностью совпадает с системой, рассмотренной в пункте а и имеет κ звеньев. Вторая система отличается от рассмотренной в пункте а тем, что включает нестандартное последнее n -е звено длиной $(\kappa+1)l$. Для такой системы справедливо уравнение в конечных разностях (6.37), описывающее равновесное состояние цепочки, однако при этом меняются граничные условия

$$y_0 = 0, \quad y_1 = 0,$$

$$[(c/l) - P(\kappa+1)]y_{n+1} - [(2c/l) - P(\kappa+1)]y_n + (c/l)y_{n-1} = 0.$$

Характеристический определитель принимает вид

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & & 1 \\ 1 & \beta_2 & & \beta_3 \\ 0 & \kappa\beta_2^n - \beta_2^{n+1}(1+\kappa) & & \kappa\beta_3^n - \beta_3^{n+1}(1+\kappa) \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрыв определитель, получим уравнение

$$(\beta_2^{2n+1} + 1)/(\beta_2^{2n-1} + 1) = (\beta_2 \kappa)/(1 + \kappa).$$

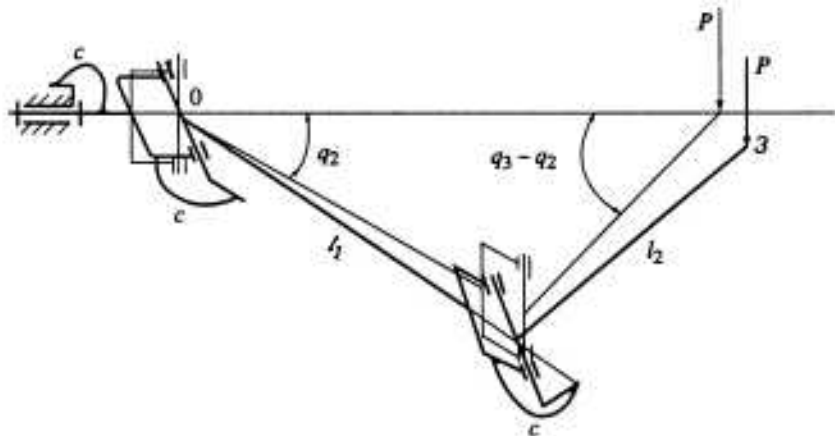


Рис. 6.16. Расчетная схема для определения критической нагрузки модели руки в непрямолинейной особой конфигурации (тонкими линиями показана исходная особая конфигурация)

Заметим, что κ может быть целым и дробным, положительным и отрицательным. Положив $\kappa = -1/2$, длину звена равной $2l$ и число звеньев $N = n/2$, найдем решение задачи для второго из соотношений (6.44)

$$P_{\text{min}} = (c/l)[1 - \cos(\pi/n)].$$

Как видно, это критическая сила больше, чем определяемая выражением (6.45).

В заключение кратко остановимся на результатах исследования устойчивости еще одной особой конфигурации манипулятора. Рассмотрим равновесие модели манипулятора, обладающего тремя степенями свободы (рис. 6.16), в положении, когда запястье Z находится на оси вращения плеча, а сила, приложенная к запястью, перпендикулярна плоскости, образованной плечом l_1 и предплечьем l_2 (см. рис. 6.14, в). При малых возмущениях конфигурации модели сила не меняет ни величины, ни направления. Жесткости всех упругих шарниров принимаем одинаковыми и равными c .

При рассмотрении равновесия модели в деформированном состоянии с помощью матричных преобразований получим следующий характеристический определитель устойчивости:

$$\begin{vmatrix} -c & PL_1 \cos q_2 + PL_2 \cos(q_3 - q_2) & PL_2 \cos(q_3 - q_2) \\ PL_1 \cos q_2 + PL_2 \cos(q_3 - q_2) & -c & 0 \\ PL_2 \cos(q_3 - q_2) & 0 & -c \end{vmatrix} = 0,$$

приводящий к уравнению

$$P^2[l_1^2 \cos^2 q_2 + 2l_1 l_2 \cos q_2 \cdot \cos(q_3 - q_2) + 2l_2^2 \cos^2(q_3 - q_2)] - c^2 = 0.$$

Отсюда находится значение критической силы

$$P = c/L^*, \quad L^* = \sqrt{l_1^2 \cos^2 q_2 + 2l_1 l_2 \cos q_2 \cdot \cos(q_3 - q_2) + 2l_2^2 \cos^2(q_3 - q_2)}.$$

Таким образом, критическая сила имеет минимальное значение, когда звенья вытянуты вдоль прямой в одну сторону, и увеличивается при уменьшении расстояния 03 .

Отметим, что проблема статической устойчивости имеет особое значение для многих типов робототехнических систем с управляемой деформацией упругих элементов [31]. Зачастую устойчивость формы равновесного состояния не только в отдельных особых, но и в произвольных конфигурациях определяет работоспособность формул, используемых для управления роботом.

6.8. УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛОЖЕНИЯ ОБЪЕКТА МАНИПУЛИРОВАНИЯ В СХВАТЕ РОБОТА

Привод губок захвата объекта не должен быть связан кинематически с каким-либо приводом звена робота. В противном случае нельзя обеспечить устойчивость положения объекта манипулирования в схвате робота. Специфические задачи статики схвата связаны не только со схемой привода губок захвата объекта, но и с формой губок, влиянием формы и вида захвата на равновесие объекта манипулирования в схвате робота [16]. Рассмотрим последнюю проблему подробнее.

Речь идет об удерживающей способности схвата, под которой понимается свойство удерживать объект манипулирования при действии на него приложенных сил и моментов в процессе функционирования промышленного робота: силы тяжести объекта, сил инерции и сил взаимодействия с окружающей средой. Приложенные к объекту силы F_n и моменты E_n известны и заданы в системе координат схвата робота.

Объект удерживается в схвате реакциями объекта в точках контакта, которые можно представить в виде суммы $R_j = N_j + F_{Tj}$, где N_j – нормальная составляющая реакции, направленная по орту внешней нормали к поверхности губок схвата, F_{Tj} – сила сухого трения. Выше (см. гл. 2) были рассмотрены особенности форм объекта и губок захвата, предопределяющие класс кинематической пары объект–губки и величину χ_2 , характеризующую число возможных перемещений объекта относительно губок. Ниже удерживающая способность схвата рассматривается более широко, охватывая относительные степени подвижности, нефиксируемые свойствами кинематической пары объект–губки.

Удерживающая способность схвата по каждой из не фиксируемых степеней подвижности объекта определяется видом равновесия объекта в схвате, которое при пренебрежении силами трения называется исходным и может быть неустойчивым (рис. 6.17, а), безразличным (рис. 6.17, б) и классически устойчивым (рис. 6.17, в). Потеря относительной степени подвижности (уменьшение χ_2) в отличие от этих классических видов равновесия с гладкой потенциальной функцией по анализируемой относительной координате объекта характеризуется минимумом потенциальной энергии в угловой точке (рис. 6.17, г) и соответствует принудительному базированию объекта по участкам рабочих элементов губок схвата. По χ_2 степеням подвижности, которые в исходном положении характеризуются состояниями неустойчивого, безразличного или классически устойчивого равновесия,

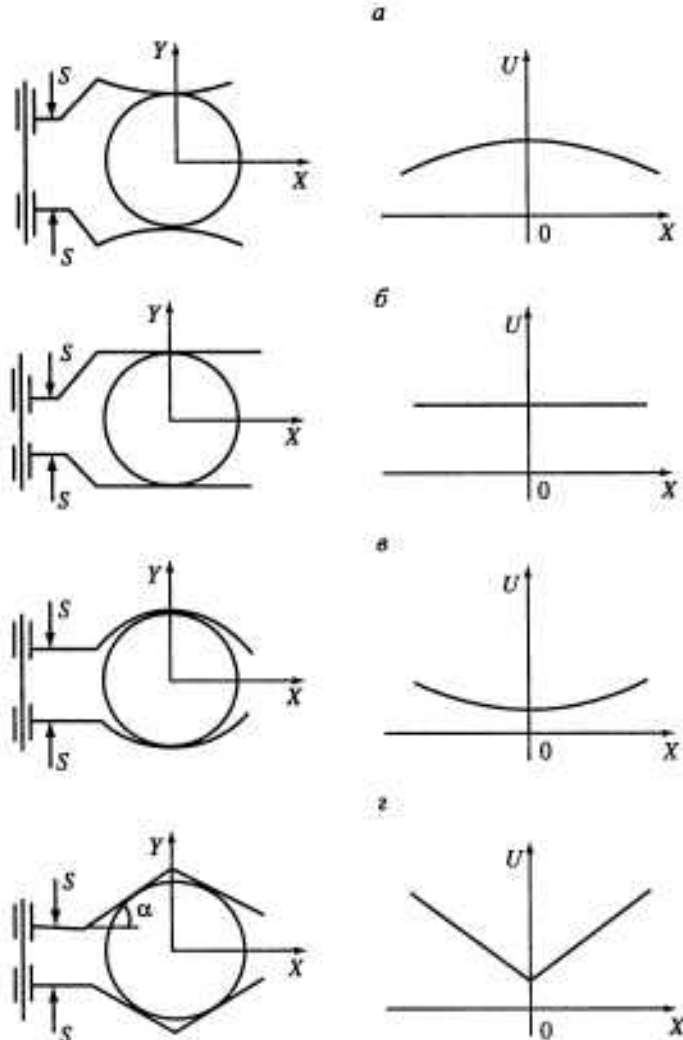


Рис. 6.17. Формы губок схвата и вид потенциальной функции $U(X)$

жесткое фиксирование объекта реализуется только силами трения; по остальным ($6 - \chi_2$) степеням подвижности – суммой приведенной к соответствующей координате силы сжатия губок и силы трения в точках контакта.

Для выведения объекта манипулирования из положения жесткого фиксирования необходимо приложение такой внешней силы F_x и момента E_x , комбинации компонентов которых превышают предельно допустимые значения. Так, для схвата, представленного на рис. 6.17, г, смещение объекта из положения равновесия по оси X возможно только, если компонент F_{x0} вектора F_x превысит предельно допустимое значение, равное $2S \operatorname{tg}(\alpha + \rho)$, где ρ – угол трения, $\operatorname{tg} \rho = f$, f – коэффициент трения, S – сила сжатия объекта. Для схватов, приведенных на рис. 6.17, а–в, смещение объектов из положе-

ния равновесия по оси X возможно, если сила F_{ax} превысит допустимое значение, равное $2fS$.

Характеристикой удерживающей способности схвата для объекта определенной формы и размеров при действии одной составляющей силы F_n или момента E_n является предельно допустимое значение этой составляющей. Расчет предельно допустимых значений приложенных сил и моментов нетрудно произвести, используя метод возможных перемещений. При совместном действии компонент векторов силы F_n и моментов E_n предельно допустимые парциальные значения этих величин дают приближенную оценку удерживающей способности схвата.

Точной оценкой удерживающей способности схвата является область жесткого фиксирования. Данная область в пространстве компонент $F_{ax}, F_{ay}, F_{az}, E_{ax}, E_{ay}, E_{az}$ нагрузки на объект выделяется полной совокупностью ограничений на функции этих компонент, при выполнении которых объект удерживается в схвате. В качестве примера на рис. 6.18 приведены двумерные сечения области жесткого фиксирования для схвата, удерживающего круглый объект. Если при работе промышленного робота изображающая точка значений действующих сил и моментов находится внутри области жесткого фиксирования, то обеспечивается удерживание объекта. Такой нагрузке отвечает изображающая точка C_1 , которая во всех гиперплоскостях лежит внутри области жесткого фиксирования. Напротив, нагрузка, соответствующая точке C_2 в пространстве компонент сил и моментов вызовет нарушение условий удерживания объекта в схвате робота. На гиперплоскостях $\{F_{ax}, F_{ay}\}$ и $\{F_{ax}, E_{ax}\}$ точка C_2 лежит за пределами области жесткого фиксирования.

В общем случае методика построения области жесткого фиксирования требует, как следует из изложенного, в первую очередь выявления и разделения координат, по которым жесткое фиксирование осуществляется за счет принудительного базирования, и координат, по которым объект фиксируется в схвате трением. Эта задача решается с помощью уравнений кинематики малых перемещений объекта в схвате [16]. Пусть положение равновесия объекта в схвате существует. Для исследования свойств положения равновесия зададим малые перемещения объекта приращением δr_0 радиуса-вектора r_0 некоторого выбранного полюса O и вектором малых углов поворота θ . Если при малых перемещениях контакты в рассматриваемых j -х точках сохраняются, то для них можем записать

$$\delta r_j \cdot n_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (6.46)$$

где $\delta r_j = \delta r_0 + \theta \times r_j$.

Свойства положения равновесия определяются числом m точек контакта. При $m = 6$ и условии, что все уравнения (6.46) являются линейно независимыми, эта система имеет только нулевые решения, что свидетельствует о чисто принудительном базировании объекта по всем координатам. При $m < 6$ составляющие векторов δr_0 и θ имеют нулевые решения, определяемые с точностью до $(6 - m)$ произвольных постоянных.

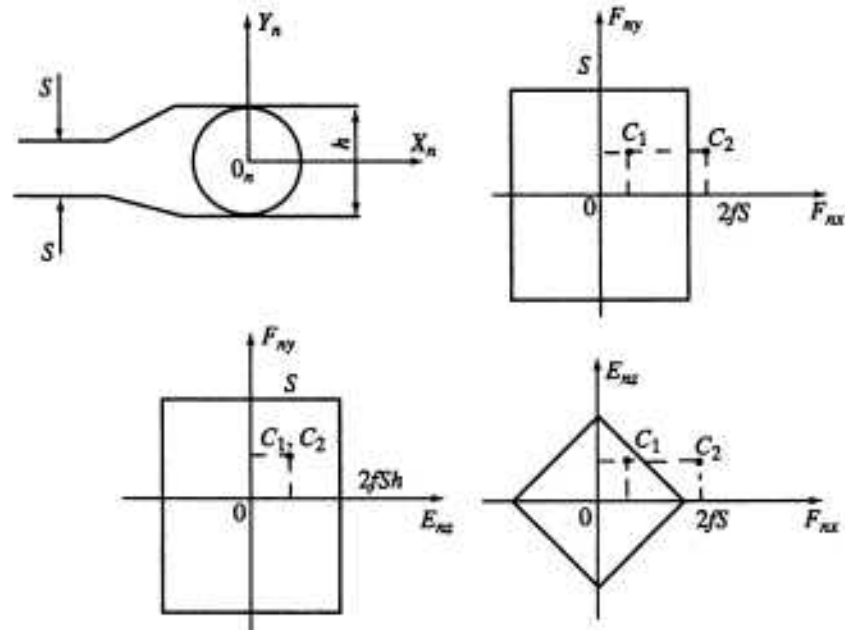


Рис. 6.18. Сечения области жесткого фиксирования объекта манипулирования в схвате робота

Перемещение по координатам, характеризующим принудительным базированием, возможно только при потере контакта хотя бы в одной точке. Перемещение по остальным координатам может происходить и без отрыва объекта от губок в точках контакта. С учетом этих условий, на основе уравнений статического равновесия системы объект – схват и строится область жесткого фиксирования.

Для случаев, когда контакт объекта и губок схвата осуществляется в дискретных точках, система уравнений равновесия состоит из шести уравнений равновесия объекта вида

$$\sum_{j=1}^m \mathbf{R}_j + \mathbf{F}_n = 0, \quad (6.47)$$

$$\sum_{j=1}^m \mathbf{r} \times \mathbf{R}_j + \mathbf{E}_n = 0$$

и уравнения равновесия механизма схвата вида

$$\sum_{j=1}^m a_j(h) \cdot \mathbf{R}_j = \mathbf{S}, \quad (6.48)$$

где $a_j(h)$ – коэффициенты (передаточные отношения), зависящие в общем случае от величины h раскрытия схвата. Напомним, что $h \equiv q_{n+1}$.

Построение границ области жесткого фиксирования сводится к установлению предельных состояний, т.е. таких нагрузок, при которых еще сохраняется положение равновесия. Построение границ областей жесткого фиксирования проводится в два этапа. На первом этапе в пренебрежении силами трения определяются предельные состояния для координат, по которым осуществляется принудительное базирование. При этом условием предельного состояния является потеря контакта хотя бы в одной точке, что эквивалентно обращению в нуль соответствующей нормальной составляющей реакции N_j . На втором этапе предельные состояния определяются для координат, жесткое фиксирование по которым обеспечивается только силами трения. Условием предельного состояния при этом является начало проскальзывания объекта в схвате без отрыва в точках контакта.

Собственно процедура построения границ области жесткого фиксирования на первом этапе реализуется следующим образом. Разрешая систему уравнений (6.47) и (6.48) относительно неизвестных реакций N_j в точках контакта j ($j = 1, 2, \dots, m$) и полагая $N_j = 0$, находятся m условий предельных состояний. Эти условия имеют вид линейных неравенств для компонент векторов F_x и E_x , каждое из которых определяет всю совокупность приложенных сил и моментов, при которых сохраняется контакт в j -й точке. Совокупность m неравенств выделяет в шестимерном пространстве компонент $F_{nx}, F_{ny}, F_{nz}, E_{nx}, E_{ny}, E_{nz}$ приложенных сил и моментов область жесткого фиксирования, охватывающую начало координат.

Второй этап процедуры построения границ области жесткого фиксирования требует знания направления действия сил трения в j -х точках контакта. Поэтому исходными данными на этом этапе являются всевозможные малые перемещения объекта, совместимые с условиями сохранения контакта объекта с губками во всех точках и определяемые в системе координат схвата векторами δr_0 и θ . Дополнительным условием, ограничивающим пучок всевозможных задаваемых векторов малых перемещений, является условие неподвижности губок захвата или $\delta r_j / \delta h = 0$. Если для выбираемых δr_0 и θ удовлетворяется это условие для всех точек контакта, то соответствующие предельные векторы сил трения определяются формулой

$$F_{tj} = f |N_j| \left(\delta r_j / |\delta r_j| \right). \quad (6.49)$$

Теперь, дополнительно задаваясь всевозможными нормальными составляющими реакций $N_j \geq 0$, подстановкой (6.49) в (6.47), (6.48) и определением векторов F_x и E_x уточняется область жесткого фиксирования. Процесс этот чрезвычайно трудоемкий, так как требует перебора всех возможных перемещений, совместимых с условиями сохранения контакта, и всех возможных сочетаний нормальных реакций в точках контакта. Однако в частных случаях, для конкретных конструкций губок схвата и конкретных форм объектов, задачи зачастую существенно упрощаются и даже могут иметь аналитическое решение.

1. Аветиков Б.Г., Корытко О.Б., Новлев В.Ю. и др. Метод выбора уравновешивающих пружин манипулятора промышленного робота // Тез. докл. Симпозиума "Теория и практика роботов-манипуляторов". Секция IV. Промышленные роботы и манипуляторы и их применение. Тольятти, 1976. С. 53.
2. Андреевко С.Н., Ворошилов М.С., Петров Б.А. Проектирование приводов манипуляторов. Л.: Машиностроение, 1973. 228 с.
3. Аншин С.С., Тывес Л.И. Устойчивость особых конфигураций манипулятора // Машиноведение, 1971. № 4. С. 45-50.
4. Аншин С.С., Тывес Л.И. Устойчивость равновесия манипулятора в некоторых особых ситуациях: Критические нагрузки / Механика машин. М.: Наука, 1974. Вып. 4. С. 6-10.
5. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1975. 640 с.
6. Бабич А.В., Баранов А.Г., Калабин И.В. и др. Промышленная робототехника / Под ред. Я.А. Шифрина. М.: Машиностроение, 1982. 415 с.
7. Болотин Л.М., Тывес Л.И. Особенности приведения сил трения к обобщенным координатам робота и синтез компенсирующего регулятора // Машиноведение, 1988. № 5. С. 56-62.
8. Болотин Л.М., Тывес Л.И. Повышение точности роботов на основе модели манипулятора с зазорами в кинематических цепях привода // Вестн. машиностроения. 1988. № 4. С. 3-6.
9. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. Ч. 1. М.: Наука, 1969. 467 с.
10. Вибрации в технике: Справочник. Т. 1. Колебания линейных систем / Под ред. В.В. Болотина. М.: Машиностроение, 1978. 352 с.
11. Владов И.Л., Данилевский В.Н., Ионов П.Б. и др. Сбалансированные манипуляторы / Под ред П.Н. Белянина. М.: Машиностроение, 1988. 264 с.
12. Волямир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.
13. Гидаспов И.А., Шейнин Б.С. Расчет замкнутых передач с предварительным натягом // Станки и инструмент. 1973. № 7. С. 5-7.
14. Егоров И.Н., Умнов В.П. Некоторые вопросы уравновешивания задающих органов манипуляторов // Тез. докл. Симпозиума "Теория и практика роботов-манипуляторов". Секция I. Общие вопросы теории, механика роботов и манипуляторов. Тольятти, 1976. С. 8.
15. Кобринский А.Е., Корендяев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. Система управления промышленным роботом-манипулятором. А. с. 474434 СССР // Б.И. № 23. 1975. С. 135.
16. Колпашиников С.Н., Челпанов И.Б. Задачи механики захватных устройств манипуляционных роботов // Изв. АН СССР. МТТ. М.: 1984. № 5. С. 32-36.
17. Корендяев А.И. К развязке движений и натяжению кинематических цепей в двигательных системах роботов // Машиноведение, 1980. № 5. С. 45-52.
18. Корендяев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. Механическая рука. А. с. 901044. Б.И. 1982. № 4. МКИ В 25 1/01.
19. Кулешов В.С., Лакота Н.А. Динамика систем управления манипуляторами. М.: Энергия, 1971. 304 с.
20. Лагранж Ж. Аналитическая механика. Т. 1. М.; Л.: ГОНТИ, 1938. С. 348.
21. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.
22. Накано Э. Введение в робототехнику. М.: Мир, 1988. 336 с.
23. Овакимов А.Г., Аншин С.С. Якобиева матрица манипуляторов и ее приложение к определению статических ошибок положения // Машиноведение. 1972. № 2. С. 34-39.
24. Овакимов А.Г., Сергеев А.В. Матрица податливостей передач привода манипуляторов и ее приложение к расчету статических ошибок положения // Там же. 1980. № 3. С. 40-45.
25. Овакимов А.Г., Калабин И.В., Степанов В.П. Развязка движений и устранение зазоров в дифференциальных передачах автоматических манипуляторов // Станки и инструмент. 1981. № 12. С. 13-17.
26. Овакимов А.Г., Калабин И.В., Тимофеев М.А. Расчет натяжного устройства и усилий в передачах манипуляторов с приводом на основании // Там же. 1984. № 6. С. 8-11.

27. Пол Р. Моделирование, планирование траекторий и управление движением робота-манипулятора. М.: Наука, 1976. 104 с.
28. Столин Ю.В., Тывес Л.И. Динамика автоматических манипуляторов с приводами, управляемыми по скорости // Станки и инструмент. 1981. № 12. С. 10-13.
29. Тывес Л.И., Пурцеладзе Г.К. К статическому уравниванию звеньев механических рук // Машиноведение. 1981. № 5. С. 47-53.
30. Тывес Л.И., Пурцеладзе Г.К. Стереотипные движения промышленных роботов // Машиноведение. 1982. № 4. С. 44-53.
31. Тывес Л.И., Сонин А.Н. Решение задач о положении для манипуляционных систем с управляемой деформацией упругих секций // Там же. 1988. № 1. С. 42-52.
32. Черноусько Ф.Л., Градецкий В.Г., Гукасян А.А. и др. Анализ упругой податливости конструкции манипуляционных роботов. М., 1984. 66 с. (Препр. / ИПМ АН СССР; № 231).

ТОЧНОСТНЫЕ МОДЕЛИ ПРОМЫШЛЕННЫХ РОБОТОВ И СПОСОБЫ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ПРОГРАММНЫХ ДВИЖЕНИЙ

7.1. ПРОБЛЕМЫ ТОЧНОСТИ В РОБОТОТЕХНИКЕ. ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ТОЧНОСТЬ ОТРАБОТКИ ДВИЖЕНИЙ

Возможность использования промышленных роботов для автоматизации различных производственных процессов существенно зависит от их точностных характеристик. Точность робота определяется отклонением фактической траектории (или положения) его рабочего органа от траектории (или положения), заданных управляющей программой. Статистически ошибки позиционирования ПР оценивают по разбросу положений рабочего органа (захвата) при многократных реализациях программы, т.е. случайной составляющей, называемой "повторяемостью", и средней величиной отклонения реального положения захвата от программного – систематической ошибкой. В современных конструкциях роботов повторяемость составляет десятые доли миллиметра, а систематическая составляющая ошибки на порядок (и более) превышает повторяемость. Поэтому когда говорят о точности ПР, имеют в виду систематическую ошибку.

Уже из определения точности ПР следует, что этот параметр зависит от вида процесса выработки управляющей программы: обучение или расчет (см. гл. 2). Аналитическое программирование ПР базируется на данных, характеризующих модели робота и рабочей среды. Установлено, что обычно используемые модели ПР вследствие их несоответствия реальной конструкции по геометрическим, жесткостным и другим характеристикам приводят к значительным (до 10 мм) ошибкам позиционирования.

При программировании методом обучения оператор имеет дело не с моделями, а с реальным ПР: он в режиме ручного управления перемещает рабочий орган робота в требуемое положение и дает команду на считывание и занесение в программу показаний датчиков обратных связей робота. Поэтому систематическая ошибка при этом способе программирования существенно меньше, чем при аналитическом. Однако и здесь она более чем на порядок выше ошибки "повторяемости". Применяемый оператором при обучении для коррекции программы метод проб и ошибок при большом числе позиций программы довольно утомителен.

Отмеченные обстоятельства делают актуальным исследование точности ПР и поиск путей ее повышения. В настоящее время работы по теории точности ПР ведутся в следующих направлениях. Первое связано с анализом погрешности позиционирования схвата при заданных ошибках

приводов [10, 17, 23] и выбором конфигурации, обеспечивающих минимальную погрешность [15, 16, 19]. Основу второго направления составляют анализ статических и динамических ошибок манипуляторов с упругими звеньями скелета [8, 11, 18, 25, 31] и синтез управления, обеспечивающий гашение колебаний в них [14, 32, 34]. Наконец, третье направление – это создание методов и средств оценки качества функционирования ПР [13, 20, 22].

Многие из разработанных подходов к проблеме точности ПР носят констатирующий характер и, следовательно, в той или иной мере являются "пассивными". Перспектива все большего распространения способа аналитического программирования, особенно в связи с появлением адаптивных роботов, требует трансформации и обогащения существующих подходов и разработки новых "активных" подходов к проблеме точности ПР.

Один из таких подходов – это компенсация ошибок положения рабочего органа ПР, основанная на способе "калибровки" рабочей зоны робота [12, 36]. В данном способе предполагается получение некоторой таблицы соответствия между декартовыми координатами рабочего органа и показаниями датчиков обратных связей руки. При этом в рабочей зоне робота реализуется плоская или пространственная сетка узлов, в которые поочередно выводят рабочий орган ПР и запоминают соответствующие данному узлу показания датчиков обратных связей. Описанный подход, предполагает устранение части систематической составляющей ошибки положения, порожденной какими-либо факторами, не выявляя их природу. Способ "калибровки" требует большого объема измерений во всей рабочей зоне робота и, соответственно, большого объема памяти управляющей ЭВМ.

Подходы, альтернативные способу "калибровки" [4–6], связаны с выявлением основных значимых факторов, влияющих на точность ПР, с разработкой устройств и систем, уменьшающих это влияние, с построением моделей ПР, учитывающих значимые факторы, с уточнением и коррекцией этих моделей с целью их использования при управлении. Ниже рассмотрены некоторые вопросы, связанные с определением основных значимых факторов, влияющих на точность аналитически программируемых ПР.

В общем случае положение рабочего органа ПР, например в режиме стабилизации, является положением динамического равновесия и отражает состояние динамического равновесия всей системы. Отклонение положения динамического равновесия рабочего органа ПР от заданного программой определяет статическую ошибку положения, принимаемую за "погрешность позиционирования", а амплитуда колебаний рабочего органа относительно положения динамического равновесия в установившемся режиме – динамическую ошибку системы [19]. Рассмотренные в предыдущих главах вопросы кинематики и статики ПР позволяют перейти к анализу статической ошибки положения рабочего органа ПР.

Исходная программа создается оператором-программистом на входном языке системы, она включает необходимый набор действий для достижения заданной цели и базируется на декартовых координатах рабочего органа (см. гл. 3). Управляющая программа является отображением исходной прог-

раммы в конкретной ситуации, сложившейся при выполнении поставленной задачи, и базируется на обобщенных координатах ПР (q или ψ). Чаще всего последние соответствуют координатам приводов с датчиками обратных связей, т.е. ψ (см. раздел 3.5). Скелет манипулятора и расположение датчиков обратных связей, как правило, не соответствуют декартовой системе координат.

Поэтому возникает необходимость в каждой позиции пересчитывать декартовы координаты в координаты датчиков обратных связей. Этот переход выполняется в соответствии с моделью, в которую входят геометрические размеры звеньев ($a_i, \alpha_i, l_i, i = \overline{1, n}$), положение "нулей" датчиков обратных связей (ψ_i^0) в конфигурации, когда все $q_i = 0$, и мгновенные передаточные отношения кинематических цепей привода. Из-за погрешностей изготовления и сборки манипулятора его фактические параметры отличаются от параметров модели, что приводит к ошибкам положения, обусловленным геометрическими и кинематическими факторами [7].

Кинематические цепи привода содержат зазоры и не являются абсолютно жесткими. В длинных кинематических цепях, свойственных многим ПР, эти факторы проявляются наиболее заметно [18, 25, 31]. Их влияние на точность ПР существенно зависит от места установки датчиков обратных связей. Выше отмечалось, что в ПР для обеспечения устойчивости системы регулирования датчики обычно устанавливаются непосредственно на двигателях. При этом зазоры и упругость длинной кинематической цепи, не охваченной контуром обратной связи, приводят к статическим ошибкам положения, зависящим от нагрузки и конфигурации руки [8]. Здесь следует упомянуть и о нежесткости звеньев скелета руки. Как показали расчеты [31], в современных конструкциях робота влияние этого вида нежесткости на систематическую ошибку обычно невелико.

Ограниченная разрядность датчиков обратных связей так же, как и число разрядов модулей управляющей ЭВМ, могут значительно влиять на величину систематической ошибки. Однако эти факторы могут быть учтены при проектировании системы. Обычно разрядности выбирают такими, чтобы их влияние на точность позиционирования не превышало величины повторяемости – математического ожидания погрешности при выходе руки ПР в одну и ту же позицию.

Еще одним значимым, но трудно учитываемым фактором, определяющим систематическую ошибку ПР, является трение в механических передачах приводов. Для уменьшения статической ошибки положения наряду с традиционными методами снижения трения в робототехнике целесообразно использовать регуляторы, синтез которых рассмотрен в предыдущей главе.

Резюмируя сказанное, отметим, что основная доля систематической составляющей погрешности позиционирования обусловлена несоответствием расчетной модели реальной конструкции ПР, главным образом из-за первых двух неучтенных видов ошибок. Поэтому представляется целесообразной попытка повысить точность аналитически программируемых ПР путем решения следующих задач.

а. Разработка расчетных моделей ПР, учитывающих отклонения геометрических параметров и жесткостные характеристики приводов.

б. Создание на базе расчетной модели программного обеспечения для вычисления в управляющей программе корректирующих поправок, компенсирующих влияние учетных факторов. Эти программы должны входить в математическое обеспечение системы управления робота.

в. Создание экспериментальных методов аттестации исходных первичных ошибок изготовления и сборки, величин люфтов и податливостей в механических передачах руки робота. Эта задача в первую очередь должна решаться при выходном контроле на заводе-изготовителе. Полученные при ее решении данные (ошибки) должны быть паспортизированы, в соответствующем виде занесены в память системы управления и использованы как исходные данные в программах компенсации ошибок (см. пункт б).

г. Создание методов и средств аттестации количественных интегральных оценок точности ПР в рабочем объеме (см. гл. 4).

7.2. МОДЕЛЬ МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ С УЧЕТОМ ПЕРВИЧНЫХ ОШИБОК

Уточненная (по отношению к моделям, рассмотренным в гл. 6) модель механической руки, учитывающая кроме зазоров и податливостей механических передач привода погрешности задания геометрических размеров звеньев руки робота и ошибки установки "нулей" датчиков положения, представлена на рис. 7.1 и 7.2. В основу конкретной модели механической руки положена кинематическая схема промышленного робота ТУР-10К.

1. Модель содержит скелет руки ПР (рис. 7.1), состоящий из абсолютно жестких звеньев, соединенных между собой идеальными кинематическими парами пятого класса. Относительные положения последовательно соединенных звеньев скелета определены группой постоянных параметров a_i^* , α_i^* и t_i^* , характеризующих фактическую геометрию звеньев, и переменными обобщенными координатами – относительными углами поворота звеньев – q_i^* , $i = \overline{1, n}$. Элементы матрицы преобразования (3.1) являются функциями этих реальных геометрических параметров звеньев руки, связанных с соответствующими номинальными значениями соотношениями

$$a_i^* = a_i + \Delta a_i, \quad \alpha_i^* = \alpha_i + \Delta \alpha_i, \quad t_i^* = t_i + \Delta t_i,$$

где Δa_i , $\Delta \alpha_i$, Δt_i – отклонения указанных параметров от их номинальных значений. В соответствии с (3.1) матрица преобразования координат, заданных в системе координат рабочего органа, в координаты системы, связанной со стойкой скелета механической руки, при реальных геометрических параметрах определена произведением матриц

$$M_{0n}^* = M_{01}^* \cdot M_{12}^* \cdot \dots \cdot M_{i-1,i}^* \cdot \dots \cdot M_{n-1,n}^*.$$

2. Структура механических передач описывается матрицей A частных передаточных отношений, связывающей угловые скорости $\dot{\psi}_i^*$ входных

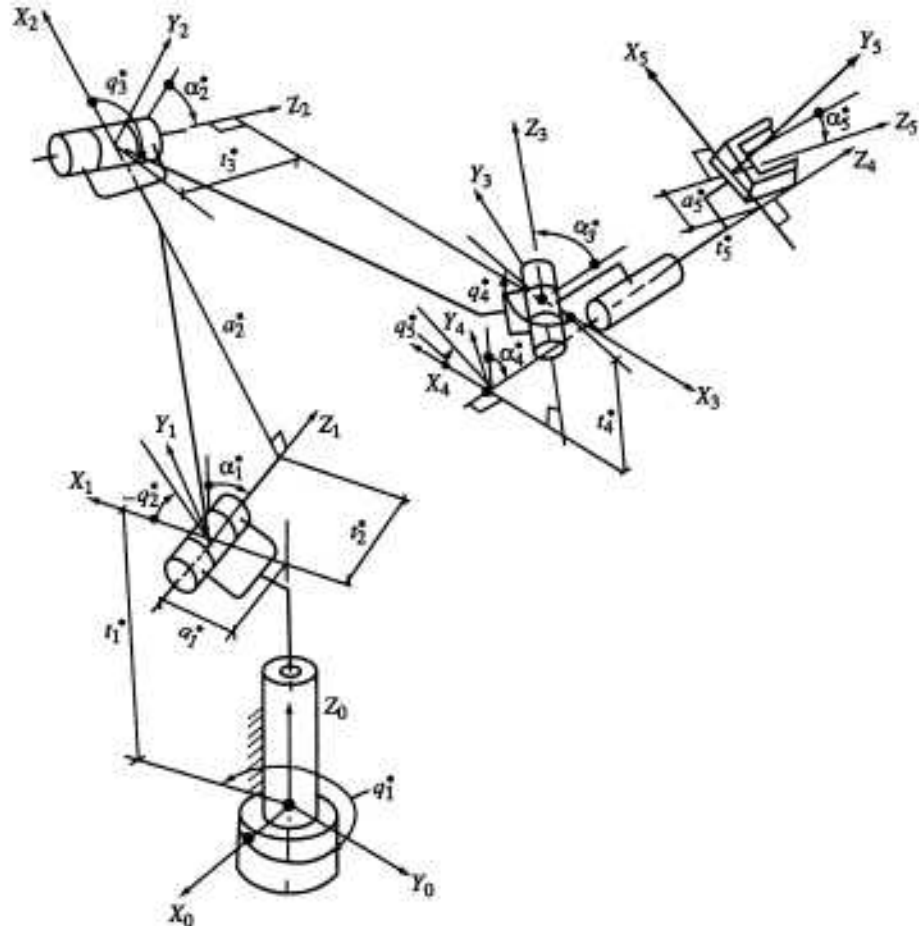


Рис. 7.1. Кинематическая модель механической руки с учетом фактических параметров α_i^* , a_i^* , t_i^* , q_i^* ($i = 1, 2, \dots, 5$) и системы координат звеньев

валов датчиков обратной связи с обобщенными скоростями \dot{q}_i^* при условии идеальности этих передач ($f_i = 0$; $\delta_i = 0$)

$$\dot{\psi}^* = A\dot{q}^*.$$

Напомним, что в рассматриваемой модели элементы матрицы A являются константами. Поэтому справедливо соотношение

$$\dot{\psi}^* + \psi_0 = A\dot{q}^*, \quad (7.1)$$

где $(\dot{\psi}^* + \psi_0)$ — n -мерный вектор показаний датчиков положения; ψ_0 — n -мерный вектор "начальных" показаний датчиков в нулевых конфигурациях руки.

В известной исходной конфигурации руки, в которой все $q_i = 0$, можно так установить датчики обратной связи, чтобы элементы вектора ψ_0 также были равны нулю. Однако "нуль" каждого датчика устанавливается

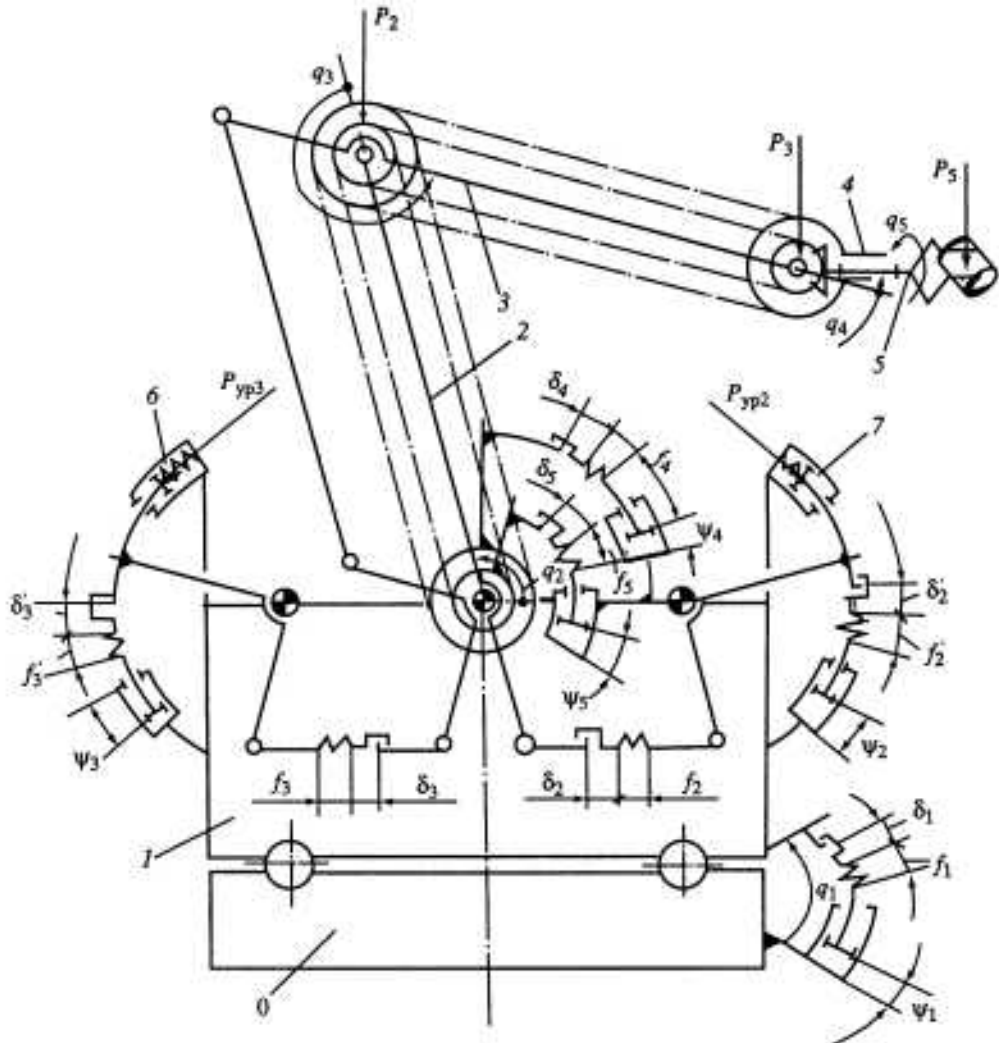


Рис. 7.2. Модель кинематических передач привода звеньев механической руки и схема нагрузки

0 – неподвижное основание; 1–5 – подвижные звенья руки; 6, 7 – механизмы уравнивания сил; ψ_1 – ψ_5 – перемещения входных элементов датчиков обратной связи по положению звеньев руки; q_1 – q_5 – относительные углы поворота звеньев руки; f_i , δ_i и f'_i , δ'_i – податливости и зазоры механических передач; P_2 , P_3 , P_5 – веса звеньев руки с учетом веса объекта; P_{yp2} и P_{yp3} – усилия уравнивающих пружин

с некоторой погрешностью $\Delta\psi_{дi}^0$, обусловленной не только "собственной" неточностью установки, но и неточностью вывода руки в исходную конфигурацию. Поэтому в векторе программных значений $\psi_{пр}^*$ должны быть учтены эти погрешности

$$\psi_{пр}^* = \psi^* + \Delta\psi_{дi}$$

3. Модель манипуляционной системы также содержит механические передачи (см. рис. 7.2), связывающие звенья скелета руки с приводными двигателями и датчиками обратных связей, включающие податливые элементы f_j и зазоры δ_k между элементами передач. Размерности j и k определяются исходной расчетной моделью ПР. Нетрудно получить суммарные значения податливостей f_j и зазоров δ_k , приведенные к обобщенным координатам.

Податливость элементов механических передач и наличие зазоров между ними обуславливают дополнительные искажения соотношения (7.1). Величина ошибок зависит от статических нагрузок на элементы передач и звенья руки. Статические нагрузки в модели определены гравитационными силами, действующими на объект манипулирования и подвижные звенья скелета руки, потенциальными силами уравнивающих механизмов и силами, развиваемыми двигателями при статическом равновесии системы.

Потенциальные силы, развиваемые уравнивающими устройствами, и точки их приложения считаются известными (см. гл. 6), т.е. определены вектор M_{yp} уравнивающих моментов, приведенных к выходным валам механизмов уравнивания, а также матрица A_{yp} частных передаточных отношений от этих валов к валам датчиков положения. В рассматриваемом примере (см. рис. 7.2)

$$M_{yp} = [0, M_{yp2}(\psi_2), M_{yp3}(\psi_3), 0, 0]^T,$$

$$A_{yp} = \text{diag}(0, i_2, i_3, 0, 0).$$

В механизме привода ПР можно выделить цепочки податливых элементов, образующих рядовые передачи и воспринимающих одинаковую нагрузку, поэтому легко получить суммарные податливость и зазор, приведенные к какому-либо элементу участка механической передачи.

Обозначим приведенные единичные податливости и зазоры этих участков кинематических цепей соответственно f_i и δ_i . Так, на рис. 7.2 f_1, f_4, f_5 – приведенные податливости механических передач от звеньев 1, 4 и 5 руки до соответствующих датчиков; f_2 и f_3 – приведенные податливости рядовых передач от звеньев 2 и 3 до элементов приложения сил от уравнивающих устройств, а f'_2 и f'_3 – приведенные податливости от этих элементов до датчиков. Аналогично обозначены и приведенные зазоры.

С учетом величин статических уводов, обусловленных зазорами ($\Delta\psi_{\delta_i}$) и податливостями ($\Delta\psi_{f_i}$) механических передач, приведенных к координатам ψ манипуляционной системы, вектор программных значений $\psi_{прi}$, $i = \overline{1, n}$ координат принимает вид

$$\psi_{пр} = \psi_{пр}^* + \Delta\psi_c = \psi^* + \Delta\psi_f + \Delta\psi_{\delta},$$

где $\Delta\psi_c$ – вектор статических ошибок положения рабочего органа манипулятора.

Вследствие малости ошибок положения звеньев скелета механической руки, вызываемых различными факторами, действие этих факторов можно

рассматривать независимо друг от друга, а окончательный результат получить суммированием частных погрешностей, обусловленных геометрическими ошибками изготовления и сборки, а также статическими ошибками механизма.

Описанная уточненная модель механической руки робота позволяет перейти к определению расчетных зависимостей между значениями координат $\psi_{пр}$ и вектором (в декартовой системе координат) положения рабочего органа, а далее – к разработке алгоритмов программной компенсации систематических ошибок, обусловленных учетными в модели факторами. При решении задач компенсации систематических ошибок положения будем считать, что известны жесткостные характеристики (податливости и зазоры) передач привода каждой степени подвижности и погрешности выполнения геометрических параметров руки (погрешности размеров звеньев и установки "нулей" датчиков положения).

7.3. КОРРЕКЦИЯ ПРОГРАММНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ, КОМПЕНСИРУЮЩАЯ ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗГОТОВЛЕНИЯ И СБОРКИ РУКИ РОБОТА

При известных реальных конструктивных параметрах a_i^* , t_i^* , a_i^* ($i = \overline{1, n}$) звеньев руки, используя равенство $M_{он}^* = M_{пр}$, можно определить n -мерный вектор q^* значений обобщенных координат, учитывающий погрешности изготовления и сборки манипулятора. Однако такой алгоритм нахождения решения крайне неудобен. Это связано с тем, что наличие первичных ошибок $\Delta\alpha_i \neq 0$, $\Delta t_i \neq 0$, $\Delta a_i \neq 0$ приводит к кинематическим структурам, для которых не существует решения обратной задачи о положениях в явном виде (см. гл. 3). Вместе с тем равенство $M_{он} = M_{пр}$, в котором матрица $M_{он}$ составлена по номинальным значениям параметров α_i , t_i , a_i (т.е. $\Delta\alpha_i = \Delta t_i = \Delta a_i = 0$), для подавляющего большинства используемых структур роботов дает решения q_i ($i = \overline{1, n}$) в явном виде. Последние связаны с q_i^* соотношением

$$q_i^* = q_i + \Delta\bar{q}_i.$$

Для программных координат ψ соответственно можно записать

$$\psi_i^* = \psi_i + \Delta\bar{\psi}_i.$$

Для получения расчетных зависимостей $\Delta\bar{q} = \Delta q$ (q_i , $\Delta\alpha_i$, Δt_i , Δa_i), учитывающих первичные ошибки изготовления и сборки манипулятора, целесообразно воспользоваться известным правилом [30] переноса ошибок и линеаризацией исходных формул.

Задача состоит в поиске таких значений $\Delta\bar{q}_i$, которые компенсируют обусловленный погрешностями $\Delta\alpha_i$, Δt_i , Δa_i , ($i = \overline{1, n}$) шестимерный вектор

$$\Delta S = [\Delta x, \Delta y, \Delta z, \theta_x, \theta_y, \theta_z]^T,$$

где $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – смещения центра n -й системы координат, а $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ – малые углы ее поворота относительно осей базовой системы координат, например X_0, Y_0, Z_0 .

Из элементов вектора ΔS можно составить (см. гл. 3) $[4 \times 4]$ -матрицу $\Delta \bar{M}_{0n}$ малых смещений $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ и поворотов $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ координатной системы рабочего органа манипулятора относительно ее номинального положения

$$\Delta \bar{M}_{0n} = \begin{bmatrix} 1 & -\theta_z & \theta_y & \Delta x \\ \theta_z & 1 & -\theta_x & \Delta y \\ -\theta_y & \theta_x & 1 & \Delta z \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Именно в таком виде (с одинаковым физическим содержанием элементов) представим матрицы малых смещений и поворотов рабочего органа механической руки, определяемые в одном случае погрешностями $\Delta \alpha_i, \Delta t_i, \Delta a_i$ ($i = \overline{1, n}$) конструктивных параметров звеньев руки, а в другом – приращениями $\Delta \bar{q}_i$ обобщенных координат.

Тогда для первого случая элементы четвертого столбца матрицы $\Delta \bar{M}_{0n}^*(\Delta \alpha, \Delta t, \Delta a)$ будут элементами четвертого столбца матрицы $(M_{0n} - M_{0n}^*)$, а ее подматрица направляющих косинусов определяется произведением

$$\Delta \bar{K}_{0n}^*(\Delta \alpha, \Delta t, \Delta a) = (K_{0n} - K_{0n}^*)(K_{0n}^*)^{-1}.$$

Во втором случае последовательным дифференцированием произведения $M_{0n}^* = \prod_{i=1}^n M_{i-1}^*$ по обобщенным координатам q_i ($i = \overline{1, n}$) определим сначала матрицу:

$$\Delta M_{0n}^*(\Delta q) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial M_{0n}^*}{\partial q_i} \right) \Delta \bar{q}_i = \sum_{i=1}^n \Delta \bar{q}_i M_{0, i-1}^* \left(\frac{\partial M_{i-1, i}^*}{\partial q_i} \right) M_{i+1, n}^*,$$

а затем комбинацией ее четвертого столбца и подматрицы

$$\Delta \bar{K}_{0n}^*(\Delta q) = \Delta K_{0n}^*(\Delta q) (K_{0n}^*)^{-1}$$

получим $[4 \times 4]$ -матрицу $\Delta \bar{M}_{0n}^*(\Delta q)$.

Приравняв соответствующие элементы $(\bar{m})_{41}, (\bar{m})_{42}, (\bar{m})_{43}, (\bar{m})_{32}, (\bar{m})_{13}, (\bar{m})_{21}$ матриц $\Delta \bar{M}_{0n}^*(\Delta \alpha, \Delta t, \Delta a)$ и $\Delta \bar{M}_{0n}^*(\Delta q)$, получим искомые расчетные зависимости в виде шести независимых линейных однородных

$$\mathbf{J}\Delta\bar{\mathbf{q}} = \Delta\mathbf{S}, \quad (7.2)$$

где $\mathbf{J} = [\partial S_j / \partial q_i]$ – $[6 \times n]$ -матрица Якоби, связывающая приращения обобщенных координат q_i и изменения элементов ΔS_j вектора задания. При этом элементы матрицы \mathbf{J} рассчитывают с учетом фактических размеров α_i^* , a_i^* , l_i^* звеньев руки.

Отметим, что матрицу $\Delta\bar{\mathbf{M}}_{0n}^*(\Delta\alpha, \Delta l, \Delta a)$ и, соответственно, вектор $\Delta\mathbf{S}$ можно вычислить и по другому – линейризовав исходное выражение \mathbf{M}_{0n} по соответствующим параметрам α_i , l_i , a_i ($i = \overline{1, n}$) и определив затем полный дифференциал функции \mathbf{M}_{0n} при заданных погрешностях $\Delta\alpha_i$, Δl_i , Δa_i ($i = \overline{1, n}$). Однако точность последующего решения задачи компенсации в этом случае ухудшится за счет ошибок линеаризации.

Решение системы (7.2) при $n = 6$ имеет вид

$$\Delta\bar{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1}\Delta\mathbf{S}. \quad (7.3)$$

Нахождение решения, т.е. вектора корректирующих поправок $\Delta\bar{\mathbf{q}}$, связано с обращением матрицы \mathbf{J} . Эта процедура ограничивает практическое использование решения (7.3), во-первых, из-за возможного изменения ранга матрицы (ее вырожденности) в особых конфигурациях, а, во-вторых, из-за применимости только к ПР с шестью степенями подвижности. Ниже рассмотрено решение этой системы с использованием известного [1,3] аппарата псевдообратных матриц и нахождением псевдорешения при любых размерности и ранге матрицы \mathbf{J} .

Рассмотрим два практически важных случая. Пусть число степеней подвижности робота $n < 6$. В этом случае вектор задания уже не имеет 6 независимых компонент, а вектор ошибок сохраняет размерность, равную 6. Система (7.2) становится несовместной и точного решения не существует. Задача может быть решена путем выбора некоторого компромисса – все требования могут быть удовлетворены не полностью. Будем искать значения $\Delta\bar{\mathbf{q}}$, которые так частично компенсируют компоненты вектора $\Delta\mathbf{S}$, что обеспечивается минимум квадрата евклидовой нормы $\|\epsilon\|^2 = \epsilon^T\epsilon$ вектора невязки $\epsilon = \Delta\mathbf{S} - \mathbf{J}\Delta\bar{\mathbf{q}}$.

Этому условию ($d\|\epsilon\|^2 = 0$) соответствует нормальная система уравнений

$$\mathbf{J}^T\mathbf{J}\Delta\bar{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^T\Delta\mathbf{S}, \quad (7.4)$$

которая независимо от системы (7.2) всегда совместна [3]. Для рассматриваемого случая $n < 6$ из (7.4) следует единственное решение

$$\Delta\bar{\mathbf{q}} = [\mathbf{J}^T\mathbf{J}]^{-1}\mathbf{J}^T\Delta\mathbf{S},$$

где $[\mathbf{J}^T\mathbf{J}]^{-1}\mathbf{J}^T = \mathbf{J}^+$ – псевдообратная матрица для матрицы \mathbf{J} при линейной независимости столбцов последней.

Если число степеней подвижности $n > 6$, система по своим возможностям становится "избыточной" и имеет множество решений. Выбор приемлемого решения можно осуществить, используя критерий минимальности нормы вектора решения $\Delta \bar{q}$. Это означает требование минимальности суммы квадратов величин корректирующих поправок по всем степеням подвижности робота. Такое решение называется нормальным псевдорешением системы линейных уравнений, причем каждая система линейных уравнений имеет единственное нормальное псевдорешение. В рассматриваемом случае нормальное псевдорешение системы (7.2) имеет вид

$$\Delta \bar{q} = \mathbf{J}^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \Delta \mathbf{S},$$

где $\mathbf{J}^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1}$ – псевдообратная матрица для матрицы \mathbf{J} при линейно независимых строках последней, которую также обозначают \mathbf{J}^+ .

Найденные выражения для компенсирующих поправок обобщенных координат и известный вектор $\Delta \psi_d$ ошибок установки нулей датчиков положения позволяют найти корректирующие поправки для управляющей программы, компенсирующие геометрические ошибки положения рабочего органа робота

$$\Delta \bar{\psi}_r = \mathbf{A} \Delta \bar{q} - \Delta \psi_d = \mathbf{A} \mathbf{J}^+ \Delta \mathbf{S} - \Delta \psi_d. \quad (7.5)$$

7.4. КОРРЕКЦИЯ ПРОГРАММНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ, КОМПЕНСИРУЮЩАЯ ОТКЛОНЕНИЯ РУКИ РОБОТА ОТ ТРЕБУЕМОГО ПОЛОЖЕНИЯ ВСЛЕДСТВИЕ ЗАЗОРОВ И ПОДАТЛИВОСТЕЙ ПЕРЕДАЧ ПРИВОДА

Для определения вектора $\Delta \psi_r$ статических ошибок положения, обусловленных податливостями механических передач привода, воспользуемся результатами работ [6, 25, 28], изложенными выше (см. гл. 6). Особенность их использования в рассматриваемой уточненной модели (см. рис. 7.2) связана с необходимостью учитывать различную нагруженность участков кинематических цепей из-за действия уравнивающих устройств.

В связи с этим модель разбивают на две последовательные n -мерные подсистемы. Если статически уравновешены лишь k звеньев руки ($k < n$) и элементы приложения сил уравнивающих устройств находятся между датчиками и звеньями скелета руки, то в первую подсистему входят k участков механических передач от звеньев руки до элементов приложения сил уравнивающих устройств и $(n - k)$ участков механических передач от неуравниваемых звеньев до валов датчиков обратной связи. Во вторую подсистему входят k участков механических передач от элементов приложения сил уравнивающих устройств до датчиков обратной связи и $(n - k)$ абсолютно жестких элементов ($f'_i = 0$) на входах датчиков обратных связей, дополнительно вводимых в рассмотрение для сохранения размерности подсистемы и упрощения вычислительного алгоритма.

Напомним (см. гл. 6), что в координатах Ψ реализуются условия статической развязки обеих подсистем. В результате суммарные статические ошибки положения вследствие податливости передач привода ПР, приведенные к валам датчиков (координатам Ψ), определяются выражением

$$\Delta\Psi_j = \bar{F}_\Psi \Psi_{гp} + F'_\Psi (\Psi_{гp} + \Psi_{yp}),$$

где $\bar{F}_\Psi = \text{diag}(f_1, f_2, \dots, f_n)$, $\bar{F}'_\Psi = \text{diag}(f'_1, f'_2, \dots, f'_n)$ – диагональные $[n \times n]$ -матрицы единичных податливостей в системе координат Ψ для каждой из подсистем; $\Psi_{гp}$, Ψ_{yp} – n -мерные векторы нагрузок от гравитационных и уравновешивающих сил, приведенных также к валам датчиков (координатам Ψ).

Отметим, что в соответствии со сказанным для модели, представленной на рис. 7.2, f'_1, f'_4, f'_3 равны нулю.

Вектор Ψ_{yp} определен свойствами уравновешивающих устройств (см. гл. 6) и находится по формуле

$$\Psi_{yp} = [A_{yp}^T]^{-1} P_{yp},$$

где A_{yp} – $[n \times n]$ -матрица частных передаточных отношений, связывающая обобщенные скорости $\dot{\Psi}_i$ со скоростями \dot{r}_i элементов уравновешивающих устройств, к которым приложены силы P_{yp} , т.е. $\dot{\Psi} = A_{yp} \dot{r}$.

Вектор $\Psi_{гp}$ аналогично определен условием

$$\Psi_{гp} = [A^T]^{-1} Q_{гp}.$$

Для удобства составления программы последующих вычислений найдем компоненты вектора $Q_{гp}$, используя выражение потенциальной функции $U_{гp}$ гравитационных сил

$$U_{гp} = - \sum_{i=1}^U P_j (M_{0j} R_j^p)_z,$$

где $P_j = m_j g$ – сила тяжести j -го звена; m_j – масса j -го звена; g – ускорение свободного падения; $R_j^p = [x_j^p, y_j^p, z_j^p, 1]^T$ – координаты центра масс j -го звена; $(M_{0j} R_j^p)_z$ – координата центра масс j -го звена вдоль оси Z_0 , т.е. элемент третьей строки матрицы $M_{0j} R_j^p$; знак минус обусловлен отрицательным направлением действия гравитационных сил в направлении оси Z_0 .

Приведение гравитационных сил к системе обобщенных координат q дает

$$Q_{гp} = \partial U_{гp} / \partial q_i = - \sum_{j=1}^n P_j \left[\partial (M_{0j} R_j^p)_z / \partial q_i \right].$$

Выполнив дифференцирование, получим

$$Q_{\text{гр}i} = - \sum_{j=1}^n P_j \left[\mathbf{M}_{0,i-1} \left(\partial \mathbf{M}_{i-1,i} / \partial q_i \right) \mathbf{M}_{i+1,j} \mathbf{R}_j^p \right]_z,$$

где $\left[\mathbf{M}_{0,i-1} \left(\partial \mathbf{M}_{i-1,i} / \partial q_i \right) \mathbf{M}_{i+1,j} \mathbf{R}_j^p \right]_z$ – составляющая по оси Z вектора, записанного в скобках (плечо действия силы, приложенной к j -му звену по отношению к i -му шарниру). Следует отметить, что погрешности вычисления обобщенных сил $Q_{\text{гр}i}$ ($i = \overline{1, n}$), обусловленные использованием в матрицах преобразования координат $\mathbf{M}_{i-1,i}$ номинальных, а не фактических значений геометрических параметров α_i , t_i , d_i , являются малыми и ими можно пренебречь.

Выше было показано (см. гл. 6), что определение вектора $\Delta \Psi_\delta$ статических ошибок положения, обусловленных зазорами в элементах кинематических передач привода ПР между датчиками обратной связи и звеньями скелета руки, имеет особенности, связанные с "нелинейностью" поведения зазоров при действии нагрузок.

В этом случае изменения обобщенных координат не пропорциональны вектору обобщенных нагрузок с "коэффициентом пропорциональности", равным матрице единичных податливостей. И только условие статической развязки системы в координатах Ψ позволяет достаточно просто записать выражения для этого вида статических ошибок, приведенных к входным валам датчиков при нагружении системы силами $\Psi_{\text{гр}}$ и $\Psi_{\text{гр}}^s$ (т.е. силами, приведенными к той же системе координат)

$$\Delta \Psi_\delta = \Delta_\Psi \Psi_{\text{гр}}^s + \Delta'_\Psi \Psi_{\text{гр}+\text{гр}}^s,$$

где $\Delta_\Psi = \text{diag}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$ и $\Delta'_\Psi = \text{diag}(\delta'_1, \delta'_2, \dots, \delta'_n)$ – $[l \times l]$ -матрицы зазоров в системе координат Ψ для каждой из подсистем; $\Psi_{\text{гр}}^s$ и $\Psi_{\text{гр}+\text{гр}}^s$ – векторы, элементы которых

$$\Psi_{\text{гр}i}^s = \text{sign} \Psi_{\text{гр}i}, \quad \Psi_{(\text{гр}+\text{гр})i}^s = \text{sign}(\Psi_{\text{гр}i} + \Psi_{\text{гр}i}).$$

Таким образом, при известных приведенных жесткостных характеристиках и величинах зазоров механических передач, гравитационной нагрузке и силах, создаваемых механизмом уравнивания веса звеньев механической руки, можно вычислить вектор корректирующих поправок, компенсирующих статические ошибки положения рабочего органа манипулятора,

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\Psi}_c = -(\Delta \Psi_f + \Delta \Psi_\delta) = & - \left\{ \bar{\mathbf{F}}_\Psi [\mathbf{A}^T]^{-1} \mathbf{Q}_{\text{гр}} + \bar{\mathbf{F}}'_\Psi \left[[\mathbf{A}^T]^{-1} \mathbf{Q}_{\text{гр}} + [\mathbf{A}_{\text{гр}}^T]^{-1} \mathbf{P}_{\text{гр}} \right] + \right. \\ & \left. + \Delta_\Psi \left[[\mathbf{A}^T]^{-1} \mathbf{Q}_{\text{гр}} \right]^s + \Delta'_\Psi \left[[\mathbf{A}^T]^{-1} \mathbf{Q}_{\text{гр}} + [\mathbf{A}_{\text{гр}}^T]^{-1} \mathbf{P}_{\text{гр}} \right]^s \right\}, \end{aligned}$$

где

$$\left[[\mathbf{A}^T]^{-1} \mathbf{Q}_{\text{гр}} \right]^s = \left[\text{sign} \left[[\mathbf{A}^T]^{-1} \mathbf{Q}_{\text{гр}} \right] \right],$$

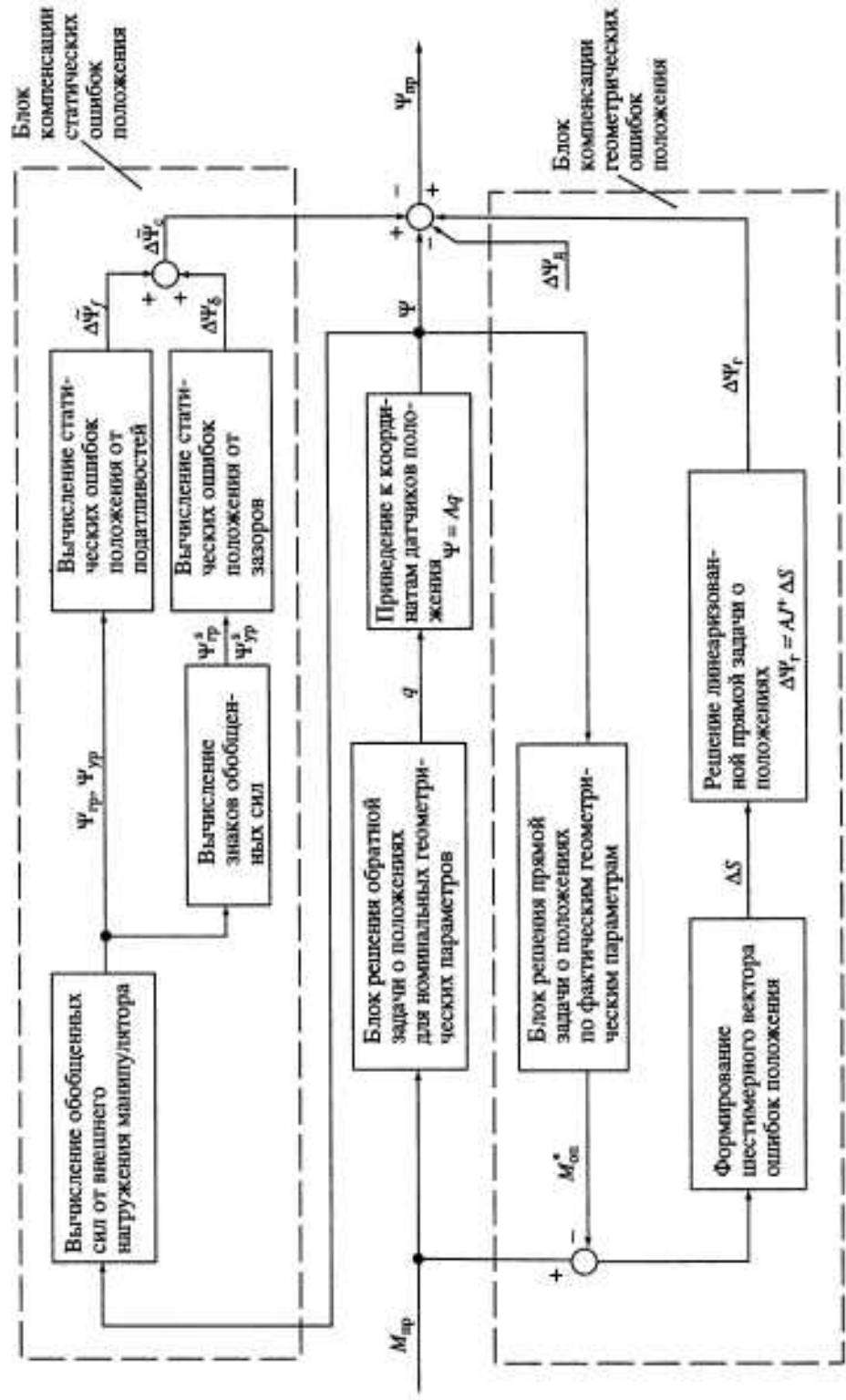


Рис. 7.3. Функциональная блок-схема подсистемы компенсации ошибок, включаемой в устройство управления ПР

$$[A^T]^{-1}Q_{гр} + [A_{yp}^T]^{-1}P_{yp}]^T = [\text{sign}[A^T]^{-1}Q_{гр} + [A_{yp}^T]^{-1}P_{yp}]]$$

Полученные выше зависимости определяют все элементы корректирующей поправки к управляющей программе ПР, компенсирующей статические и геометрические ошибки положений рабочего органа манипулятора

$$\Delta\bar{\psi}_z = \Delta\bar{\psi}_c + \Delta\bar{\psi}_r$$

Для повышения точности аналитически программируемого ПР в устройстве управления, а именно при переходе от исходной программы к управляющей, должны быть предусмотрены расчет и внесение в управляющую программу корректирующей поправки $\Delta\bar{\psi}_z$. Один из вариантов функциональной блок-схемы подсистемы устройства управления ПР, реализующей предлагаемые алгоритмы компенсации геометрических и статических ошибок положения, приведен на рис. 7.3.

В области блока компенсации геометрических ошибок положения блок-схема может быть несколько изменена. Для уточнения решения целесообразно использовать дополнительную итеративную процедуру: найденные корректирующие поправки $\Delta\bar{q}_i$, компенсирующие погрешности геометрических параметров звеньев руки, суммируют с номинальными значениями обобщенных координат q_i , их сумму принимают за "новые" номинальные значения q_i : $q_i + \Delta\bar{q}_i$. Далее процедуру составления и решения системы (7.2) повторяют.

Полученные зависимости могут быть использованы для коррекции управляющей программы лишь при известных (паспортизованных) первичных ошибках $\Delta\alpha_i$, Δt_i , Δa_i , $\Delta\psi_i$ ($i = \overline{1, n}$) изготовления, сборки и установки "нулей" датчиков положения, жесткостных характеристиках f_i , f'_i и зазорах δ_i , δ'_i в механических передачах привода звеньев ПР. Поэтому важной является задача разработки экспериментальных методов аттестации этих параметров.

7.5. АТТЕСТАЦИЯ ЖЕСТКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПРИВОДА ЗВЕНЬЕВ РУКИ РОБОТА

Для определения жесткостных характеристик приведенных податливостей f_i , f'_i и зазоров δ_i , δ'_i можно воспользоваться как расчетными, так и экспериментальными методами. Последние позволяют более точно определить величины податливостей и зазоров механических передач.

Известные к настоящему времени экспериментальные методы определения жесткостных характеристик манипулятора сводятся в основном к двум способам: прямому и косвенному. Более распространенный прямой способ [14, 31, 35] основан на статическом нагружении рабочего органа ПР тарированной разнонаправленной силой и измерении его пространствен-

ного перемещения. При этом во время испытаний валы индивидуальных двигателей закрепляют. Затем по результатам измерения вычисляют матрицы податливости манипулятора. При косвенном способе [33] по результатам динамических измерений наряду с собственной частотой механической части исследуемой степени подвижности определяют также отношение статической жесткости к приведенному моменту инерции. Определив одним из известных [2, 33] методов приведенный момент инерции конструкции, на основе этого соотношения вычисляют абсолютное значение статической жесткости.

Общим недостатком упомянутых способов является их ограниченная применимость – в основном к манипуляторам с ортогональной структурой (или близкой к ней). Для роботов с антропоморфной структурой для получения жесткостных характеристик кинематических цепей привода по отдельным степеням подвижности требуется большое число измерений и пересчет результатов измерений перемещения рабочего органа ПР по сложным формулам, учитывающим конфигурацию руки. Кроме того, для роботов с антропоморфной структурой и двигателями, установленными не на звеньях руки, при таком способе измерений практически очень трудно выделить зазоры в механических передачах.

Рассмотренный ниже прямой метод экспериментального определения жесткостных характеристик манипулятора [6] лишен указанных недостатков и применим к манипуляторам общего вида, в том числе с дифференциальной структурой передач механизма привода. Этот метод определения величин приведенных податливостей f_p , f'_i и зазоров δ_p , δ'_i механических передач основан на использовании тех обобщенных координат, в которых матрица единичных податливостей имеет диагональный вид. В этих же координатах можно записать диагональную матрицу зазоров. В манипуляторах, не содержащих механизма развязки, данному требованию удовлетворяют координаты ψ_i – углы поворота валов двигателей.

При измерениях схват ПР фиксируют относительно основания, а механизм уравнивания отключают. Нагружение системы и измерение перемещений – податливостей и зазоров, производят в указанных координатах. При этом необходима такая последовательность действий.

Валы двигателей нагружают тарированными силами (моментами) и регистрируют показания датчиков перемещения элементов механических передач, связывающих входные элементы приводов со звеньями руки манипулятора. Затем строят упругие характеристики каждой степени подвижности манипулятора, по ним определяют величины жесткостей механических передач и зазоров в них.

Перемещения элементов механических передач могут регистрироваться датчиками положения, имеющимися в комплекте ПР. Для повышения точности измерений за счет исключения влияния зазоров в шарнирах скелета руки валы двигателей поочередно нагружают переменными тарированными силами (моментами). При этом при каждом нагружении одного из двигателей входные элементы остальных двигателей нагружают постоянными силами на все время снятия характеристики измеряемой передачи.

Рис. 7.4. Результат экспериментального определения жесткостной характеристики передач привода при многократных циклах нагружение-разгружение

Эту же цель можно достичь и другим методом: кроме рабочего органа, дополнительно закрепляют звенья руки относительно основания, после чего нагружают механическую систему.

Чтобы выделить зазоры из общего измеренного перемещения строят графики зависимости $\Delta\psi_i = \Delta\psi_i(\psi_i)$ (рис. 7.4). Различие "поведения" податливости и зазора при нагружении системы позволяет их разделить. Кроме того, для определения податливостей f'_i и зазоров δ'_i механических передач, на элементы которых действуют как гравитационные силы, так и силы механизма уравнивания, необходимо провести дополнительный эксперимент. Зафиксировать относительно звеньев руки робота (при неподвижном рабочем органе) или непосредственно относительно основания валы механизма привода робота, к которым прикладывают силы уравнивания. Затем нагрузить валы двигателей ПР и измерить перемещение.

Податливости f'_i и зазоры δ'_i механических передач от звеньев скелета руки до элементов, к которым приложены силы уравнивания, определяются по формулам

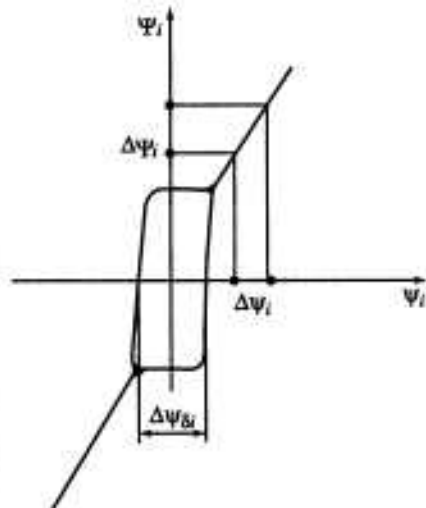
$$f_i = f_{\Sigma i} - f'_i,$$

$$\delta_i = \delta_{\Sigma i} - \delta'_i,$$

где $f_{\Sigma i}$ и $\delta_{\Sigma i}$ — суммарные податливость и зазор, измеренные и вычисленные при нагружении механической системы робота в целом, когда зафиксирован только рабочий орган.

Варианты схем проведения измерений по определению жесткостных характеристик манипулятора электромеханического робота ТУР-10 в соответствии с описанной методикой представлены на рис. 7.5 и 7.6.

На основании 1 стэнда закрепляют стойку 2 манипулятора. Рабочий орган 3 манипулятора также закрепляют относительно основания 1. Входные элементы 4–8 (см. рис. 7.5) приводных двигателей 9–13 нагружают тарированными моментами с помощью, например моментных ключей (на рисунке не показаны), и регистрируют их перемещения с помощью датчиков обратной связи 14–18 по положению звеньев руки 19–23. После снятия показаний строят парциальные упругие характеристики каждой степени подвижности манипулятора. По ним находят жесткости механических передач и зазоров в них. По жесткостям определяют элементы матрицы податливостей манипулятора, а по величинам парциальных за-



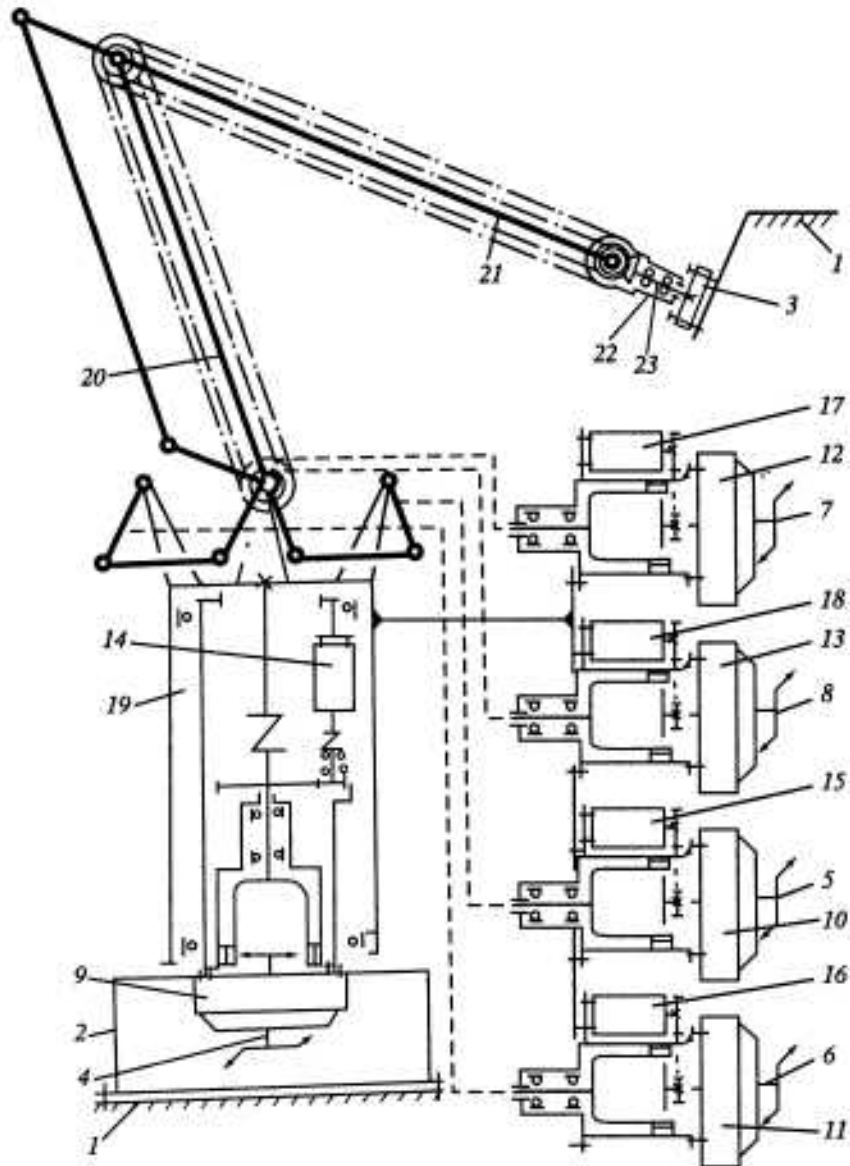


Рис. 7.5. Схема экспериментального определения жестких характеристик механической руки ПР

зоров – зависимости отклонений рабочего органа манипулятора от конфигурации и нагрузки.

Для исключения влияния на точность измерений зазоров в шарнирах руки, например при определении жестких характеристик привода звена 20, входные элементы 4–8 приводных двигателей 9, 11–13 звеньев 19, 21–23 (всех кроме звена 20) нагружают постоянными моментами. После этого закрепляют указанные входные элементы относительно, например, корпусов двигателей. Затем нагружают тарированной нагрузкой входной элемент

Рис. 7.6. Стенд для определения жесткостных характеристик механической руки ПР

5 двигателя 10 привода звена 20 руки и регистрируют показания датчика 15 положения звена 20.

Вариант схемы проведения измерений с дополнительно закрепленными относительно основания звеньями руки приведен на рис. 7.6. Данная схема также позволяет исключить влияние как зазоров в шарнирах руки, так и упругости ее звеньев на измеряемые параметры.

Ускоренное определение жесткостных характеристик манипулятора, например привода звена 20, проводят следующим образом. Присоединяют к входному элементу 5 приводного двигателя 10 (см. рис. 7.5) диск 24. Наматывают на диск прочную нить 25, не менее 3–4 витков. К обоим концам нити привязывают грузы 26, 27, например, массой 0,2 кг. Закрепляют от перемещений звено 20 при помощи зажима 28.

Поднимают первый груз 26 и регистрируют показания датчика 15 (число A_{10}). Затем, опустив груз 26, приподнимают второй груз 27 и регистрируют второе показание датчика 15 (число B_{10}). Отпускают второй груз 27 и регистрируют третье показание датчика 15 (число B_{10}). Зазор в механических передачах привода звена 20 определяется по формуле

$$\delta \equiv |A_{10} - B_{10}| - 2|B_{10} - B_{10}|.$$

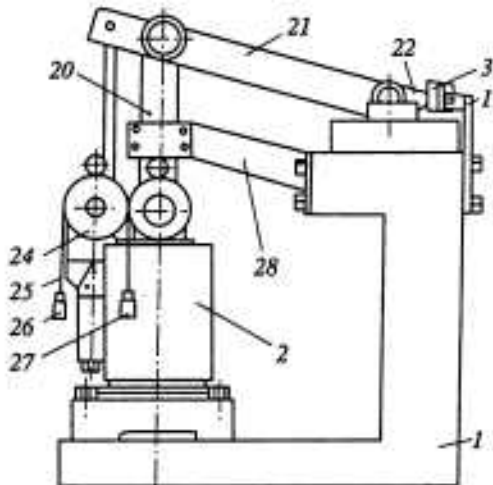
Податливость передачи определяется приближенным равенством

$$f \equiv |B_{10} - B_{10}| / rmg,$$

где r – радиус диска 24, m – масса груза 26 или 27.

Для более точного определения жесткостных характеристик манипулятора следует строить парциальные упругие характеристики звеньев (см. рис. 7.4).

Жесткость c_i кинематической цепи привода i -й степени подвижности робота определяется как $c_i = 1/f_i$ (величина, обратная податливости $f_i = \Delta\psi_i / \Delta\Psi_i$), а зазор в передаче как $\delta_i = \Delta\psi_{\delta}$. Следует отметить, что построенная парциальная упругая характеристика привода i -го звена содержит информацию о статическом моменте трения в механических передачах этой степени подвижности робота. На рис. 7.4 моменту трения соответствует абсцисса горизонтального плато графика.



7.6. МЕТОДИКА АТТЕСТАЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗГОТОВЛЕНИЯ И СБОРКИ РУКИ РОБОТА

Аттестовать геометрические ошибки $\Delta\alpha_i$, Δt_i , Δa_i изготовления и сборки манипулятора, а также "привязки" нулей датчиков положения $\Delta\psi_{pi}$ ($i = \overline{1, n}$) можно только экспериментально – прямым или косвенным методом.

Прямые измерения геометрических параметров каждого звена механической руки в отдельности с последующим суммированием размеров не обеспечивают необходимой точности получаемых результатов. С помощью такого традиционного способа невозможно определить действительные геометрические параметры руки робота после окончательной сборки и установки "нулей" датчиков обратных связей по положению в исходных конфигурациях звеньев руки ПР.

Рассмотрим методику аттестации геометрических параметров механической руки ПР косвенным методом [4, 6]. Метод позволяет по результатам некоторых движений или по совокупности положений рабочего органа робота, регистрируемых либо датчиками положения звеньев ПР, либо дополнительно вводимой измерительной системой, определить фактические размеры звеньев. Он базируется на линейной модели влияния погрешностей $\Delta\alpha_i$, Δt_i , Δa_i , $\Delta\psi_{pi}$ ($i = \overline{1, n}$) и статических уводов $\Delta\psi_c = \Delta\psi_s + \Delta\psi_f$ на ошибки положения рабочего органа ПР.

Метод аттестации первичных ошибок изготовления, сборки манипулятора $\Delta\alpha_i$, Δt_i , Δa_i и привязки "нулей" датчиков положения $\Delta\psi_{pi}$ ($i = \overline{1, n}$) основан на измерении фактического расположения рабочего органа робота относительно эталонного геометрического объекта, установленного в его рабочей зоне.

Сущность метода заключается в следующем. В рабочей зоне робота устанавливают эталонный объект с аттестованными геометрическими характеристиками. Затем в режиме ручного управления выводят рабочий орган робота до контакта с характерными точками или плоскостями объекта. В момент контакта измеряют и запоминают показания датчиков положения звеньев руки. По результатам измерений и номинальным геометрическим параметрам руки робота путем вычислений (по формулам (3.1) прямой задачи о положении) воспроизводят "искаженные" геометрические характеристики эталонного объекта (или расстояния между характерными точками, или углы между нормальными к плоскостям объекта, или координаты характерных точек объекта в базовой системе координат робота). Далее по их невязке с аттестованными геометрическими характеристиками эталонного объекта вычисляют действительные геометрические параметры манипулятора. Эта процедура сводится к составлению и последующему решению уравнения типа

$$\text{НЕВЯЗКА } (\Delta\psi_{pi}, \Delta\alpha_i, \Delta t_i, \Delta a_i) = \text{НЕВЯЗКА (эксперимент)}, \quad (7.6)$$

Рис. 7.7. Системы координат ПР ($X_0Y_0Z_0$), эталонного объекта ($X_DY_DZ_D$) и контрольного измерительного инструмента ($X_3Y_3Z_3$)

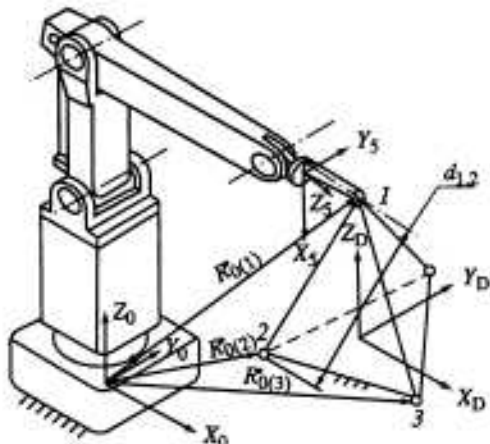
левая часть которого является аналитическим выражением для невязки в функции искомых погрешностей $\Delta\psi_{ab}$, $\Delta\alpha_i$, Δt_i , Δa_i ($i = \overline{1, n}$), а правая – представляет разность между аттестованной и соответствующей ей "искаженной" геометрической величиной, рассчитанной с использованием формулы (3.1).

При измерениях в качестве сменного рабочего органа манипулятора на n -м звене механической руки закрепляют контрольный инструмент, например измерительную головку (рис. 7.7). Выбор геометрических параметров, определяющих положение наконечника инструмента в системе координат n -го звена (координаты x_n , y_n , z_n), является важной стадией, которая рассмотрена ниже.

Прежде чем проводить аттестацию геометрических параметров ПР, необходимо обозначить неподвижную систему абсолютных декартовых координат, связанную со стойкой робота, а также систему координат, связанную с n -м звеном руки (см. рис. 7.7). Фактически это сводится к назначению направлений осей X_0 и X_n . В n -й системе координат с высокой точностью определяют положение наконечника контрольного инструмента. От оси X_0 в дальнейшем будет вестись отсчет относительного угла поворота первого подвижного звена.

Направление оси X_0 удобно выбрать таким, как показано на рис. 7.7, т.е. чтобы ось X_0 была параллельна касательной к упору на основании или проходила через любую другую характерную точку неподвижного основания. Для этого надо подвести к упору подвижное звено и снять показания ψ_i соответствующего датчика положения.

Информацию об измерениях можно снимать с имеющихся в конструкции ПР датчиков обратной связи по положению звеньев руки, а также с дополнительных датчиков перемещений смежных звеньев механической руки, устанавливаемых на время эксперимента. Установка измерительных датчиков положения непосредственно между звеньями механической руки позволяет более точно определить первичные ошибки $\Delta\alpha_i$, Δt_i , Δa_i ($i = \overline{1, n}$) изготовления и сборки манипулятора, исключив из схемы измерений податливости и зазоры в механических передачах между датчиками положения и звеньями руки. Однако при таком способе проведения эксперимента необходим специальный стенд, который целесообразно иметь на заводах-изготовителях ПР.



7.7 АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПОГРЕШНОСТЕЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НА ОСНОВЕ ИНФОРМАЦИИ ОТ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ ПОЛОЖЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ РУКИ

Использование дополнительных датчиков перемещений, устанавливаемых на время эксперимента между смежными звеньями руки, приводит к следующему общему алгоритму составления уравнения типа (7.6). По номинальным значениям α_i , t_i и a_i конструктивных параметров звеньев руки, показаниям q_{zi} экспериментальных датчиков положения и формулам прямой задачи о положениях вычисляют "искаженное" (не фактическое) положение и ориентацию рабочего органа робота, определяемые преобразованием

$$M_{z,0n} = \prod_{i=1}^n M_{z,i-1,i}$$

Индекс "з" здесь и в дальнейшем будет означать, что величина получена по показаниям дополнительных экспериментальных датчиков, а его отсутствие, что величина получена по показаниям датчиков обратных связей по положению звеньев руки, имеющихся в конструкции ПР. Искажёнными они являются потому что расчеты ведут по номинальным значениям q_{zi} , α_i , t_i , a_i , которые отличаются от фактических q_{zi}^* , α_i^* , t_i^* , a_i^* на некоторые величины Δq_{zi} , $\Delta \alpha_i$, Δt_i , Δa_i , обусловленные погрешностями изготовления звеньев и сборки манипулятора, а также ошибками установки "нулей" дополнительных датчиков положения в исходных конфигурациях звеньев механической руки.

Вместе с тем достаточно точно измеряют фактическое пространственное расположение рабочего органа ПР относительно эталонного объекта, установленного в рабочей зоне робота, определяемое $[4 \times 4]$ -матрицей M_{0n} . Если с помощью линейного преобразования M_{0n} привести результаты этих измерений к неподвижной абсолютной системе координат ПР, то можно записать уравнение

$$\Delta M_{0n}(\Delta q_{zi}, \Delta \alpha, \Delta t, \Delta a) = M_{0n} M_{Dn} - M_{z,0n}, \quad (7.7)$$

связывающее геометрические параметры с аттестованными геометрическими характеристиками эталонного объекта.

Аналитическое выражение $\Delta M_{0n}(\Delta q_{zi}, \Delta \alpha, \Delta t, \Delta a)$ для невязки может быть получено линеаризацией исходного выражения

$$M_{0n} = \prod_{i=1}^n M_{i-1,i}$$

по соответствующим параметрам q_i , a_i , α_i , t_i ($i = \overline{1, n}$)

Общий вид матрицы $\partial M_{\alpha, i-1, i} / \partial \bar{s}_k$ при различных параметрах дифференцирования q_i, α_i, t_i, a_i

Параметр дифференцирования $\partial \bar{s}_k$	Общий вид матрицы $\partial M_{i-1, i} / \partial \bar{s}_k$
∂q_i	$\left[\begin{array}{ccc c} -\sin q_i & -\cos \alpha_i \cdot \cos q_i & \sin \alpha_i \cdot \cos q_i & -a_i \sin q_i \\ \cos q_i & -\cos q_i \cdot \sin \alpha_i & \sin \alpha_i \cdot \sin q_i & a_i \cos q_i \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$
$\partial \alpha_i$	$\left[\begin{array}{ccc c} 0 & \sin \alpha_i \cdot \sin q_i & \cos \alpha_i \cdot \sin q_i & 0 \\ 0 & -\sin \alpha_i \cdot \cos q_i & -\cos \alpha_i \cdot \cos q_i & 0 \\ 0 & -\cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$
∂a_i	$\left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & \cos q_i \\ 0 & 0 & 0 & \sin q_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$
∂t_i	$\left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$

$$\Delta M_{0n}(\Delta q_{3n}, \Delta \alpha, \Delta t, \Delta a) = \sum_{i=1}^n \left[\left(\partial M_{\alpha, 0n} / \partial q_i \right) \Delta q_{3ni} + \left(\partial M_{\alpha, 0n} / \partial \alpha_i \right) \Delta \alpha_i + \left(\partial M_{\alpha, 0n} / \partial t_i \right) \Delta t_i + \left(\partial M_{\alpha, 0n} / \partial a_i \right) \Delta a_i \right],$$

где $\partial M_{\alpha, 0n} / \partial \bar{s}_k = M_{\alpha, 0, i-1} (\partial M_{\alpha, i-1, i} / \partial \bar{s}_k) M_{\alpha, i+1, n}$, $k = \overline{1, 4}$, т.е. $\bar{s}_1 = q_i$; $\bar{s}_2 = \alpha_i$; $\bar{s}_3 = t_i$; $\bar{s}_4 = a_i$. Общий вид матриц $\partial M_{\alpha, i-1, i} / \partial \bar{s}_k$ приведен в табл. 7.1.

$[4 \times 4]$ -Матрица M_{0D} преобразования системы известных декартовых координат $0_D X_D Y_D Z_D$ эталона в абсолютные декартовые координаты $0_0 X_0 Y_0 Z_0$ робота имеет вид

$$M_{0D} = \left[\begin{array}{c|c} K_{0D} & X_{0D} \\ \hline 000 & 1 \end{array} \right].$$

Правый верхний $[3 \times 1]$ -столбец X_{0D} характеризует положение центра системы координат $0_D X_D Y_D Z_D$ в системе координат $0_0 X_0 Y_0 Z_0$ робота, а левая

верхняя $[3 \times 3]$ -подматрица K_{OD} – есть матрица направляющих косинусов указанных систем координат.

Компоненты матрицы M_{OD} могут быть неизвестны или могут быть определены недостаточно точно. Поэтому в общем случае матричное уравнение (7.7) представляет собой краткую запись системы из шести независимых линейных неоднородных уравнений с $4n + 12$ неизвестными: Δq_{2i} , $\Delta \alpha_i$, Δt_i , Δa_i ($i = \overline{1, n}$) и 12 компонент матрицы M_{OD} . Чтобы определить неизвестные, необходимо составить $4n + 12$ уравнений.

В зависимости от имеющейся возможности измерений фактического расположения рабочего органа ПР относительно эталона, т.е. от того, какие из шести независимых элементов матрицы M_{Dn} можно экспериментально определить (регистрировать), строят схемы измерений. При этом базируются на приравнивании различного числа соответствующих элементов (от одного до шести) матриц левой и правой частей уравнения (7.7).

Достаточное число κ_1 точек (конфигураций руки) измерений определяется из неравенства $\kappa_1 \geq (4n + 12)/\kappa_2$, где $2 \leq \kappa_2 \leq 6$ – число независимых элементов матрицы M_{Dn} , регистрируемых на стенде. Заметим, что наиболее просто измеряют координаты наконечника измерительного инструмента относительно эталонного объекта, т.е. элементы четвертого столбца матрицы M_{Dn} .

Для исключения влияния неконтролируемых факторов, связанных, например, с трением и изменением температуры окружающей среды, измерения в одних и тех же конфигурациях руки робота следует повторить несколько раз (обычно достаточно трех раз) и провести рандомизацию параллельных опытов [30]. Кроме того, чтобы из решения линейной системы можно было определить компоненты матрицы M_{Dn} , требуются по крайней мере 4 характерные точки объекта, не принадлежащие одной плоскости.

Вычислив по результатам каждого опыта коэффициенты и правую часть уравнений (7.7), составляют систему линейных уравнений

$$\Phi_2 \Delta \Gamma = D_2, \quad (7.8)$$

где $\Phi_2 = [\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 \times (4n + 12)]$ -матрица коэффициентов при неизвестных; κ_3 – число параллельных опытов в каждой из κ_1 точек; $\Delta \Gamma$ – $(4n + 12)$ -мерный вектор неизвестных; $D_2 = (\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3)$ -мерный вектор свободных членов.

Так как в системе (7.8) число уравнений $\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3$ больше числа неизвестных $4n + 12$ и все результаты измерений одинаково достоверны, то для нахождения решения используют метод наименьших квадратов [30] и известный [1] аппарат псевдообратных матриц. Для оценки $\hat{\Delta \Gamma}$ неизвестных параметров используют формулу

$$\hat{\Delta \Gamma} = \Phi_2^+ D_2, \quad (7.9)$$

где $\Phi_2^+ = (\Phi_2^T \Phi_2)^{-1} \Phi_2^T$ – псевдообратная матрица для матрицы Φ_2 при условии линейной независимости столбцов последней. В частности, для линейной независимости уравнений системы (7.8) необходимо, чтобы при "изме-

рениях" эталонного объекта перемещения в шарнирах руки работа при переходе от конфигурации к конфигурации были не менее 5° .

Решения (7.9) системы (7.8) определяют четыре искомым n -мерных вектора $\Delta \hat{q}_{xi}$, $\Delta \hat{\alpha}_i$, $\Delta \hat{S}_i$, $\Delta \hat{a}_i$ и 12 компонент $[4 \times 4]$ -матрицы M_{0D} преобразования координат. Ее $[3 \times 3]$ -подматрица поворотов должна обладать свойством ортогональности. Однако это условие не было "заложено" в модель – систему уравнений (7.7) и затем (7.8). Поэтому девять найденных из (7.9) оценок компонент матрицы поворотов K_{0D} не будут отвечать этому требованию. В итоге ошибки их определения приведут к дополнительным погрешностям определения искомым оценок $\Delta \hat{q}_{xi}$, $\Delta \hat{\alpha}_i$, $\Delta \hat{S}_i$, $\Delta \hat{a}_i$ ($i = \overline{1, n}$). Эти ошибки обусловлены погрешностями измерений при проведении эксперимента.

Точность полученных оценок можно повысить, если к системе (7.7) добавить шесть уравнений связи девяти компонент матрицы поворотов K_{0D} . Необходимым условием ортогональности матрицы является ортонормированность ее векторов-строк и векторов-столбцов. С учетом шести уравнений связи из девяти компонент K_{ij} ($i, j = \overline{1, 3}$) матрицы K_{0D} независимыми будут лишь три любые компоненты, одновременно не принадлежащие одной строке или столбцу. Добавив к линейной системе (7.7) нелинейные уравнения связей, получим систему нелинейных уравнений

$$\Phi_s \Delta \Gamma = D_s,$$

$$\sum_{j=1}^3 K_{ij}^2 = 1, \quad i = \overline{1, 3}, \quad (7.10)$$

$$\sum_{i=1}^3 K_{ij}^2 = 1, \quad j = \overline{1, 3},$$

содержащих $4n + 12$ неизвестных, из которых $4n + 6$ являются независимыми.

Имея в виду, что оценки $\Delta \hat{\Gamma}$, найденные из (7.9) без учета требований ортогональности матрицы K_{0D} , будут близки к более точным оценкам $\Delta \hat{\Gamma}$ и отличаться от них только вследствие ошибок измерений, оценить $\Delta \hat{\Gamma}$ из уравнений (7.10) можно, используя метод наименьших квадратов с линейными ограничениями [1, 30].

Алгоритм решения сводится к следующему. Используя найденные из (7.9) оценки $\Delta \hat{\Gamma}$ и разложение функции в ряд Тейлора вблизи $\Delta \hat{\Gamma}_i$, каждое нелинейное уравнение в (7.10) можно приближенно (с точностью до малых второго порядка) представить в виде линейного

$$\hat{K}_{11} K_{11} + \hat{K}_{12} K_{12} + \hat{K}_{13} K_{13} \cong 0,5 \left(1 + \hat{K}_{11}^2 + \hat{K}_{12}^2 + \hat{K}_{13}^2 \right) = B_1.$$

Таким образом, вместо подсистемы нелинейных уравнений в (7.10) можно записать подсистему линейных уравнений

$$\mathbf{L}\Delta\Gamma = \mathbf{B}, \quad (7.11)$$

где \mathbf{L} – $[6 \times (4 + 12)]$ -матрица коэффициентов при неизвестных, содержащая $[6 \times 9]$ -подматрицу, элементы которой представляют собой оценки \hat{K}_{ij} девяти компонент матрицы поворотов \mathbf{K}_{0D} , найденные из (7.9), остальные ее элементы равны нулю; $\Delta\Gamma$ – $[4n + 12]$ -мерный вектор неизвестных; \mathbf{B} – вычисляемый по оценкам шестимерный вектор свободных членов.

Теперь можно переформулировать задачу нахождения оценок решения системы (7.10) как нахождение оценок решений линейной системы (7.8) при линейных ограничениях (7.11). Вектор оценки с минимальной нормой невязки решения такой задачи определяется по формуле [1]

$$\hat{\Delta\Gamma} = \mathbf{L}^+ \mathbf{B} + \underline{\Phi}_3^+ \underline{D}_3, \quad (7.12)$$

где $\underline{\Phi}_3 = \Phi_3(\mathbf{E} - \mathbf{L}^+ \mathbf{L})$, $\underline{D}_3 = D_3 - \Phi_3 \mathbf{L}^+ \mathbf{B}$, \mathbf{E} – единичная матрица.

Полученное выражение (7.12) учитывает при нахождении оценок $\Delta\hat{q}_{xi}$, $\Delta\hat{\alpha}_i$, $\Delta\hat{l}_i$, $\Delta\hat{a}_i$ ($i = \overline{1, n}$) искомых параметров требование ортогональности $[3 \times 2]$ -подматрицы \mathbf{K}_{0D} $[4 \times 4]$ -матрицы преобразования координат эталонного геометрического объекта в абсолютную систему координат робота.

Вернемся к анализу оценок, найденных из (7.9), среди которых имеется n -мерный вектор Δq_{xi} "ошибок" установки нулей дополнительных датчиков перемещений, установленных в шарнирах руки. С помощью этого вектора можно определять искомые ошибки $\Delta\psi_{ij}$ ($i = \overline{1, n}$) привязки "нулей" n датчиков положения, имеющихся в конструкции ПР. Для этого при каждом измерении в x_1 характерных точках воспользуемся уравнением

$$\mathbf{A}_d^{-1} \psi_d = \Phi^{-1} (\psi + \Delta\psi_c) - (q_s - \Delta q_{3x}). \quad (7.13)$$

где ψ и q_s – соответственно n -мерные векторы показаний датчиков положения, имеющихся в конструкции ПР и установленных дополнительно между смежными звеньями руки; Δq_{3x} – найденные из решения (7.9) постоянные величины ошибок "привязки нулей" экспериментальных датчиков; $\Delta\psi_c$ – величины статических ошибок положения рабочего органа манипулятора, приведенные к координатам ψ – валам датчиков положения, имеющихся в конструкции робота (см. рис. 7.4 и 7.5).

Составим из уравнений (7.13), записанных для каждого измерения в x_1 характерных точках, систему уравнений

$$\underline{\mathbf{A}} \cdot \Delta\psi_d = \Delta q_{3++},$$

где $\underline{\mathbf{A}} = \|\underline{\mathbf{A}}^{-1}; \underline{\mathbf{A}}^{-1}; \dots; \underline{\mathbf{A}}^{-1}\|^T$ – $[n \times_1 \times_3 \times n]$ -блочная матрица, состоящая из $\times_1 \times_3$ $[n \times n]$ -матриц \mathbf{A} ; $\Delta\psi_d$ – n -мерный вектор неизвестных; $\Delta q_{3++} = (n \times_1 \times_3)$ -

мерный блочный вектор, состоящий из $x_1 \times x_3$ n -мерных векторов – правых частей уравнений (7.13).

Решение последней системы по методу наименьших квадратов будет

$$\Delta \hat{\psi}_d = \underline{\mathbf{A}}^+ \Delta \mathbf{q}_{s+c},$$

где $\underline{\mathbf{A}}^+ = [\underline{\mathbf{A}}^T \underline{\mathbf{A}}]^{-1} \underline{\mathbf{A}}^T$ – псевдообратная матрица для матрицы $\underline{\mathbf{A}}$.

В основе уравнений, составленных для вычислений, может лежать воспроизведение как координат характерных точек объекта в его собственной системе координат, так и других геометрических величин, инвариантных к координатным преобразованиям: расстояний между характерными точками объекта или углов между нормальными к плоскостям. В этом случае, используя известные из аналитической геометрии формулы принадлежности точек прямой или плоскости, надо вычислять указанные характеристики – расстояния и/или углы между плоскостями. В качестве эталонного объекта может быть использована инструментальная линейка или угольник.

Схема измерений, иллюстрирующая метод аттестации размеров звеньев руки робота с помощью инструментальной линейки, представлена на рис. 7.7. Известно, что длина отрезка в пространстве определяется нормой разности двух векторов, задающих соответственно начало и конец отрезка. Применительно к задаче аттестации параметров ПР можно записать

$$\left[(\mathbf{R}_{s0(2)} + \Delta \mathbf{R}_{s0(2)}) - (\mathbf{R}_{s0(1)} + \Delta \mathbf{R}_{s0(1)}) \right]^T \left[(\mathbf{R}_{s0(2)} + \Delta \mathbf{R}_{s0(2)}) - (\mathbf{R}_{s0(1)} + \Delta \mathbf{R}_{s0(1)}) \right] = d_{1,2}^2,$$

где $\mathbf{R}_{s0(i)} = \mathbf{M}_{s,0n(i)} \mathbf{R}_n$, $i = 1, 2$ – векторы, рассчитанные по показаниям $q_{s(1)}$ и $q_{s(2)}$ дополнительных датчиков положения и номинальным параметрам звеньев руки, определяющие характерную точку n -го звена руки (наконечник контрольного инструмента) в абсолютной системе координат; измерения проводят при касании наконечником соответственно начала и конца отрезка; $d_{1,2}$ – аттестованная длина отрезка; $\Delta \mathbf{R}_{s0(i)} = \Delta \mathbf{M}_{0n(i)} (\Delta q_{s(i)}, \Delta \alpha, \Delta t, \Delta a) \cdot \mathbf{R}_n$ ($i = 1, 2$) – геометрические ошибки положения в абсолютной системе координат робота, обусловленные наличием первичных ошибок изготовления и сборки манипулятора $\Delta q_{s(i)}$, $\Delta \alpha$, Δt , Δa , не равных нулю. Выполнив перемножение, в пренебрежении малыми второго порядка получим

$$\Delta \mathbf{R}_{s0(2)}^T \Delta \mathbf{R}_{s0(2-1)} - \Delta \mathbf{R}_{s0(1)}^T \Delta \mathbf{R}_{s0(2-1)} \cong 0,5 (d_{1,2}^2 - \mathbf{R}_{s0(2-1)}^T \mathbf{R}_{s0(2-1)}), \quad (7.14)$$

где $\mathbf{R}_{s0(2-1)} = \mathbf{R}_{s0(2)} - \mathbf{R}_{s0(1)}$. Левая часть этого уравнения является линейным выражением относительно неизвестных $\Delta q_{s(i)}$, $\Delta \alpha$, Δt , Δa , а правую вычисляют по номинальным геометрическим параметрам звеньев руки и аттестованному расстоянию между характерными точками эталона.

Для определения $4n$ неизвестных надо составить три уравнения по матричному равенству (7.7), соответствующих аттестованным координатам одной точки эталонного объекта (например, точки 1 на рис. 7.7) в абсолютной системе координат робота, и не менее $4n - 3$ уравнений (7.14).

**7.8. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПОГРЕШНОСТЕЙ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ
НА ОСНОВЕ ИНФОРМАЦИИ
ОТ ДАТЧИКОВ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ
ПО ПОЛОЖЕНИЮ ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА**

В условиях эксплуатации ПР аттестация первичных ошибок $\Delta\psi_{pi}$, $\Delta\alpha_i$, Δt_i , Δa_i ($i = \overline{1, n}$) с помощью датчиков, имеющихся в конструкции робота, практически не отличается от описанной выше. При этом также по измерениям в каждой из κ_1 характерных точек объекта составляют системы линейных уравнений, аналогичные, например (7.7),

$$M_{0D} M_{Dn} - \sum_{i=1}^n [(\partial M_{0n} / \partial q_i) \Delta q_{pi} + (\partial M_{0n} / \partial \alpha_i) \Delta \alpha_i + (\partial M_{0n} / \partial t_i) \Delta t_i + (\partial M_{0n} / \partial a_i)] = M_{0n}. \quad (7.15)$$

Матрицу M_{0n} вычисляют по номинальным значениям параметров α_i , t_i , a_i ($i = \overline{1, n}$) и приведенным к обобщенным координатам q_i показаниям датчиков ψ_i с учетом статических уводов $\Delta\psi_{ci}$. При этом вектор обобщенных координат q , используемый в матрицах $M_{i-1, n}$, определяется как

$$q = A^{-1}(\psi + \Delta\psi_c),$$

и

$$\Delta q_n = A^{-1} \Delta\psi_n.$$

После вычисления коэффициентов при неизвестных последнее уравнение по аналогии с (7.8) и (7.9) примет вид

$$\Phi \Delta \Gamma = D \quad (7.16)$$

или

$$\Delta \hat{\Gamma} = \Phi^+ D, \quad (7.17)$$

где $\Phi^+ = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T$ – псевдообратная матрица для матрицы Φ . При желании можно учесть условия ортогональности подматрицы поворотов K_{00} .

Оценки параметров $\Delta\psi_{pi}$, $\Delta\alpha_i$, Δt_i , Δa_i и компонент матрицы M_{0D} преобразования координат осуществляется по данным эксперимента. Очевидно, что эти оценки будут отличаться от истинных значений соответствующих параметров. Дисперсии ошибок $\hat{\sigma}^2$ оценок $\Delta\hat{\psi}_{pi}$, $\Delta\hat{\alpha}_i$, $\Delta\hat{t}_i$, $\Delta\hat{a}_i$; параметров $\Delta\psi_{pi}$, $\Delta\alpha_i$, Δt_i , Δa_i определяются формулой [3, 30]

$$\hat{\sigma}^2 = \|\epsilon_x\|^2 / (\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 - \kappa_4),$$

где $\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3$ – число наблюдений; κ_4 – число оцениваемых параметров; $\|\epsilon_x\|^2 = \epsilon_n^T \epsilon_n$ – квадрат нормы вектора невязки

$$\epsilon_x = D - \Phi \Delta \hat{\Gamma}.$$

Дисперсия какой-либо оценки ΔL_j определяется

$$\hat{\sigma}_{\Delta L_j}^2 = \hat{\sigma}^2 \Phi_{jj},$$

где Φ_{jj} – диагональный элемент матрицы $(\Phi^T \Phi)^{-1}$.

Полученные ошибки могут быть использованы для определения доверительных интервалов параметров и проверки существенности отличия последних от нуля.

Повторное "обнуление" датчиков положения ПР (т.е. привязку "нулей" датчиков) на практике приходится проводить довольно часто. Необходимость таких работ возникает при смене датчиков положения или кинематических передач к ним. При ранее аттестованном скелете руки ($\alpha_i^* = \alpha_i + \Delta\alpha_i$, $t_i^* = t_i + \Delta t_i$, $a_i^* = a_i + \Delta a_i$ ($i = \overline{1, n}$) известны) число неизвестных в уравнении (7.15) уменьшается до $(n + 12)$: поправки Δq_{0i} при $i = \overline{1, n}$ и 12 элементов матрицы M_{00} . Следовательно, для их нахождения требуется меньшее число точек измерений, а именно $n_1 \geq (n + 12)/n_2$.

В частном случае, когда возможна организация точных меток (рисок) на смежных звеньях скелета руки, для повторного обнуления необходима всего одна контрольная точка, соответствующая конфигурации руки, при которой риски расположены друг против друга. При первой аттестации показания датчиков, соответствующие этой конфигурации, с учетом найденных поправок заносят в паспорт робота. При последующих ремонтных работах регистрируют новые показания датчиков и вычисляют соответствующие разности между новыми показаниями $\psi_{нов}$, и паспортными $\psi_{пасп}$ (поправки $\Delta\psi_{0i}$, $i = \overline{1, n}$).

Привязку абсолютных координат робота и рабочего стола, а также технологической оснастки при необходимости можно также осуществлять с помощью уравнения (7.15) при $\Delta M_{00}(\Delta q_{0i}, \Delta\alpha_i, \Delta t_i, \Delta a_i) = 0$. Необходимость таких работ возникает при выполнении манипуляционных задач в известных декартовых координатах, например, свариваемой детали или сборочного стола, а также системы технического зрения. В таких случаях необходимо определить лишь компоненты матрицы M_{00} , для чего достаточно четырех контрольных точек.

7.9. ОСОБЕННОСТИ ТОЧНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ МЕХАНИЧЕСКИХ РУК. СПЕЦИФИКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ПРИ АТТЕСТАЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОШИБОК РУКИ РОБОТА

Аттестация каждой из $4n$ погрешностей геометрических параметров ПР возможна не всегда. Разделение погрешностей зависит от кинематической схемы скелета руки. "Неразделимую" совокупность геометрических погрешностей, определяемую только свойствами структуры скелета руки, будем называть структурным блоком геометрических погрешностей.

Аналитический способ выявления таких блоков может быть построен с использованием метода "преобразованного механизма" [7]. В этом случае каждая частная линейная ($\Delta l_i, \Delta a_i$) или угловая ($\Delta \alpha_i, \Delta q_{pi}$, $i = \overline{1, n}$) геометрическая погрешность манипулятора представляется соответственно в виде поступательной или вращательной кинематической пары.

"Преобразованный механизм" скелета руки робота содержит $4n$ сочленений и с учетом правил назначения систем декартовых координат звеньев руки робота (см. гл. 3) строится по следующим правилам.

Структура "преобразованного механизма" представляет собой последовательность из n кинематических групп, каждая из которых содержит две вращательные В и две поступательные П кинематические пары, и соответствует последовательным поворотам и смещениям систем координат смежных звеньев скелета руки при их совмещении.

В получаемой последовательности кинематических групп ВППВ оси одноименных кинематических пар, образующих сочетание ПП и ВВ, всегда пересекаются и перпендикулярны, а разноименные кинематические пары сочетаний ВП и ПВ всегда соосны. Из $4n$ кинематических пар "преобразованного механизма" n пар (по одной в каждом блоке) соответствуют обобщенным координатам руки робота, а остальные $3n$ имеют лишь возможность "разового" перемещения и фиксации, и определяют пространственное положение первых упомянутых n кинематических пар. Их относительное расположение определяется номинальными размерами q_i, α_i, t_i, a_i ($i = \overline{1, n}$) звеньев руки робота. Возможные перемещения $\Delta q_i, \Delta \alpha_i, \Delta t_i$ и Δa_i в парах "преобразованного механизма" соответствуют одноименным геометрическим погрешностям. Задача заключается в анализе преобразованного механизма на предмет выделения в нем структурных блоков неразделимых геометрических погрешностей.

Общим качественным свойством таких блоков является то, что по экспериментальному измерению невязки (наблюдаемого "дополнительного движения" рабочего органа ПР) возможно определить лишь некоторую суммарную геометрическую погрешность, но не ее распределение внутри блока. Поэтому величину суммарной геометрической погрешности можно приписать одному или нескольким из звеньев блока, а погрешности всех остальных считать равными нулю. На точности программной компенсации ошибок положения рабочего органа ПР эти условно-произвольные действия не скажутся. В зависимости от числа неразделимых погрешностей рассматриваемый блок будем называть одномерным, двумерным или трехмерным.

Нетрудно убедиться в том, что если, например, оси двух и более вращательных пар "преобразованного механизма" совпадают друг с другом и это совпадение обеспечивается структурой механизма, а не мгновенной конфигурацией, то векторы "дополнительного движения" рабочего органа ПР, вызванного возможными смещениями Δq_1 и Δq_2 в этих парах, будут всегда параллельны. Никакими измерениями в рамках описанного выше метода аттестации и последующими вычислениями частные погрешности этих вращательных пар разделить невозможно. При любом числе вращательных пар "преобразованного механизма", входящих в блок, последний может

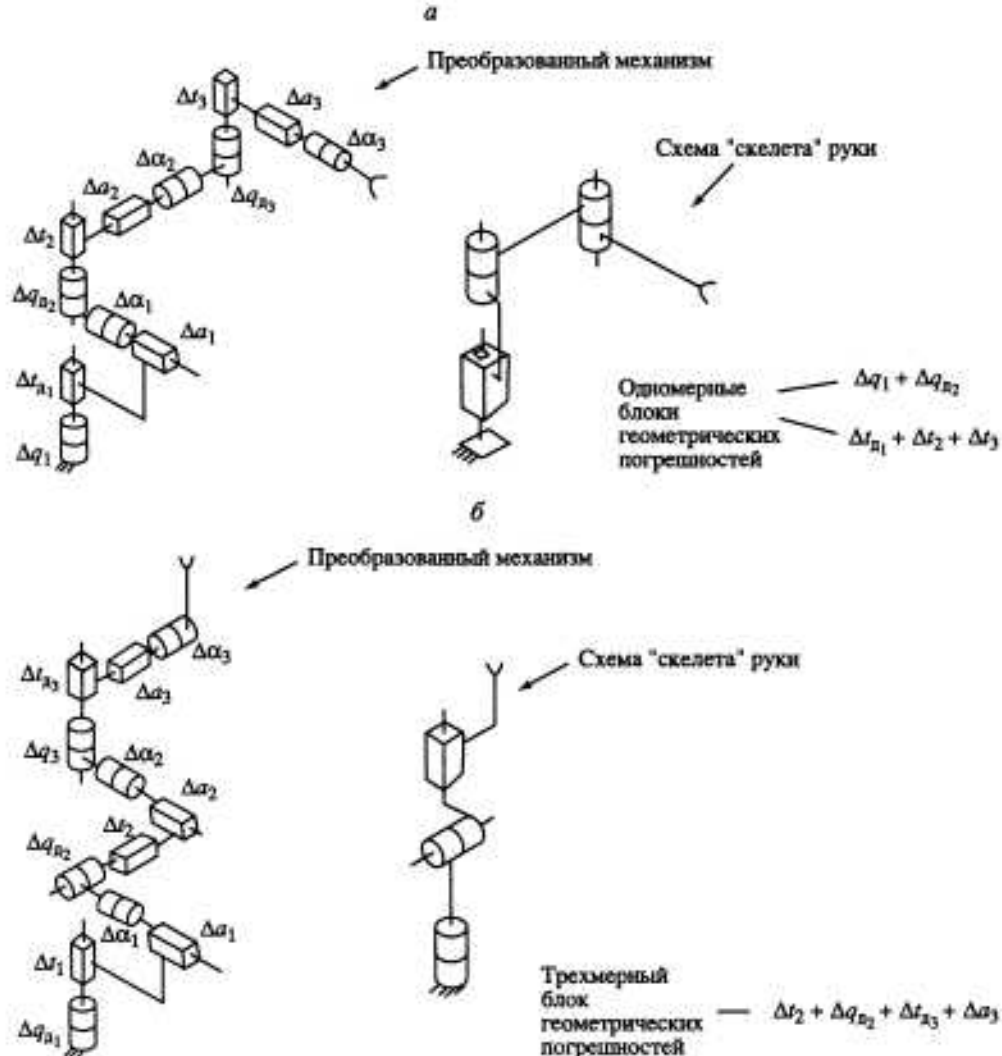


Рис. 7.8. Структурные схемы преобразованных механизмов геометрических погрешностей

характеризоваться лишь одной ненулевой погрешностью. В этом случае мы имеем дело с одномерным структурным блоком геометрических погрешностей.

Практическим примером такого блока, характеризуемого угловой погрешностью Δq_2 , является совокупность погрешностей Δq_1 и Δq_2 в структуре скелета руки, содержащей соосную последовательность вращательной и поступательной кинематических пар. На рис. 7.8, а представлена рассмотренная совокупность кинематических пар скелета руки и соответствующий восьмистепенный "преобразованный механизм".

Аналогично, параллельность (или совпадение) любого числа осей поступательных пар "преобразованного механизма", обусловленная также структурой, а не конфигурацией, приводит к блоку, характеризуемому

одной линейной погрешностью. Распределение погрешности внутри блока также произвольно. Примером такого блока являются совокупности погрешностей Δt_1 , Δt_2 и Δt_3 , содержащиеся в уже рассмотренной нами соосной последовательности вращательной и поступательных пар (см. рис. 7.8, а).

Блок, характеризуемый только двумя неразделимыми погрешностями, образуется в "преобразованном механизме", когда оси более чем двух его поступательных пар не меняют своего относительного расположения и принадлежат одной плоскости. Блок с тремя неразделимыми погрешностями образуется в преобразованном механизме, когда оси более трех пар не меняют своего пространственного положения (см. рис. 7.8, б).

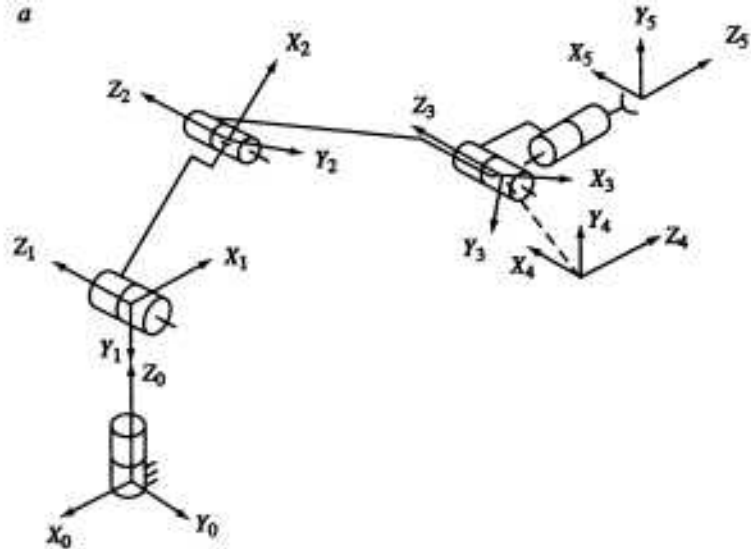
Чаще всего блоки образуются частными погрешностями $\Delta q_{др}$, $\Delta \alpha_n$, Δt_n и Δa_n соседних сочленений манипулятора. Их эквивалентами для нашей задачи являются 8- и 12-степенные модели "преобразованных механизмов", свойства которых и необходимо анализировать. На рис. 7.9 приведены схема скелета руки с указанием систем координат звеньев для промышленного робота ТУР-10К и модель "преобразованного механизма" геометрических погрешностей.

Наличие в структуре преобразованного механизма трех параллельных поступательных пар (Δt_2 , Δt_3 и Δt_4) указывает на существование одномерного блока геометрических погрешностей. Попытка определения с помощью уравнений (7.8) или (7.16) всех элементов, входящих в этот блок, приведет к вырождению матрицы Φ_3 или Φ при любом числе экспериментально определяемых независимых элементов матрицы M_{D_n} . (В дальнейшем индекс "э" опущен в связи с идентичностью рассматриваемых свойств матриц Φ_3 и Φ .)

Достаточно простым и поэтому привлекательным является способ регистрации только координат центра наконечника измерительного инструмента. В этом случае число уравнений (7.8) (соответственно (7.9) и (7.17)) уменьшится на три. Следует иметь в виду, что назначение геометрических параметров x_n , y_n , z_n наконечника контрольного инструмента непосредственно определяет принципиальную возможность (или невозможность) аттестации погрешностей всех четырех геометрических параметров n -го звена руки.

Очевидно, что если наконечник контрольного инструмента лежит на оси вращения n -го звена руки, то никакими измерениями нельзя определить ошибку $\Delta q_{др}$ установки "нуля" датчика положения этого звена. Еще хуже дело обстоит, если координаты наконечника совпадают с центром системы координат n -го звена. В этом случае будет невозможно определить ошибку $\Delta \alpha_n$. Казалось бы, что, сместив наконечник относительно осей n -й декартовой системы координат (выбрав $x_n \neq 0$, $y_n \neq 0$, $z_n \neq 0$), мы сумеем избежать этих неприятностей. Однако, как будет показано ниже, и это предложение не приводит к успеху – нахождению всех четырех погрешностей: $\Delta q_{др}$, $\Delta \alpha_n$, Δt_n и Δa_n . Рассмотрим задачу аттестации всех геометрических параметров механизма с одной степенью подвижности (рис. 7.10).

Пусть на основании с возможностью перемещения относительно последнего установлено звено, геометрические параметры которого необходимо аттестовать. Свяжем с основанием и с подвижным звеном правые системы декартовых координат. Положение одной системы координат



б

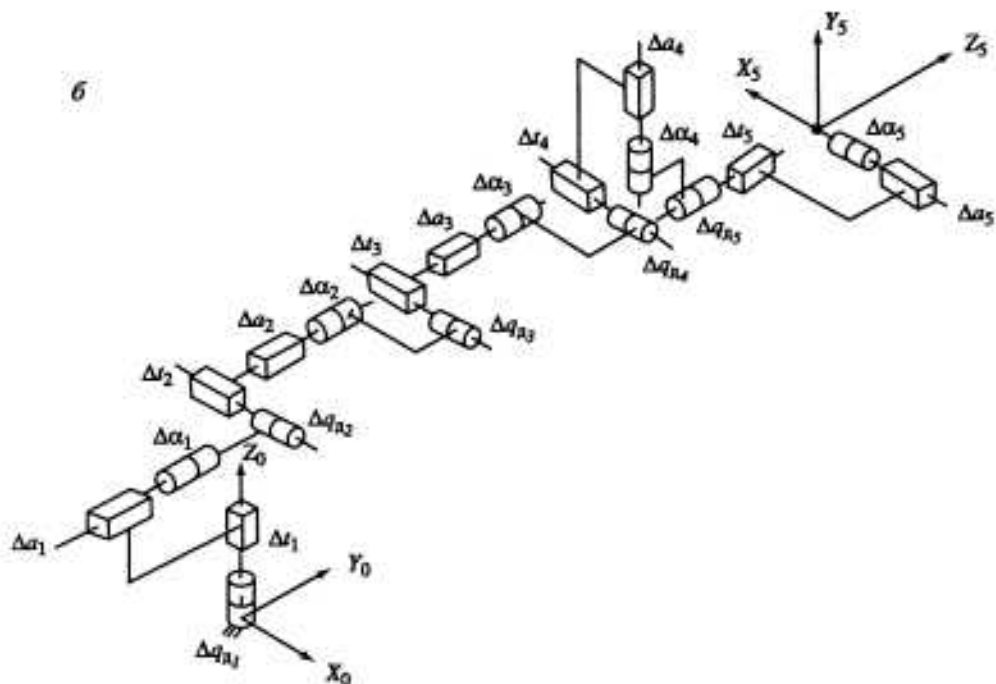


Рис. 7.9. Схема "скелета" руки промышленного робота ТУР-10К с системой координат звеньев (а) и с преобразованным механизмом геометрических погрешностей (б)

относительно другой определяют четыре параметра: q , α , t , a . Пусть на звене также укреплен контрольный инструмент, координаты наконечника которого в системе координат звена определяются вектором $\mathbf{R}_n = [x_n, y_n, z_n, 1]^T$. Будем считать, что положение наконечника измеряется в неподвижной системе координат. В этой же системе координат затем вычисляют невязку.

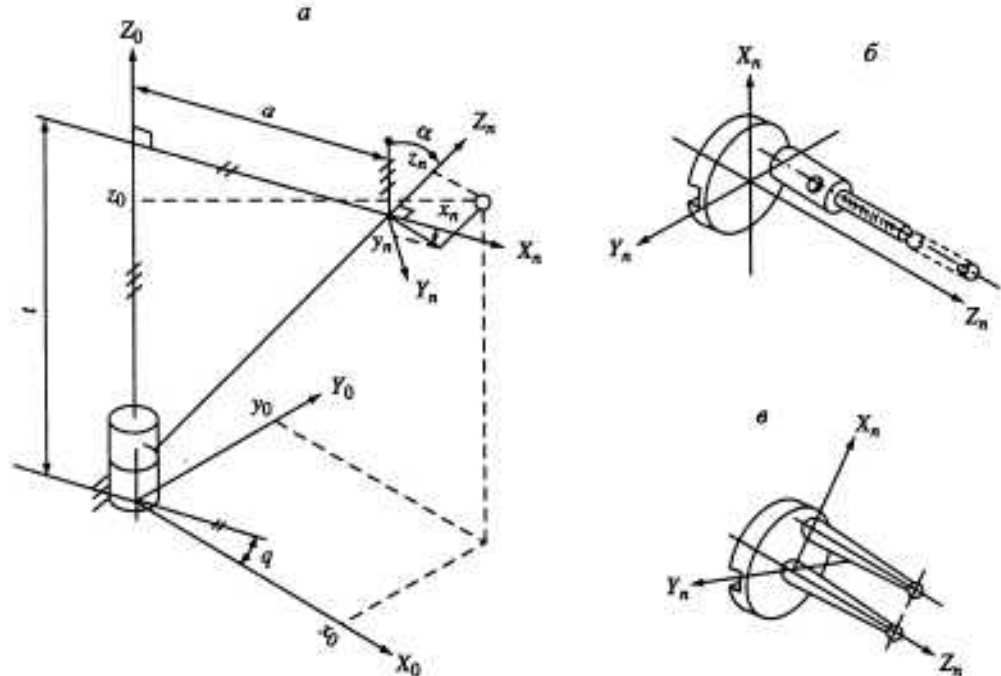


Рис. 7.10. Параметры контрольного инструмента (а) и варианты его рационального исполнения (б, в)

Выполнив необходимые для нашей задачи вычисления, получим систему линейных уравнений типа (7.11) в виде

$$\begin{bmatrix} \Delta x_{(1)} \\ \Delta y_{(1)} \\ \Delta z_{(1)} \\ \Delta x_{(2)} \\ \Delta y_{(2)} \\ \Delta z_{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_1 \sin q_{(1)} & I_2 \cos q_{(1)} & I_3 \sin q_{(1)} & \cos q_{(1)} & 0 \\ I_1 \cos q_{(1)} & -I_2 \sin q_{(1)} & -I_3 \cos q_{(1)} & \sin q_{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & I_2 & 0 & 1 \\ -I_1 \sin q_{(2)} & -I_2 \cos q_{(2)} & I_3 \sin q_{(2)} & \cos q_{(2)} & 0 \\ I_1 \cos q_{(2)} & -I_2 \sin q_{(2)} & -I_3 \cos q_{(2)} & \sin q_{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & I_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta q \\ \Delta \alpha \\ \Delta S \\ \Delta \alpha \end{bmatrix},$$

где $I_1 = x_n + a$; $I_2 = y_n \cos \alpha - z_n \sin \alpha$; $I_3 = y_n \sin \alpha + z_n \cos \alpha$ (нижний индекс в скобках показывает номер конфигурации). Видно, что элементы третьей и шестой строк матрицы Φ не зависят от конфигурации и совпадают. Их наличие для рассматриваемого механизма приводит к вырождению матрицы $\Phi^T \Phi$. Однако при аттестации систем с $n > 1$ совпадение этих четырех элементов не приводит к линейной зависимости строк и вырождению матрицы $\Phi^T \Phi$. Определяющей будет линейная зависимость (или независимость) соответствующих столбцов этой матрицы, которая сохранится и при большей размерности задачи.

Умножим третий столбец матрицы Φ на I_2 и сложим его с первым, а второй столбец разделим на I_2 и вычтем его из четвертого. Затем четвертый столбец умножим на число $I_1 I_2 / I_3$ и вычтем его из первого.

Тогда первый столбец будет нулевым. Это является свидетельством вырождения матрицы и уменьшения ее ранга на единицу. Таким образом, число линейно независимых столбцов этой матрицы не превышает трех. Действительно, мы измеряем лишь пространственное положение точки, а не тела (подвижного звена) относительно основания. Для однозначного задания точки в системе координат основания достаточно трех параметров, а не четырех, как мы имеем.

Практическим выходом из такой ситуации является сознательное изменение в процессе эксперимента геометрических параметров x_n, y_n, z_n контрольного инструмента. Последующее составление уравнений (7.8) должно быть выполнено с учетом этих различий. Чтобы менять в процессе эксперимента геометрические параметры контрольного инструмента, необходимо выполнить его либо с возможностью тарированного изменения и фиксации длины щупа (рис. 7.10, б), либо в виде двух щупов, разнесенных, например, радиально (рис. 7.10, а).

В общем случае поиск закономерностей образования структурных блоков неразделимых геометрических погрешностей в многостепенных ($-20 \div 24$) "преобразованных механизмах" (см. рис. 7.9) – сложная задача. Вместе с тем понимание физической сущности задачи и характерного влияния блоков геометрических погрешностей позволяет во многих случаях применить другой описываемый ниже подход, связанный с "автоматической" фильтрацией матрицы Φ .

Наличие в схеме манипулятора структурного блока неразделимых геометрических погрешностей приводит к тому, что в матрице Φ системы уравнений (7.8) появляются линейно зависимые столбцы, соответствующие частным погрешностям, образующим блок. Ранг матрицы будет неполным – $\text{rang } \Phi < 4n$, матрица $\Phi^T \Phi$ будет вырождена. Для нахождения решения необходимо предварительно "разрядить" матрицу Φ – выделить из нее лишь линейно независимые столбцы, образующие подматрицу $\bar{\Phi}$. Отмеченные выше свойства преобразованных механизмов позволяют упростить процедуру ее формирования.

Структура подматрицы $\bar{\Phi}$, определяемая числом и "номерами" соответствующих линейно независимых столбцов матрицы Φ , зависит лишь от способа аттестации номинальных геометрических параметров манипулятора и контрольного инструмента, но не зависит от величин перемещений в шарнирах руки. Поэтому формирование подматрицы $\bar{\Phi}$ для каждого типа работа можно (и целесообразно) проводить до практического выполнения аттестации манипулятора, т.е. на этапе моделирования. Для этого, задав номинальные геометрические параметры α_i, l_i, a_i и несколько произвольных конфигураций, определяемых наборами обобщенных координат $q_i (i = \bar{1}, n)$ из левых частей соотношений (7.7) или (7.14) формируют матрицу Φ . Отметим, что наиболее просто эти вычисления проводить по соотношению (7.7) в предположении полного совпадения системы координат эталонного объекта с абсолютной системой координат робота ($M_{00} = E$).

Составление программы поиска нулевых, одинаковых или пропорциональных друг другу столбцов матрицы Φ трудностей не представляет.

Следует, однако, иметь в виду, что выявление линейно независимых столбцов системы большой размерности ($\sim [4n \times 4n]$, $n = 5,6$) проводится на ЭВМ, имеющих конечную точность. Поэтому их число будет различным в зависимости от вводимой оценки величины машинного нуля. В связи с этим процедуру выделения из матрицы Φ подматрицы $\bar{\Phi}$ необходимо проводить, используя известные [9, 26, 29] вычислительные методы линейной алгебры.

Отметим, что невырожденности подматрицы $\bar{\Phi}$ недостаточно для получения удовлетворительной точности решения. Точность существенно зависит от числа обусловленности матрицы $\bar{\Phi}$: $\text{cond } \bar{\Phi} \geq 1$. По смыслу число обусловленности характеризует множитель, на который неопределенность (неточность) задания правой части D в (7.8) и элементов матрицы $\bar{\Phi}$ умножается в процессе решения задачи [26, 29]. Если $\text{cond } \bar{\Phi} \gg 1$, то фактически матрица будет близка к вырожденной, и точность получаемого решения будет низка. Определить нижнюю границу числа обусловленности можно из неравенства

$$\text{cond } \bar{\Phi} \geq \left[\|\Delta(\Delta\Gamma)\| / \|\Delta\Gamma\| \right] / \left[\|\Delta D\| / \|\Delta D\| \right],$$

где ΔD – задается исследователем на этапе анализа свойств системы, $\Delta(\Delta\Gamma)$ вычисляется как приращение вектора решения.

Известно [26], что обусловленность системы будет лучше, а вычисления менее чувствительны к изменениям параметров, если все ненулевые элементы матрицы $\bar{\Phi}$ приблизительно одинаковы по модулю, либо вид матрицы Φ будет диагональным, или по крайней мере диагонально доминирующим для ее любых k строк, где k – число столбцов матрицы

$$|\bar{\Phi}_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |\bar{\Phi}_{ij}|, \quad i = \overline{1, k}.$$

Первое требование выполнять в задаче аттестации сравнительно легко. Анализ показал, что в нашем случае элементы матрицы $\bar{\Phi}$ существенно зависят от единиц измерения или масштаба величин геометрических параметров манипулятора. Угловые величины α_i и q_i входят в элементы матрицы Φ только под знаком тригонометрических функций, поэтому их размерность не влияет на численные значения элементов матрицы $\bar{\Phi}$. Решающим является выбор единиц измерения линейных величин. Целесообразно за единицу длины принять величину, равную длине наибольшего из звеньев руки робота. Тогда все элементы матрицы $\bar{\Phi}$ будут по абсолютной величине выровнены. Опыт показал, что во всех примерах моделирования процессов аттестации различных структур ПР масштабирование всегда улучшало обусловленность системы ($\text{cond } \Phi$ уменьшалось почти на два порядка), и точность получаемого решения повышалась.

Выполнение второго требования – обеспечения диагонально-доминирующего вида матрицы $\bar{\Phi}$ – связано с планированием эксперимента и исполь-

зованием свободы выбора конфигураций руки робота при аттестации. Конфигурации целесообразно назначать такими, чтобы для любых k строк матрицы $\bar{\Phi}$ выполнялось последнее соотношение. Очевидная практическая рекомендация, направленная на увеличение разности элементов строк матрицы $\bar{\Phi}$, сводится к тому, что изменения обобщенных угловых координат при переходе от одной конфигурации к другой должны быть порядка 10° .

Для повышения точности решения (7.9) линейной системы уравнений (7.8) целесообразно проводить итерационное улучшение решения. Сущность этой процедуры заключается в следующем.

Во-первых, как обычно, необходимо с помощью итераций уточнить решения (7.9) линейной системы уравнений (7.8) [26, 29]. Для этого по невязке $\epsilon_D = D - \bar{\Phi}\hat{\Delta}\Gamma$ из соотношений (7.9) вычисляют поправки $\Delta(\Delta\Gamma)$ к оценкам решения

$$\Delta(\Delta\Gamma) = \bar{\Phi}^+ \epsilon_D$$

и находят новые оценки $\hat{\Delta}\Gamma := \hat{\Delta}\Gamma + \Delta(\Delta\Gamma)$, а затем процедуру повторяют. Эти итерации прекращают, когда элементы вектора невязки ϵ_D не превышают заданной малой величины (например, для линейных величин $\epsilon_{y_i} = 10^{-3}$ мм) либо, когда число циклов превысило ограничения. Следует заметить, однако, что даже в тех случаях, когда каждый элемент вектора ϵ_D меньше ϵ_{y_i} при вычислении по формулам прямой задачи о положениях по оценкам реальных параметров манипулятора: $q_i + \Delta\hat{q}_i$, $\alpha_i + \Delta\hat{\alpha}_i$, $t_i + \Delta\hat{t}_i$, $a_i + \Delta\hat{a}_i$ невязка D "искаженных" размеров эталона с аттестованными достаточно велика. Для линейных величин она составляет порядка 1–2 мм.

Причина столь большой разницы в величинах невязки, определенных по линейризованным формулам и формулам прямой задачи о положениях, связана с тем, что линейризация проводилась в окрестности величин параметров, отличающихся от действительных значений корней исходной нелинейной задачи. Поэтому целесообразно организовать наружный цикл итерации, в котором линейризацию в каждом новом цикле будем проводить относительно значений, более близких к действительным.

После того, как найдены и по возможности итерационно уточнены оценки решения $\hat{\Delta}\Gamma$, их суммируют с заданными номинальными геометрическими параметрами манипулятора и формируют матрицу Φ , а затем и подматрицу $\bar{\Phi}$ относительно их "новых номинальных" значений: $q_i := q_i + \Delta\hat{q}_i$, $\alpha_i := \alpha_i + \Delta\hat{\alpha}_i$, $t_i := t_i + \Delta\hat{t}_i$, $a_i := a_i + \Delta\hat{a}_i$. Затем процедуру решения системы (7.8) повторяют.

Отметим важную деталь процедуры. Структура матрицы Φ определяется в самом первом цикле по исходным номинальным параметрам манипулятора и сохраняется неизменной во всех последующих наружных циклах итераций. Итерации по наружному циклу проводят до тех пор, пока элементы вектора невязки "искаженных" геометрических размеров эталона с аттестованными не будут меньше заданной малой величины (например, для

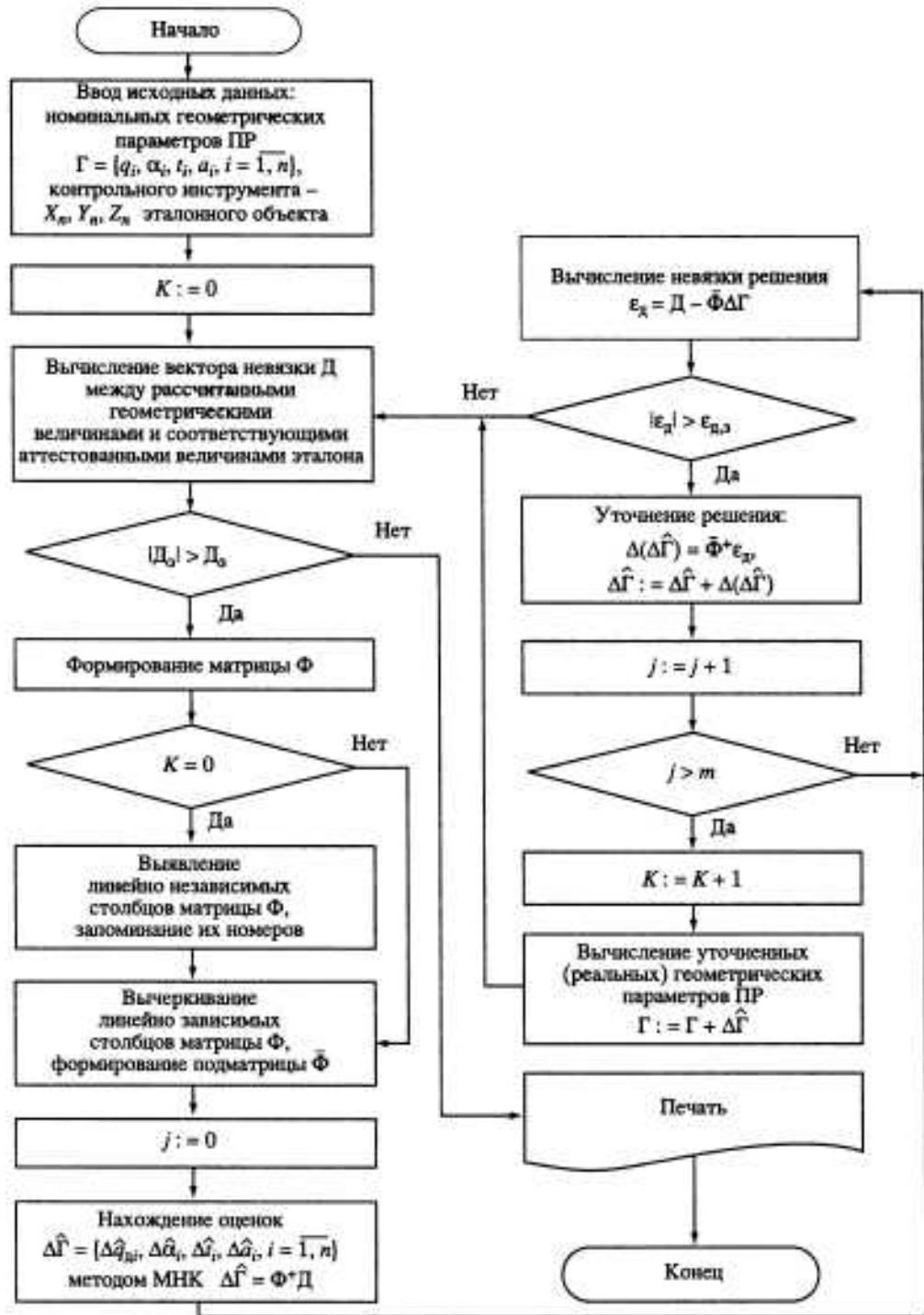


Рис. 7.11. Блок-схема алгоритма вычисления реальных геометрических параметров манипулятора

линейных размеров $D_{0i} = 10^{-3}$ мм). Во многих примерах моделирования процесса аттестации было достаточно одной-двух итераций по наружному циклу.

7.10. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ АТТЕСТАЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОШИБОК И КОРРЕКЦИИ ПРОГРАММНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ

В соответствии с отмеченными особенностями вычислительных процедур определения фактических геометрических параметров манипулятора с использованием алгоритмов и стандартных программ [33, 34] составлен специализированный пакет программ, блок-схема алгоритма которого представлена на рис. 7.11. Их отличительной особенностью является то, что номинальные размеры и "истинные" погрешности Δq_{0i} , $\Delta \alpha_i$, Δl_i и Δa_i геометрических параметров ПР вводят в виде исходных данных. Произвольно назначают конфигурации: обобщенные координаты руки ПР – аналоги обобщенных координат, полученных при измерении с помощью ПР эталонного объекта (в противном случае для моделирования процесса аттестации требуется решение обратной задачи о положении). При этом делают два просчета прямой задачи – по "фактическим" и номинальным геометрическим параметрам ПР; невязка полученных решений есть элементы вектора D в соотношении типа (7.8). Далее используют описанные алгоритмы поиска по величине невязки D оценок $\Delta \hat{q}_{0i}$, $\Delta \hat{\alpha}_i$, $\Delta \hat{l}_i$, $\Delta \hat{a}_i$ отклонений фактических геометрических параметров от их номинальных значений.

Многочисленные эксперименты на ЭВМ показали, что с помощью разработанных алгоритмов аттестации поставленная задача решается с требуемой точностью.

В качестве примера в табл. 7.2 и 7.3 приведены исходные данные и результаты моделирования по определению погрешностей геометрических

Таблица 7.2

Исходные данные для моделирования процесса аттестации

Номер шарнира	$\alpha_i / \Delta \alpha_i$, град	Δq_{0i} , град	$l_i / \Delta l_i$, мм	$a_i / \Delta a_i$, мм	Диапазон перемещений $q_i^{\min} - q_i^{\max}$, град
1	90/1,0	1,0	700/2,0	0,0/2,0	10–14
2	0,0/1,0	1,0	0,0/2,0	500/2,0	80–84
3	0,0/1,0	1,0	0,0/2,0	670/2,0	256–268
4	90/1,0	1,0	0,0/2,0	0,0/2,0	10–16
5	0,0/1,0	1,0	95/2,0	0,0/2,0	175–180

Примечание. Векторы геометрических параметров наконечников контрольного инструмента (см. рис. 7.10, в): $R'_x = [100, 0, 100, 1]^T$, $R_x = [0, 0, 100, 1]^T$ мм.

Результаты моделирования процесса аттестации – ошибки определения погрешностей до (над чертой) и после (под чертой) первой итерации

Номер шарнира	$\frac{\alpha_i}{\Delta\alpha_i}$, град	$\frac{\Delta q_{pi}}{\Delta\dot{q}_{pi}}$, град	$\frac{t_i}{\Delta t_i}$, мм	$\frac{a_i}{\Delta a_i}$, мм
1	$\frac{-0,09}{+0,00}$	$\frac{0,16}{-0,01}$	$\frac{-0,36}{0,00}$	$\frac{0,19}{-0,01}$
	$\frac{-0,21}{-0,01}$	$\frac{-0,03}{0,01}$	$\frac{-3,44}{-4,00}$	$\frac{0,31}{0,00}$
3	$\frac{0,20}{-0,01}$	$\frac{0,02}{-0,0}$	2,00*	$\frac{0,44}{-0,00}$
	$\frac{-0,13}{+0,01}$	$\frac{-0,01}{-0,0}$	2,00*	$\frac{-0,01}{0,05}$
5	$\frac{0,16}{0,01}$	$\frac{0,02}{-0,0}$	$\frac{0,58}{0,06}$	$\frac{0,39}{9,00}$

Погрешности, входящие в блоки геометрических погрешностей, столбцы, соответствующие им были исключены из матрицы Φ .

параметров промышленного робота ТУР-10К. В экспериментах было исследовано влияние величин перемещений в шарнирах (при использовании системы уравнений (7.8) для случая измерения только координат наконечника измерительного инструмента) на точность и число итераций вычислительного процесса. Как и ожидалось, достаточно, чтобы диапазон изменения этих величин был 5–10°. Результаты работы программы по определению погрешностей на различных этапах вычислений представлены в табл. 7.3. Здесь над чертой приведено рассогласование между заданными ("истинными") и вычисленными погрешностями, определенными перед началом второго наружного цикла, а под чертой – после его окончания. Следует отметить, что при заданных погрешностях геометрических параметров и конфигурациях руки "свернутое" выражение исходной невязки

Таблица 7.4

Исходные данные для моделирования процесса компенсации ошибок положения для робота ТУР-10К

Номер шарнира	Номинальные значения и погрешности геометрических параметров				Вес звеньев и координаты центра масс	
	$\alpha_i / \Delta\alpha_i$, град	$q_i / \Delta q_i$, град	$t_i / \Delta t_i$, мм	$a_i / \Delta a_i$, мм	P_i , Н	x_i^p, y_i^p, z_i^p , мм
1	90/0,1	10/1,0	700/2,0	0,0/2,0	800	0, 0, 0
2	0,0/1,0	80/1,0	0,0/2,0	500/2,0	100	-170, 0, 0
3	0,0/1,0	265/1,0	0,0/2,0	670/2,0	100	-200, 0, 0
4	90/1,0	10/0,1	0,0/2,0	0,0/2,0	50	0, 0, 50
5	0,0/1,0	180/1,0	95/2,0	0,0/2,0	100	0, 0, 100

$$\Delta R_{\text{свср}} = \sqrt{\Delta x_0^2 + \Delta y_0^2 + z_0^2}$$

было в диапазоне 25,04–29,12 мм, перед началом второго наружного цикла в диапазоне 0,97 + 1,3 мм, а после его окончания – 0,003 мм. Последний результат вполне удовлетворительный.

Таким образом, рассмотренные выше методы и алгоритмы позволяют аттестовать жесткостные и геометрические параметры манипуляторов с произвольными структурами скелета руки и механизма привода и получить необходимую информацию для использования алгоритмов повышения общей статической точности системы методом коррекции управляющей программы.

Для проверки работоспособности и эффективности последних также был составлен пакет программ, с помощью которого проводили машинное моделирование процессов компенсации ошибок положения. В качестве критерия эффективности было принято отношение ошибок положения рабочего органа ПР, рассчитанных до и после использования процедуры компенсации.

Задача моделирования процесса компенсации отличается тем, что априори известны как номинальные, так и действительные геометрические параметры манипулятора. Поэтому целевое положение рабочего органа ПР в моделирующих программах задают номинальными геометрическими параметрами манипулятора и рассчитывают по формулам прямой задачи о положениях. "Фактическое" положение вычисляют тем же методом по действительным геометрическим параметрам манипулятора с учетом статического увода системы.

В качестве примера в табл. 7.4 и 7.5 приведены исходные данные и результаты моделирования процесса компенсации ошибок положения для робота ТУР-10К. Геометрическая ошибка положения $\Delta R_{\text{свср}}$ характерной точки схвата, обусловленная влиянием геометрических погрешностей, в рассматриваемом примере превышает 30 мм. Статический увод системы для принятой схемы нагружения (см. рис. 7.2) при предварительно определенных на реальном роботе ТУР-10К жесткостных характеристиках передач и весах звеньев (см. табл. 7.4) составляет при выбранной номинальной конфигурации руки – 6 мм. Экспериментально установлено, что во всей рабочей зоне робота ТУР-10К соотношение и порядок величин геометрической и статической ошибок положения меняется не более чем в 2 раза.

Как следовало ожидать, погрешность позиционирования модели промышленного робота ТУР-10К, имеющего 5 степеней подвижности, при требовании полной компенсации всех шести элементов вектора

Податливость и зазоры передач		Уравновешивающие силы
f_i, f'_i , град/Н · м	δ_i, δ'_i , град	$P_{ур_i}$, Н
0,4/0,0	0,1/0,0	0
0,002/0,4	0,05/0,1	34,9
0,002/0,4	0,05/0,1	129,3
0,5/0,0	0,15/0,0	0
0,5/0,0	0,15/0,0	0

Результаты моделирования процесса компенсации ошибок положения рабочего органа
 $\Delta R_{\text{свер}}$ (мм), $\{\theta_x, \theta_y, \theta_z\}$ (град)

Ошибка	$\Delta R_{\text{свер}}$	θ_x	θ_y	θ_z
Исходная	31,64	2,04	2,94	0,89
Геометрическая				
до итерации	7,4	2,09	0,01	0,06
после первой итерации	0,0	2,09	-0,0	-0,0
Статическая	5,73	2,09	1,27	5,86

Примечание. Ошибка θ_z не подвергалась коррекции.

ошибок ΔS уменьшилась всего в 1,5–2 раза. Коррекции не поддавалась ошибка $\Delta \theta_x$, что обусловлено схемой робота. Сокращение числа элементов вектора ошибок ΔS , требующих точной компенсации, на единицу позволило уменьшить погрешность позиционирования по "оставшимся" элементам вектора ошибок ΔS в 10^3 – 10^4 раз. Аналогично для роботов с шестью степенями подвижности использование предлагаемых алгоритмов компенсации по всем шести элементам вектора ΔS приводит к уменьшению ошибок положения в 10^3 – 10^4 раз. При этом потребовалась одна дополнительная итерация (см. раздел 7.4).

7.11. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ РАБОЧЕГО ОРГАНА РОБОТА

7.11.1. Система оценок погрешностей позиционирования рабочего органа

Потребителя промышленных роботов в первую очередь интересует не то, каким образом достигается повышение точности робота, а каковы количественные оценки точности робота в целом, в частности оценки погрешностей позиционирования его рабочего органа: среднее отклонение реального положения захвата от программного и разброс положений захвата при многократных реализациях программы. Поэтому в международном стандарте ISO предусмотрены следующие оценки погрешности и повторяемости положения и ориентации конечного звена робота (рис. 7.12).

Погрешность положения и ориентации конечного звена робота (систематическая ошибка) оценивается следующими параметрами:

средними значениями отклонений координат характерной точки конечного звена

$$x_0 - x, y_0 - y, z_0 - z,$$

где x_0, y_0, z_0 – значения координат точки в неподвижной системе $OXYZ$, заданные программой; x, y, z – средние значения координат характерной точки в n реализациях программы выхода в заданную точку

$$x = \sum_1^n x_j / n; \quad y = \sum_1^n y_j / n; \quad z = \sum_1^n z_j / n,$$

x_j, y_j, z_j – соответствующие значения координат в j -й реализации;

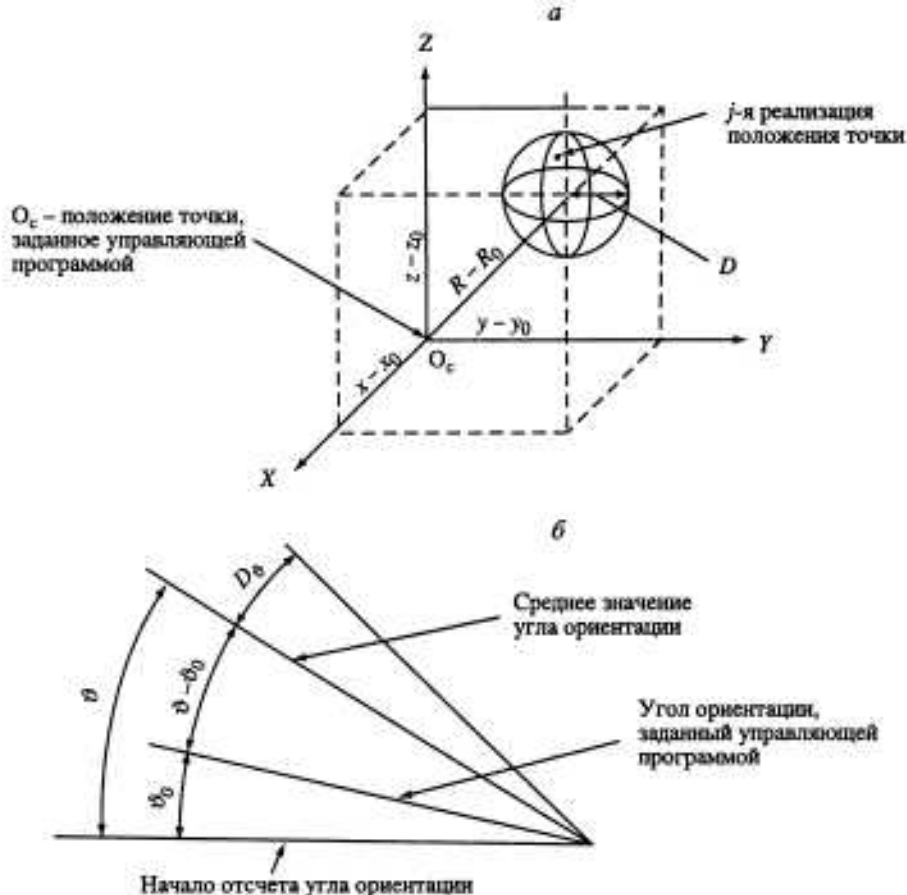


Рис. 7.12. Погрешности и повторяемость положения (а) и ориентации (б) рабочего органа робота, по проекту стандарта ISO

значением радиуса

$$R_0 - R = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2};$$

средними значениями углов ориентации

$$\vartheta_0 - \vartheta, \psi_0 - \psi, \varphi_0 - \varphi,$$

где $\vartheta_0, \psi_0, \varphi_0$ – значения углов Эйлера в положении конечного звена, заданном управляющей программой; ϑ, ψ, φ – средние значения углов ориентации

$$\vartheta = \sum_1^n \vartheta_j / n, \quad \psi = \sum_1^n \psi_j / n, \quad \varphi = \sum_1^n \varphi_j / n,$$

$\vartheta_j, \psi_j, \varphi_j$ – значения углов ориентации при j -й реализации программной позиции.

Повторяемость в ориентации конечного звена робота (случайная составляющая погрешности) определяется величинами $D + 3SD$, $D\vartheta$, $D\psi$, $D\varphi$, D – среднее значение радиуса отклонений характерной точки от среднего положения (см. рис. 7.12, а); SD – среднее квадратическое отклонение этого радиуса; $D\vartheta$, $D\psi$, $D\varphi$ – дисперсии углов ориентации.

$$D = \sum_1^n D_j / n, \quad SD = \sqrt{\sum_1^n (D_j - D)^2 / (n-1)},$$

$$D_j = \sqrt{(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2},$$

$$D\vartheta = 3 \sqrt{\sum_1^n (\vartheta_j - \vartheta)^2 / (n-1)}, \quad (7.18)$$

$$D\psi = 3 \sqrt{\sum_1^n (\psi_j - \psi)^2 / (n-1)},$$

$$D\varphi = 3 \sqrt{\sum_1^n (\varphi_j - \varphi)^2 / (n-1)}.$$

7.11.2. *l*-Координатный стевд сбора данных для расчета оценок погрешностей позиционирования рабочего органа

Термин *l*-координаты был введен А.Ш. Колискором [21] для обозначения шести линейных величин (расстояний), с помощью которых определяют относительное положение двух тел в пространстве. Действительно, положение твердого тела в пространстве относительно какой-либо системы координат определяется шестью числами. В предложенной в работе [21] системе *l*-координат в качестве таких чисел используют длины l_1, l_2, \dots, l_6 шести отрезков, соединяющих тело с неподвижной базой таким образом, что при фиксированных значениях l_1, l_2, \dots, l_6 образуется геометрически неизменяемая структура.

Примеры систем *l*-координат приведены на рис. 7.13. В системе, представленной на рис. 7.13, а, отрезки l_1, l_2, \dots, l_6 соединяют три точки (A, B и D) базы 1, не лежащие на одной прямой, с тремя точками (a, b и d) тела 2, также не лежащими на одной прямой, так, что в каждой из указанных точек сходятся два отрезка. Каждая грань образованной пространственной фигуры представляет собой треугольник – структуру с нулевой подвижностью (или ферму).

Другая система, более удобная для пересчета *l*-координат в декартовы и углы Эйлера, приведена на рис. 7.13, б. Здесь отрезки l_1, l_2, \dots, l_6 и стороны треугольников ABD и abd являются ребрами трех тетраэдров, следовательно, образуют структуру с нулевой подвижностью.

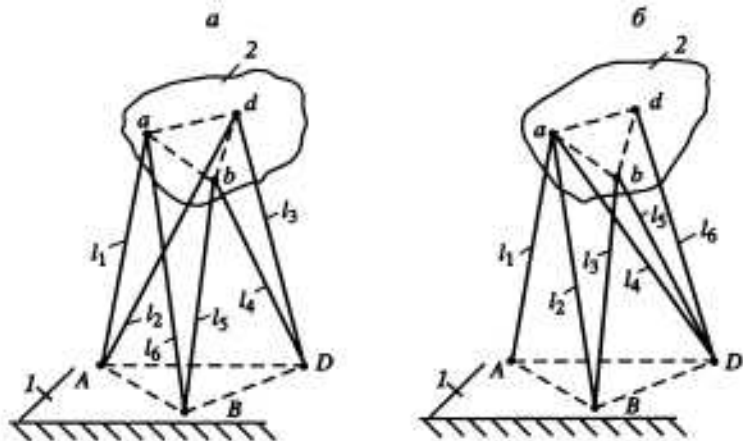


Рис. 7.13. Системы l -координат

На основе l -координат строят робототехнические системы с параллельными кинематическими цепями, упомянутые в гл. 2. В описанном ниже l -координатном стенде сбора и обработки данных для расчета погрешностей позиционирования рабочего органа робота используют систему измерений l -координат в соответствии с рис. 7.13, б.

Общий вид стенда "Аттестат" иллюстрирует рис. 7.14. Стенд содержит базовую площадку 1, которую устанавливают на стойку в рабочей зоне ПР и прикрепляют к ней болтами или струбцинами; контрольное тело 2 с осью для крепления в захвате ПР; технологическую проставку 3, которую используют для поиска места базовой площадки и стойки в процессе подготовки измерений и снимают на период измерений, а также измерительную скобу 4 с индикатором. Данные измерений вводят в память компьютера.

На базовой площадке 1 и контрольном теле 2 укреплены опорные кольца для фиксации шариковых наконечников измерительной скобы 4 с индикатором. Координаты центров шариков, контактирующих с опорными кольцами на базовой площадке, определены в неподвижной системе координат $OXYZ$, а координаты центров шариков, контактирующих с опорными кольцами на контрольном теле, определены в системе координат контрольного тела $O'X'Y'Z'$ (рис. 7.15).

Для получения статистических данных о погрешности позиционирования робота в некоторой "точке" рабочего пространства многократно повторяют выход манипулятора с закрепленным в его захвате контрольным телом в заданную программой позицию. При каждом выходе манипулятора в заданную позицию измеряют шесть расстояний между точками 1, 2, 3 на базовой площадке, укрепленной на стойке, и тремя точками 4, 5, 6 контрольного тела. Номера точек выгравированы на указанных элементах стенда. Операция перестановки скобы осуществляется вручную (рис. 7.16).

Шесть измеряемых расстояний – шесть l -координат – l_1, l_2, \dots, l_6 показаны на рис. 7.17. Они являются шестью обобщенными координатами, определяющими положение контрольного тела относительно базовой площадки или основания.

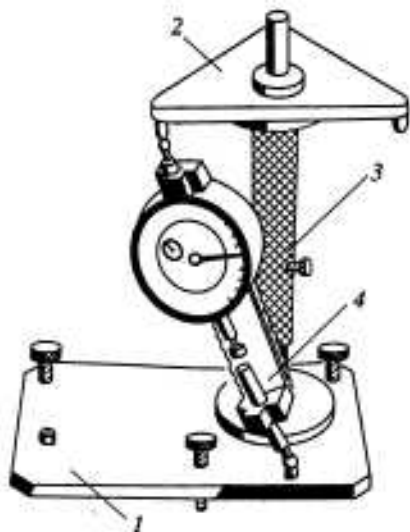


Рис. 7.14. l -Координатный стенд "Аттестат"

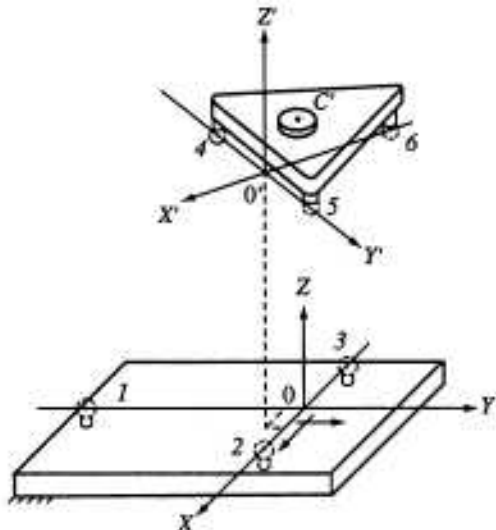


Рис. 7.15. Неподвижная $OXYZ$ и подвижная $O'X'Y'Z'$ системы координат элементов стенда "Аттестат"



Рис. 7.16. Рабочий момент измерения l -координаты на стенде "Аттестат"

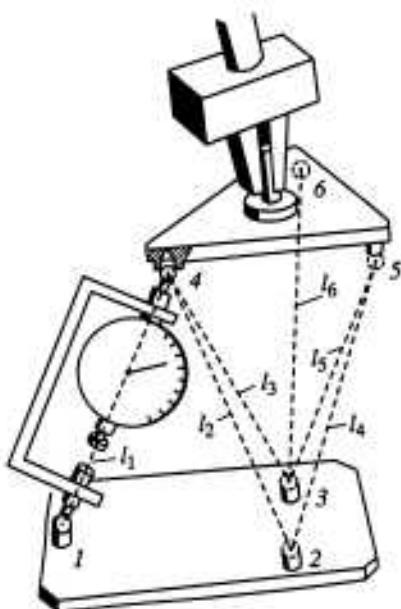


Рис. 7.17. Измеряемые l -координаты на j -м цикле измерений

7.11.3. Алгоритм обработки данных в l -координатном стенде "Аттестат"

Первая решаемая задача – прямая задача о положении, т.е. необходимо вычислить декартовы координаты центра системы координат $O'X'Y'Z'$ в системе $OXYZ$ и углы Эйлера. Заметим, что в отличие от структур скелетов рук в виде разомкнутой кинематической цепи, для структур с параллельными кинематическими цепями (в том числе l -координатных) решение обратной задачи трудностей не вызывает, но решение прямой задачи, да к тому же в явном виде, проблематично. Но для определения положения контрольного тела (и захвата) требуется решить именно прямую задачу. Удобство конкретной l -координатной системы (см. рис. 7.13, б), реализованной на стенде, заключается в том, что для нее эта задача решается в явном виде, причем сводится к решению систем линейных уравнений.

Действительно, имея шесть измеренных l -координат, можно записать уравнения

$$\begin{aligned}l_i &= \sqrt{(x_4 - x_i)^2 + (y_4 - y_i)^2 + (z_4 - z_i)^2} \quad (i=1, 2, 3), \\l_4 &= \sqrt{(x_5 - x_2)^2 + (y_5 - y_2)^2 + (z_5 - z_2)^2}, \\l_5 &= \sqrt{(x_5 - x_3)^2 + (y_5 - y_3)^2 + (z_5 - z_3)^2}, \\l_6 &= \sqrt{(x_6 - x_3)^2 + (y_6 - y_3)^2 + (z_6 - z_3)^2}.\end{aligned}\tag{7.19}$$

Неизвестными здесь являются девять величин $x_4, y_4, z_4, x_5, y_5, z_5, x_6, y_6, z_6$. Однако известные расстояния l_{45}, l_{56}, l_{46} между точками 4 и 5, 5 и 6, 4 и 6 контрольного тела позволяют дополнить систему (7.19) уравнениями

$$\begin{aligned}l_{45} &= \sqrt{(x_5 - x_4)^2 + (y_5 - y_4)^2 + (z_5 - z_4)^2}, \\l_{56} &= \sqrt{(x_6 - x_5)^2 + (y_6 - y_5)^2 + (z_6 - z_5)^2}, \\l_{46} &= \sqrt{(x_6 - x_4)^2 + (y_6 - y_4)^2 + (z_6 - z_4)^2}.\end{aligned}\tag{7.20}$$

Из трех первых уравнений системы (7.19) путем возведения в квадрат каждого и вычитания из первого полученного уравнения второго, из второго – третьего и из третьего – первого получим систему трех линейных уравнений относительно x_4, y_4, z_4 и найдем эти величины.

Далее из четвертого и пятого уравнений системы (7.19) и первого уравнения дополнительной системы (7.20) с известными теперь x_4, y_4, z_4 в результате аналогичных процедур получим систему трех линейных уравнений относительно x_5, y_5, z_5 и найдем эти величины.

Наконец, таким же образом определим последнюю тройку неизвестных x_6, y_6, z_6 из последнего уравнения системы (7.19) и оставшихся двух уравнений дополнительной системы (7.20).

По найденным значениям координат точек контрольного тела в неподвижной системе координат $OXYZ$ легко установить векторы $\bar{x}', \bar{y}', \bar{z}'$, параллельные одноименным осям подвижной системы координат $O'X'Y'Z'$ и координаты начала системы $O'X'Y'Z'$

$$\begin{aligned} \bar{x}' &= (a_1, b_1, c_1) = \left\{ \left[(x_4 + x_5)/2 \right] - x_6, \left[(y_5 + y_4)/2 \right] - y_6, \left[(z_4 + z_5)/2 \right] - z_6 \right\}, \\ \bar{y}' &= (a_2, b_2, c_2) = (x_5 - x_4, y_5 - y_4, z_5 - z_4), \\ \bar{z}' &= (a_3, b_3, c_3) = \left(\left| \begin{array}{cc} y_5 - y_4 & z_5 - z_4 \\ y_6 - y_4 & z_6 - z_4 \end{array} \right|, - \left| \begin{array}{cc} x_5 - x_4 & z_5 - z_4 \\ x_6 - x_4 & z_6 - z_4 \end{array} \right|, \left| \begin{array}{cc} x_5 - x_4 & y_5 - y_4 \\ x_6 - x_4 & y_6 - y_4 \end{array} \right| \right), \\ x_{0'} &= (x_5 + x_4), \quad y_{0'} = (y_5 + y_4)/2, \quad z_{0'} = (z_5 + z_4). \end{aligned}$$

Далее, так как орты неподвижной системы координат $OXYZ$ суть $i_1 = (1, 0, 0)$, $i_2 = (0, 1, 0)$, $i_3 = (0, 0, 1)$, то преобразование координат полностью определено

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} & x_{0'} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \alpha_{32} & y_{0'} \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & \alpha_{33} & z_{0'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (7.21)$$

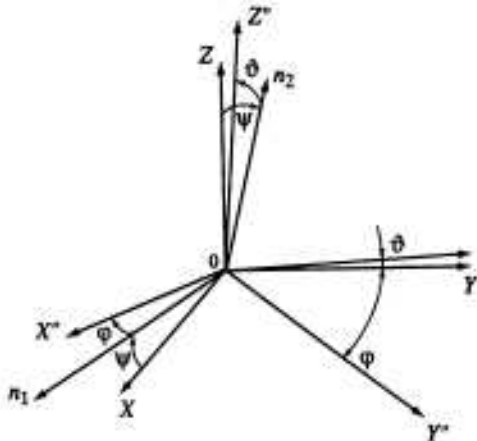
где x', y', z' — координаты точек подвижной системы координат, а блок направляющих косинусов α_{ij} ($i, j = \overline{1, 3}$) определен следующим образом:

	\xrightarrow{i}		
$j \downarrow$	X'	Y'	Z'
X	$a_1/\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}$	$a_2/\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}$	$a_3/\sqrt{a_3^2 + b_3^2 + c_3^2}$
Y	$b_1/\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}$	$b_2/\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}$	$b_3/\sqrt{a_3^2 + b_3^2 + c_3^2}$
Z	$c_1/\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}$	$c_2/\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}$	$c_3/\sqrt{a_3^2 + b_3^2 + c_3^2}$

Подставив в (7.21) значения координат центра схвата робота x'_c, y'_c, z'_c , получим массив значений x_j, y_j, z_j , подлежащий по достижении требуемого числа опытов n статистической обработке.

По схеме настройки стенда для некоторой конфигурации руки робота видно, что углы между осями систем координат $OXYX$ и $O'X'Y'Z'$ будут находиться в некоторой окрестности их нулевых значений. Это обстоятельство следует учитывать при выборе системы углов Эйлера: границей области существования "второго" угла Эйлера не должно быть его нулевое значение. В противном случае ошибки вычисления двух других углов Эйлера в этой зоне будут весьма значительными.

Рис. 7.18. Углы ориентации ψ , ϑ , φ подвижной системы координат. Три последовательных поворота неподвижной системы координат $OXYZ$, переводящих ее в систему $O'X'Y'Z'$, оси которой параллельны одноименным осям подвижной системы координат $O'X'Y'Z'$. Последовательность вращений: вокруг оси Y на угол ψ ; вокруг оси n_1 на угол ϑ ; вокруг оси Z'' на угол φ



Именно поэтому вычисляемыми углами ориентации на стенде "Аттестат" являются корабельные углы Крылова-Эйлера (рис. 7.18):

- первый угол ψ - дифферент (вращение вокруг оси Y);
- второй угол ϑ - крен (вращение вокруг оси n_1 - смещение оси X ; $-\pi/2 < \vartheta < \pi/2$);
- третий угол φ - "рысканье" (вращение вокруг оси Z'' - дважды смещенной оси Z).

Элементы таблицы направляющих косинусов, выраженные через корабельные углы имеют вид [24]

$$\alpha_{11} = \cos\psi \cdot \cos\varphi + \sin\psi \cdot \sin\varphi \cdot \sin\vartheta,$$

$$\alpha_{12} = \sin\varphi \cdot \cos\vartheta,$$

$$\alpha_{13} = -\cos\varphi \cdot \sin\psi + \sin\varphi \cdot \cos\psi \cdot \sin\vartheta,$$

$$\alpha_{21} = -\cos\psi \cdot \sin\varphi + \sin\psi \cdot \cos\varphi \cdot \sin\vartheta,$$

$$\alpha_{22} = \cos\varphi \cdot \cos\vartheta,$$

$$\alpha_{23} = \sin\varphi \cdot \sin\psi + \cos\varphi \cdot \cos\psi \cdot \sin\vartheta,$$

$$\alpha_{31} = \cos\vartheta \cdot \sin\psi,$$

$$\alpha_{32} = -\sin\vartheta,$$

$$\alpha_{33} = \cos\vartheta \cdot \cos\psi.$$

Следовательно,

$$\sin\vartheta = -b_3 / \sqrt{a_3^2 + b_3^2 + c_3^2};$$

$$\sin\psi = a_3 / \sqrt{a_3^2 + c_3^2};$$

$$\sin\varphi = b_1 / \sqrt{a_3^2 + b_3^2 + c_3^2} / \sqrt{(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2)(a_3^2 + c_3^2)}.$$

Последние формулы определяют ϑ , ψ , φ - значения углов Эйлера, подлежащие статистической обработке после проведения n выходов робота в заданную позицию.

Информация, полученная при j -й реализации программной позиции робота, отражает сумму некоррелированных ошибок – ошибок робота и ошибок измерений. Статистический характер оценок погрешности позиционирования робота позволяет учесть в результатах статистические оценки ошибок измерения. Для получения этих оценок в заданной конфигурации робота, т.е. не выводя робот из заданного положения, проводят серию k измерений l -координат. Рассчитанные по l -координатам серии k измерений средние значения декартовых координат характерной точки и углов ориентации определяют позицию выходного звена, заданную управляющей программой,

$$x_0 = \sum_1^k x_i / k, \quad y_0 = \sum_1^k y_i / k, \quad z_0 = \sum_1^k z_i / k,$$

$$\vartheta_0 = \sum_1^k \vartheta_i / k, \quad \psi_0 = \sum_1^k \psi_i / k, \quad \phi_0 = \sum_1^k \phi_i / k,$$

и расстояние от начала неподвижной системы координат до характерной точки в этой позиции

$$R0 = \sqrt{(x_0)^2 + (y_0)^2 + (z_0)^2}.$$

Здесь $x_i, y_i, z_i, \vartheta_i, \psi_i, \phi_i$ – значения соответствующих координат, рассчитанные по i -му ($1 < i < k$) набору l -координат дополнительной серии измерений.

Случайная составляющая ошибок измерения характеризуется при $k > 10$ средними квадратическими отклонениями, а также средним значением радиуса отклонений характерной точки от среднего положения и средним квадратическим отклонением этого радиуса. Эти величины вычисляют по формулам, аналогичным (7.18).

Отсутствие корреляции между ошибками измерений и собственно ошибками позиционирования робота дает основание путем вычитания одноименных характеристик уточнить оценки повторяемости позиционирования робота (7.18). Заметим, что эти оценки – положительные величины. Однако из-за ограниченного числа измерений влияние выбросов велико и может оказаться, что при коррекции результатов будут получены отрицательные числа. В этих случаях им присваивается нулевое значение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алберт А. Регрессия, псевдониверсия и рекуррентное оценивание. М.: Наука, 1977. 224 с.
2. Бабич А.В., Баранов А.Г., Калабин И.В. Промышленная робототехника / Под ред. Я.А. Шифрина. М.: Машиностроение, 1982. 415 с.
3. Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры. М.: Наука, 1983. 336 с.
4. Болотин Л.М. Аттестация геометрических параметров промышленного робота, программируемого аналитическим способом // Механизация и автоматизация ручного труда. М.: МДНТП, 1984. С. 88–94.

5. *Болотин Л.М., Столин Ю.В., Тывес Л.И.* Повышение точности позиционирования промышленных роботов при аналитическом программировании. Определение расчетных зависимостей. Депонированные научные работы. М., 1984. № 11. С. 140.
6. *Болотин Л.М., Столин Ю.В., Тывес Л.И.* Повышение точности позиционирования промышленных роботов при аналитическом программировании. Экспериментальные методы аттестации податливостей и зазоров в кинематических цепях привода, конструктивных параметров механической руки. Депонированные научные работы. М., 1984. № 11. С. 139–140.
7. *Бруевич Н.Г.* Точность механизмов. М.; Л.: Гостехиздат, 1946. 332 с.
8. *Булятки В.П.* Построение конфигураций механических систем по критерию нагруженности // Динамика управляемых механических систем. Иркутск, 1982. С. 145–153.
9. *Воеводин В.В.* Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977. 303 с.
10. *Воробьев Е.И.* Матричный метод определения точностных характеристик механизмов роботов и манипуляторов // Сб. научно-методических статей по теории машин механизмов. М.: Высшая школа, 1979. Вып. 9. С. 45–48.
11. *Гребенников О.П., Коловский М.Э., Миркина А.С.* Определение динамических ошибок механизмов промышленных роботов // Машиноведение, 1980. № 3. С. 33–39.
12. *Гримайло С.И., Камынин С.С., Кузусев Е.И.* и др. Использование роботов "Глаз-руки" для работы с неориентированными деталями. М., 1981. 28 с. (Препр. / ИПМ АН СССР; № 134).
13. *Гримайло С.И., Каргалин А.Ю., Платонов А.К.* и др. Исследование кинематики и точностных характеристик промышленного робота "Универсал-15". М., 1982. № 38. 28 с. (Препр. / ИПМ АН СССР; № 38).
14. *Елисеев С.В., Ченских В.Р., Хвоцевский Г.И.* Промышленные роботы. Некоторые проблемы внедрения. Иркутск: Изд. Иркут. Ун-та, 1982. 352 с.
15. *Жавнер В.Л., Трояновский И.В.* Сравнительный анализ кинематических схем промышленных роботов и манипуляторов по точности позиционирования // Интенсификация процессов и оборудования пищевых производств. Л., 1976. С. 66–69.
16. *Иовлев В.Ю., Коршунов А.Н., Корытко О.В.* и др. Исследование влияния конфигурации манипулятора на ошибки позиционирования схвата // Робототехника. Л., ЛПИ, 1979. С. 57–64.
17. *Кобринский А.А., Кобринский Л.А.* Мобильность и точность манипулятора // Машиноведение, 1976. № 3. С. 3–9.
18. *Кобринский А.А.* Податливость манипулятора // Докл. АН СССР, 1978. Т. 238, № 5. С. 1071–1074.
19. *Козлов В.В., Макарычев В.П.* и др. Динамика управления роботами. М.: Наука, 1984. 336 с.
20. *Колискор А.Ш., Коченов М.И.* Методы проверки точности функционирования промышленных роботов // Станки и инструмент, 1978. № 8. С. 7–210.
21. *Колискор А.Ш.* Разработка и исследование промышленных роботов на основе I-координат // Станки и инструмент, 1982. № 12. С. 21–24.
22. *Колпашиников С.Н., Конюхов А.Г., Корытко И.Б.* и др. Требования к аттестационным испытаниям промышленных роботов // Экспериментальное исследование и диагностирование роботов. М.: Наука, 1981. С. 29–35.
23. *Лилов Л., Парушев П., Бекяров Б.* Анализ точности манипуляционных систем // Теоретична и приложна механика. Болгария, 1981. № 4. С. 11–19.
24. *Лурье А.И.* Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.
25. *Овакимов А.Г., Сергеев А.В.* Матрица податливостей передач манипуляторов и ее приложение к расчету статических ошибок положения // Машиноведение, 1980. № 3. С. 40–45.
26. *Райс Дж.* Матричные вычисления и математическое обеспечение. М.: Мир, 1984. 264 с.
27. Сборник научных программ на Фортране. Вып. 1. Матричная алгебра и линейная алгебра. М.: Статистика, 1974. 222 с.
28. *Столин Ю.В., Тывес Л.И.* Динамика автоматических манипуляторов с приводами, управляемыми по скорости // Станки и инструмент, 1981. № 12. С. 10–13.
29. *Форсайт Дж., Мальком М., Моулер К.* Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 276 с.
30. *Худсон Д.* Статистика для физиков. М.: Мир, 1970. 296 с.

31. Черноусько Ф.Л., Градецкий В.Г., Гукасян А.А. и др. Анализ упругой податливости конструкции манипуляционных роботов. М., 1984. 66 с. (Преприят ИПМ АН СССР. № 231).
32. Яковлева М.Н. Активная компенсация ошибок от упругих деформаций звеньев манипуляционного робота // Системы управления электромеханическими исполнительными устройствами роботов и манипуляторов. Л., 1980. С. 82–86.
33. Dietrick C., Monczkowski U. Praktische Erfahrungen bei der experimentellen Parameterbestimmung und Ergebnisse an Industrierobotern // Maschinenbautechnik, 1984. 33, N 6. S. 249–252.
34. Futami S., Kyura N., Hara Sh. Vibration absorption control of industrial robots by acceleration feedback // IEEE Trans. Industr. Electron, 1983, Vol. 30, N. 3, P. 229–305.
35. Makino H., Furuya N. Selective compliance assembly robot arm // Proc. of the First Intern. conf. on assembly automation Brighton, 1980, P. 77–86.
36. Tarvin R.L. Considerations for off-line programming a heavy duty industrial robots // Proc. X. Intern. symp. industr. robots; V Conf. Industr. robot technol., Milan, 1980. P. 109–117.

ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА С УЧЕТОМ СВОЙСТВ ПРИВодОВ ЗВЕНЬЕВ

8.1. ЗАПИСЬ УРАВНЕНИЙ ЛАГРАНЖА ВТОРОГО РОДА МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ РОБОТА В ВИДЕ, УДОБНОМ ДЛЯ РАСЧЕТОВ НА ЭВМ

Первая проблема, с которой сталкиваются исследователи и разработчики роботов при их динамическом анализе связана с описанием динамической модели механической руки, поскольку аналитическая запись системы уравнений динамики пространственного механизма с 4–6 степенями подвижности чрезвычайно громоздка, не поддается аналитическому исследованию и на практике не всегда выполнима без ошибок [38]. Преодоление этой проблемы – в разработке методов машинного составления дифференциальных уравнений динамики механической руки.

При компьютерном составлении уравнений возможны два подхода. Первый заключается в получении аналитических выражений дифференциальных уравнений механизма. Для этого необходимы специальные программы и трансляторы [24, 40], позволяющие в кодированном виде осуществлять необходимые математические операции с аналитическими выражениями. В полученные таким образом выражения для коэффициентов при производных обобщенных координат и свободных членов остается только подставить численные значения параметров и использовать уравнения для решения различных задач динамики.

Второй подход – алгоритмический – состоит в том, чтобы, не выводя окончательные дифференциальные уравнения, на основе заданных значений параметров и начальных условий построить алгоритм расчета значений коэффициентов при старших производных обобщенных координат и членов уравнений динамики, не зависящих от старших производных. Необходимо, чтобы этот алгоритм расчета учитывал крайнюю нежелательность осуществления на компьютере численного дифференцирования каких-либо выражений. Этот подход широко распространен в робототехнике для машинного составления уравнений динамики.

В рамках второго подхода разработаны и успешно применяются алгоритмы, в основе которых лежат различные законы и принципы механики: второй закон Ньютона [25], принцип Даламбера [7, 31], принцип наименьшего принуждения Гаусса [6], уравнения Лагранжа второго рода [19] и др. Алгоритмически компактным и удобным для расчетов на ЭВМ является описанный ниже метод, основанный на процедуре составления уравнений Лагранжа второго рода, в котором для описания кинематических

связей многозвенного механизма используется система однородных координат (рис. 3.1) с матрицами размерности $[4 \times 4]$. Этот метод [35, 41, 42] был неоднократно применен [13, 14, 28, 29, 39] для моделирования динамики, анализа и синтеза систем управления манипуляционных роботов.

Модель механической руки робота представляет собой голономную систему с n степенями свободы (по числу степеней подвижности) и состоит из абсолютно жестких звеньев с известными инерционно-массовыми характеристиками, соединенных последовательно кинематическими парами пятого класса. Уравнения Лагранжа второго рода, которыми описываются такие системы [6], имеют вид

$$\left(d(\partial L / \partial \dot{q}_i) / dt \right) - (\partial L / \partial q_i) = Q_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (8.1)$$

где $L = W - U$ – функция Лагранжа системы, W – кинетическая энергия системы, U – потенциальная энергия системы, Q_i – обобщенные силы. Кинетическая энергия W модели равна сумме кинетических энергий W_i звеньев

$$W = \sum_{i=1}^n W_i, \quad i = \overline{1, n}.$$

Кинетическая энергия объекта манипулирования представляет собой часть кинетической энергии n -го звена модели.

Пусть $\mathbf{R}_{\bar{i}} = [x_{\bar{i}}, y_{\bar{i}}, z_{\bar{i}}, 1]^T$ – радиус-вектор некоторой точки i -го звена ($i = \overline{1, n}$) в j -й системе координат. Тогда для элемента dm_i , расположенного в этой точке, выражение кинетической энергии можно записать так

$$dW_i = 0,5 \left| \dot{\mathbf{R}}_{0i} \right|^2 dm_i.$$

Согласно (3.1), $\mathbf{R}_{0i} = \mathbf{M}_{0i} \mathbf{R}_{0i}$, $\mathbf{M}_{0i} = \mathbf{M}_{0i}(\mathbf{q})$, $\mathbf{R}_{0i} = \text{const}$, следовательно,

$$dW_i = 0,5 \left\langle \dot{\mathbf{M}}_{0i} \mathbf{R}_{0i}, \dot{\mathbf{M}}_{0i} \mathbf{R}_{0i} \right\rangle dm_i, \quad (8.2)$$

где $\langle \tilde{\mathbf{a}}, \tilde{\mathbf{b}} \rangle$ – скалярное произведение векторов $\tilde{\mathbf{a}}$ и $\tilde{\mathbf{b}}$.

Для скалярного произведения векторов $\tilde{\mathbf{a}}$ и $\tilde{\mathbf{b}}$, рассматриваемых как $[1 \times k]$ -матрицы, имеет место соотношение [4]

$$\langle \tilde{\mathbf{a}}, \tilde{\mathbf{b}} \rangle = \tilde{\mathbf{a}}^T \tilde{\mathbf{b}} = \text{tr} \tilde{\mathbf{C}},$$

где $\tilde{\mathbf{C}} = \tilde{\mathbf{a}} \tilde{\mathbf{b}}^T$ – квадратная $[k \times k]$ -матрица, а $\text{tr} \tilde{\mathbf{C}} = \text{tr}(\tilde{\mathbf{a}} \tilde{\mathbf{b}}^T)$ – сумма диагональных элементов квадратной матрицы $\tilde{\mathbf{C}}$, называемая следом матрицы $\tilde{\mathbf{C}}$. Поэтому соотношение (8.2) можно записать в виде

$$dW_i = 0,5 \text{tr}(\dot{\mathbf{M}}_{0i} \mathbf{R}_{0i} \mathbf{R}_{0i}^T \dot{\mathbf{M}}_{0i}^T) dm_i, \quad (8.3)$$

Полная кинетическая энергия i -го звена ($i = \overline{1, n}$) вычисляется интегрированием по его объему

$$W_i = \int dW_i = 0,5 \operatorname{tr} \left[\dot{\mathbf{M}}_{0i} \left(\int \mathbf{R}_{ii} \mathbf{R}_{ii}^T dm_i \right) \dot{\mathbf{M}}_{0i}^T \right]. \quad (8.4)$$

Матрицу $\mathbf{H}_i = \int \mathbf{R}_{ii} \mathbf{R}_{ii}^T dm_i$ размерности $[4 \times 4]$ можно назвать матрицей инерции i -го звена. Элементы этой матрицы хорошо известны в механике [22]. Действительно, учитывая, что $\mathbf{R}_{ii} = [x_{ii}, y_{ii}, z_{ii}, 1]^T$, можно записать

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} \int x_{ii}^2 dm_i & \int y_{ii} x_{ii} dm_i & \int z_{ii} x_{ii} dm_i & \int x_{ii} dm_i \\ \int x_{ii} y_{ii} dm_i & \int y_{ii}^2 dm_i & \int z_{ii} y_{ii} dm_i & \int y_{ii} dm_i \\ \int x_{ii} z_{ii} dm_i & \int y_{ii} z_{ii} dm_i & \int z_{ii}^2 dm_i & \int z_{ii} dm_i \\ \int x_{ii} dm_i & \int y_{ii} dm_i & \int z_{ii} dm_i & m_i \end{bmatrix},$$

где m_i – масса i -го звена; подматрица $[3 \times 3]$ в верхнем левом углу представляет собой матрицу моментов инерции i -го звена: $I_{xx} = \int x_{ii}^2 dm_i$, $I_{yy} = \int y_{ii}^2 dm_i$, $I_{zz} = \int z_{ii}^2 dm_i$ – осевые моменты инерции звена; $I_{xy} = I_{yx} = \int x_{ii} y_{ii} dm_i$, $I_{xz} = I_{zx} = \int x_{ii} z_{ii} dm_i$, $I_{yz} = I_{zy} = \int y_{ii} z_{ii} dm_i$ – центробежные моменты инерции; $\int x_{ii} dm_i = m_i \bar{x}_i$, $\int y_{ii} dm_i = m_i \bar{y}_i$, $\int z_{ii} dm_i = m_i \bar{z}_i$ – статические моменты i -го звена относительно i -й системы координат; $\bar{\mathbf{R}}_{ii} = [\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i, 1]^T$ – радиус-вектор центра масс i -го звена.

Как видно, матрицы инерции \mathbf{H}_i – симметрические, т.е. $\mathbf{H}_i^T = \mathbf{H}_i$. После подстановки в (8.4) матриц \mathbf{H}_i для кинетической энергии всей модели можно записать

$$W = 0,5 \sum_{i=1}^n \operatorname{tr} \left(\dot{\mathbf{M}}_{0i} \mathbf{H}_i \dot{\mathbf{M}}_{0i}^T \right). \quad (8.5)$$

Потенциальная энергия U модели определяется формулой

$$U = g \left\langle \boldsymbol{\sigma}_z, \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{M}_{0i} \bar{\mathbf{R}}_{ii} \right\rangle,$$

где g – ускорение силы тяжести, $\boldsymbol{\sigma}_z = [0, 0, 1, 0]^T$.

Прежде чем определить производные от функций W и U , необходимые для составления уравнений (8.1), покажем, каким образом трудоемкие операции дифференцирования, например при определении $\dot{\mathbf{M}}_{0i}$, заменяются операцией умножения матриц. Напомним, что матрица $\mathbf{M}_{i-1,i}$ зависит

только от i -й обобщенной координаты q_i . Она обладает следующим свойством

$$\partial \mathbf{M}_{i-1,i} / \partial q_i = \mathbf{D}_i \mathbf{M}_{i-1,i},$$

где при принятом (см. рис. 3.1) назначении систем координат

$$\mathbf{D}_i = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & \text{если } i\text{-я кинематическая пара вращательная,} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & \text{если } i\text{-я кинематическая пара поступательная.} \end{cases}$$

Из этого свойства следует

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{0i}^i &= \partial \mathbf{M}_{0i} / \partial q_j = \\ &= \begin{cases} \mathbf{M}_{01} \mathbf{M}_{12} \dots \mathbf{M}_{j-2,j-1} \mathbf{D}_j \mathbf{M}_{j-1,j} \dots \mathbf{M}_{j,j+1} \dots \mathbf{M}_{i-1,i}, & \text{если } j \leq i, \quad i, j = \overline{1, n} \\ 0, & \text{если } j > i \end{cases} \end{aligned} \quad (8.6)$$

и далее

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{0i}^k &= \partial \mathbf{M}_{0i}^i / \partial q_k = \\ &= \begin{cases} \mathbf{M}_{01} \dots \mathbf{M}_{j-2,j-1} \mathbf{D}_j \mathbf{M}_{j-1,j} \dots \mathbf{M}_{k-2,k-1} \mathbf{D}_k \mathbf{M}_{k-1,k} \dots \mathbf{M}_{j-1,i}, & \text{если } j, k \leq i \\ \mathbf{M}_{01} \dots \mathbf{M}_{j-2,j-1} \mathbf{D}_j^2 \mathbf{M}_{j-1,j} \dots \mathbf{M}_{i-1,i}, & \text{если } j = k \leq i \\ 0, & \text{если } j > i \text{ или } k > i. \end{cases} \end{aligned} \quad (8.7)$$

Формула (8.6) позволяет записать выражение $\dot{\mathbf{M}}_{0i}$ в виде

$$\dot{\mathbf{M}}_{0i} = \sum_{j=1}^i (\partial \mathbf{M}_{0i} / \partial q_j) \dot{q}_j = \sum_{i=1}^i \mathbf{M}_{0i}^i \dot{q}_j,$$

откуда

$$\mathbf{W} = 0,5 \sum_{i=1}^n \sum_{j,k=1}^i \text{tr} \left[\mathbf{M}_{0i}^i \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^k)^T \right] \dot{q}_j \dot{q}_k.$$

С учетом формулы (8.7) можно определить выражение для производных от \mathbf{W} и подставить их в (8.1). Так как имеет место соотношение $\text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{H}\mathbf{B}^T) = \text{tr}(\mathbf{B}\mathbf{H}\mathbf{A}^T)$, то

$$\partial \mathbf{W} / \partial q_i = 0,5 \sum_{i=1}^n \sum_{j,k=1}^i \left[\text{tr} \left(\mathbf{M}_{0i}^j \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^k)^T \right) + \text{tr} \left(\mathbf{M}_{0i}^k \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^j)^T \right) \right] \dot{q}_j \dot{q}_k =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n \sum_{j,k=1}^i \operatorname{tr} \left(\mathbf{M}_{0i}^{\mu} \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^{\mu})^T \right) \dot{q}_j \dot{q}_k, \\
\partial W / \partial \dot{q}_i &= 0,5 \sum_{i=1}^n \sum_{j=k=1}^i \left[\operatorname{tr} \left(\mathbf{M}_{0i}^{\mu} \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^{\mu})^T \right) + \operatorname{tr} \left(\mathbf{M}_{0i}^{\mu} \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^{\mu})^T \right) \right] \dot{q}_j = \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \operatorname{tr} \left(\mathbf{M}_{0i}^{\mu} \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^{\mu})^T \right) \dot{q}_j, \\
&\quad \frac{d}{dt} \frac{\partial W}{\partial \dot{q}} = \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \left\{ \sum_{k=1}^i \left[\operatorname{tr} \left(\mathbf{M}_{0i}^{\mu} \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^{\mu})^T \right) \dot{q}_j \dot{q}_k + \operatorname{tr} \left(\mathbf{M}_{0i}^{\mu} \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^{\mu})^T \right) \dot{q}_j \dot{q}_k \right] + \right. \\
&\quad \left. + \operatorname{tr} \left(\mathbf{M}_{0i}^{\mu} \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^{\mu})^T \right) \ddot{q}_j \right\} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \operatorname{tr} \left(\mathbf{M}_{0i}^{\mu} \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^{\mu})^T \right) \ddot{q}_j + \\
&\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{k,j=1}^i \left[\operatorname{tr} \left(\mathbf{M}_{0i}^{\mu} \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^{\mu})^T \right) + \operatorname{tr} \left(\mathbf{M}_{0i}^{\mu} \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^{\mu})^T \right) \right] \dot{q}_j \dot{q}_k, \quad l = \overline{1, n}.
\end{aligned}$$

Требуемые для уравнения Лагранжа (8.1) производные потенциальной энергии будут

$$\begin{aligned}
\partial U / \partial \dot{q}_l &= 0, \\
\partial U / \partial q_l &= g \left\langle \boldsymbol{\sigma}_z, \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{M}_{0i}^{\mu} \mathbf{R}_{ii} \right\rangle, \quad l = \overline{1, n}.
\end{aligned}$$

Таким образом, алгоритм расчета коэффициентов, в котором отсутствуют процедуры численного дифференцирования, приводит в соответствии с (8.1) к следующей записи уравнений Лагранжа:

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \operatorname{tr} \left(\mathbf{M}_{0i}^{\mu} \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^{\mu})^T \right) \ddot{q}_j + \sum_{i=1}^n \sum_{k,j=1}^i \operatorname{tr} \left(\mathbf{M}_{0i}^{\mu} \mathbf{H}_i (\mathbf{M}_{0i}^{\mu})^T \right) \dot{q}_j \dot{q}_k - \\
&\quad - g \left\langle \boldsymbol{\sigma}_z, \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{M}_{0i}^{\mu} \mathbf{R}_{ii} \right\rangle = Q_l, \quad l = 1, \dots, n.
\end{aligned} \tag{8.8}$$

Обобщенная сила Q_l , соответствующая обобщенной координате q_l ($l = \overline{1, n}$), равна сумме приведенных к обобщенной координате q_l моментов Q_{nl} приводов, внешних моментов Q_{μ} , сил трения в механических передачах и сочленениях $Q_{\text{тр}}$

$$Q_l = Q_{nl} + Q_{\mu} + Q_{\text{тр}}.$$

Приведение моментов приводов и сил трения к системе координат рассмотрено выше (см. гл. 6).

Остановимся здесь лишь на алгоритме расчета приведенных к обобщенным координатам \mathbf{q} внешних моментов от сил [14, 29], к которым можно отнести силы сопротивления внешней среды, нагрузку, приложенную к рабочему органу механической руки, и т.п. Введем в рассмотрение четырехмерные векторы сил $\bar{\mathbf{f}} = [f_x, f_y, f_z, 0]^T$ в системе координат, связанной со стойкой механической руки. Пусть на элемент dm_i , i -го звена действует элемент силы $d\bar{\mathbf{f}}_i$. Пусть $d\mathbf{R}_{0i}$ – виртуальное перемещение элемента dm_i . Тогда выражение для элементарной работы силы $d\bar{\mathbf{f}}_i$ на этом перемещении принимает вид

$$\begin{aligned} \delta A_i &= \langle d\bar{\mathbf{f}}_i, d\mathbf{R}_{0i} \rangle = \langle d\bar{\mathbf{f}}_i, \delta(\mathbf{M}_{0i} \mathbf{R}_{0i}) \rangle = \langle d\bar{\mathbf{f}}_i, \delta \mathbf{M}_{0i} \mathbf{R}_{0i} \rangle = \text{tr}(d\bar{\mathbf{f}}_i \mathbf{R}_{0i}^T \delta \mathbf{M}_{0i}^T) = \\ &= \text{tr} \left(d\bar{\mathbf{f}}_i \mathbf{R}_{0i}^T \sum_{j=1}^i (\mathbf{M}_{0j}^l)^T \delta q_j \right) = \sum_{j=1}^i \text{tr} \left(d\bar{\mathbf{f}}_i \mathbf{R}_{0i}^T (\mathbf{M}_{0i}^l)^T \right) \delta q_j. \end{aligned}$$

Проинтегрировав полученное равенство по объему i -го звена и произведя суммирование интегралов по всем звеньям, найдем выражение для работы всех внешних сил, действующих на манипулятор,

$$\begin{aligned} \delta A_{\Sigma} &= \sum_{j=1}^n \int \langle d\bar{\mathbf{f}}_i, d\mathbf{R}_{0i} \rangle = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \text{tr} \left[\left(\int \mathbf{R}_{0i} d\bar{\mathbf{f}}^T \right)^T (\mathbf{M}_{0i}^l)^T \right] \delta q_j = \\ &= \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=j}^n \text{tr} \left[\left(\int \mathbf{R}_{0i} d\bar{\mathbf{f}}^T \right)^T (\mathbf{M}_{0i}^l)^T \right] \right) \delta q_j \quad (j = \overline{1, n}). \end{aligned}$$

Так как приведенные к обобщенным координатам силы Q_{0i} ($i = \overline{1, n}$) определяются равенством $\delta A = \sum_{i=1}^n Q_{0i} \cdot \delta q_j$ [22], то

$$Q_{0i} = \sum_{i=1}^n \text{tr} \left[\left(\int \mathbf{R}_{0i} d\bar{\mathbf{f}}^T \right)^T (\mathbf{M}_{0i}^l)^T \right].$$

По аналогии с матрицей моментов инерции i -го звена \mathbf{H}_i определяется матрица сил, действующих на i -е звено [29],

$$\Phi_i = \left(\int \mathbf{R}_{0i} d\bar{\mathbf{f}}^T \right)^T = \begin{bmatrix} \int x_{0i} df_{xi} & \int y_{0i} df_{xi} & \int z_{0i} df_{xi} & \int df_{xi} \\ \int x_{0i} df_{yi} & \int y_{0i} df_{yi} & \int z_{0i} df_{yi} & \int df_{yi} \\ \int x_{0i} df_{zi} & \int y_{0i} df_{zi} & \int z_{0i} df_{zi} & \int df_{zi} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Тогда

$$Q_{0i} = \sum_{i=1}^n \text{tr} \left[\Phi_i (\mathbf{M}_{0i}^l)^T \right], \quad (8.9)$$

Полезно установить связь элементов матрицы Φ_i с главным вектором сил, проходящим через центр масс звена, и главным моментом сил, приложенных к звену. Для этого введем шестимерный вектор $f_i^i = [f_{1i}^i, \dots, f_{6i}^i]^T$, первые три элемента которого являются проекциями главного вектора сил на оси системы координат, связанной с i -м звеном, а вторые три – проекциями главного момента на те же оси, а также аналогичный вектор $f_i^0 = [f_{1i}^0, \dots, f_{6i}^0]^T$ в системе координат, связанной со стойкой. Тогда, как показано в работе [29],

$$f_{ji}^0 = \text{tr}(\Phi_i M_{0i}^T (D_j)^T), \quad f_{ji}^i = \text{tr}(\Phi_i (D_j)^T M_{0i}^T), \quad i=1, \dots, n; \quad j=1, \dots, 6,$$

где D_j – проектирующие матрицы:

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Часто встречающаяся задача – приведение к обобщенным координатам нагрузки, действующей на рабочий орган механической руки, когда компоненты вектора f_n^0 (или f_n^i) известны. Чтобы воспользоваться формулой (8.9), надо решить обратную задачу: определить компоненты матрицы Φ_i по шестимерному вектору f_n^0 (или f_n^i). Так как решение этой задачи неоднозначно, то можно удобным для исследователя способом задаться точками на последнем звене и заменить приложенными в них силами компоненты главного момента сил, действующих на звено.

В заключение заметим, что систему уравнений (8.8) можно коротко представить в виде

$$P(q, \xi) \ddot{q} + b(q, \dot{q}, \xi) - Q_* = Q_n, \quad (8.10)$$

где $P(q, \xi)$ – матрица-функция размерности $n \times n$, $b(q, \dot{q}, \xi)$ – вектор-функция размерности n , Q_* – вектор обобщенных внешних сил и сил трения в кинематических парах скелета руки, Q_n – вектор приведенных к обобщенным координатам моментов приводов, ξ – вектор параметров руки.

Исходные данные – вектор параметров руки ξ , а также начальные условия q_0 и \dot{q}_0 – позволяют с помощью описанного алгоритма рассчитывать значения элементов матрицы $P(q, \xi)$, векторов $b(q, \dot{q}, \xi)$ и Q_* . Чтобы по-

явилась возможность наблюдать, например, поведение системы путем интегрирования полученных уравнений, не хватает информации о приведенных к обобщенным координатам моментах приводов. Под приводом понимается усилительно-преобразовательное устройство (УПУ), включающее двигатель и усилитель сигнала управления, кинематические передачи к звеньям исполнительного устройства и контуры обратных связей, охватывающие усилительно-преобразовательное устройство. Связь между вектором моментов на выходах УПУ (валах двигателей) и вектором приведенных к обобщенным координатам руки моментов приводов при абсолютно жестких элементах передач определена кинематикой руки, а именно матрицей частных передаточных отношений A (см. гл. 5).

Собственно моменты на выходах УПУ зависят от характеристик последнего, от вида и организации обратных связей, охватывающих УПУ, от программы движения и от нагрузки, которую с учетом приведения описывает левая часть уравнения (8.10). Из сказанного следует, что для анализа динамического поведения манипуляционной системы уравнения (8.8) (а соответственно и (8.10)) следует дополнить и уточнить с учетом свойств элементов привода звеньев механической руки.

8.2. УРАВНЕНИЯ ПРИВОДОВ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Особенности математического описания привода рассмотрим на примере электропривода. Для исследования динамики механизмов с электроприводом обычно [3, 10, 11] используют уравнения Лагранжа–Максвелла, которые имеют форму уравнений Лагранжа второго рода и позволяют автоматически получать не только уравнения движения механической части системы, но и связанные с ними уравнения электрической части. При составлении этих уравнений полагают, что состояние электромеханической системы описывается как обобщенными координатами механической части, так и обобщенными координатами, определяющими состояние электрической части системы. За обобщенные электрические координаты принимают количества электричества. При этом производные по времени от обобщенных электрических координат дают обобщенные токи.

"Электрическая" составляющая в функции Лагранжа для механизмов с электроприводом совпадает с магнитной энергией системы

$$L_s = 0,5 \sum_{r,s=1}^n L_{rs} I_r I_s,$$

где r и s – индексы независимых электрических контуров (витков, обмоток), по которым протекают токи I_r и I_s ; L_{rs} при $r \neq s$ – взаимная индуктивность, а при $r = s$ – индуктивность. Обобщенная "электрическая" сила по j -й обобщенной электрической координате (правая часть соответствующего уравнения Лагранжа) определяется как скалярная величина, равная коэффи-

циенту при вариации этой координаты в выражении работы δA , электрических сил

$$\delta A_s = \sum_{j=1}^m \left[\sum_{r,s=1}^m (E_{r,s} - R_{r,s} I_{r,s}) \right] \delta q_{sj},$$

где m – число "электрических" обобщенных координат q_s , $E_{r,s}$ – ЭДС контура, $R_{r,s}$ – электрическое сопротивление контура.

Рассмотрим сравнительно простой случай, имеющий, однако, практически важное значение, когда в качестве УПУ используют электродвигатель постоянного тока с независимым возбуждением и усилитель управляющего сигнала. Схема разомкнутого привода (без обратных связей) механизма с одной степенью подвижности приведена на рис. 8.1, а. С ротором двигателя, момент инерции которого $I_{дв}$, через редуктор с передаточным отношением $i = \dot{\psi}/\dot{q}$, связано ведомое звено механизма, момент инерции которого $I_{зв} = \text{const}$, $\dot{\psi}$ – скорость ротора двигателя, \dot{q} – скорость ведомого звена. На ведомое звено и ротор двигателя действуют моменты сопротивления. Для определенности моменты сил сухого трения: $M'_{тр} = M \text{ sign } \dot{q}$, $M'_{xx} = M_{xx} \text{ sign } \dot{\psi}$, $M_{тр} = \text{const}$, $M_{xx} = \text{const}$.

Обозначим индуктивности обмоток возбуждения и якоря соответственно L_ψ и L_α , взаимную индуктивность $L_{\psi\alpha} = L_{\alpha\psi}$, токи в обмотках возбуждения и якоря – I_ψ и I_α . Тогда функция Лагранжа–Максвелла электро-механической системы будет

$$L = 0,5 (L_\psi I_\psi^2 + L_\alpha I_\alpha^2 + 2L_{\psi\alpha} I_\psi I_\alpha + I_{дв} \dot{\psi}^2 / i^2 + I_{зв} \dot{\psi}^2).$$

Ток I_α можно считать постоянным. Поэтому общее число независимых параметров в этой функции равно двум и уравнения Лагранжа–Максвелла для рассматриваемого примера примут вид

$$d(\partial L / \partial \dot{\psi}) / dt - \partial L / \partial \psi = M'_{тр} / i + M'_{xx},$$

$$d(\partial L / \partial I_\alpha) / dt = U_\alpha - I_\alpha R_\alpha,$$

где U_α и R_α – напряжение и сопротивление цепи якоря.

При дифференцировании функции Лагранжа–Максвелла L_ψ и L_α можно считать постоянными, а взаимную индуктивность $L_{\psi\alpha}$ – зависящей от положения ротора, т.е. от ψ . После дифференцирования получим систему уравнений динамики разомкнутого электропривода ведомого звена механизма в виде

$$\begin{cases} (I_{дв} + I_{зв} / i^2) \ddot{\psi} - (dL_{\psi\alpha} / d\psi) I_\psi I_\alpha = (M'_{тр} / i) + M'_{xx}, \\ L_\alpha (dI_\alpha / dt) + (dL_{\psi\alpha} / d\psi) I_\psi \dot{\psi} = U_\alpha - I_\alpha R_\alpha. \end{cases} \quad (8.11)$$

Из первого уравнения этой системы следует, что момент, развиваемый двигателем, будет

$$M_{дв} = (dL_{\psi\alpha} / d\psi) I_\psi I_\alpha. \quad (8.12)$$

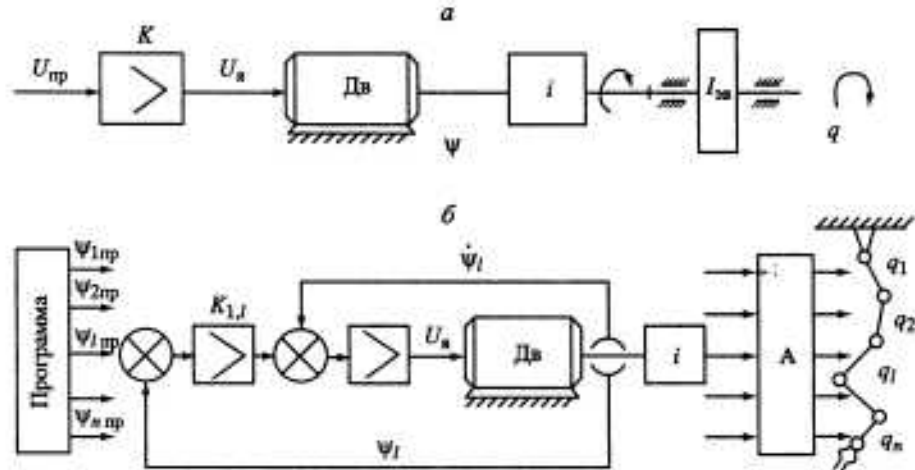


Рис. 8.1. Разомкнутый привод механизма с одной степенью подвижности (а) и вариант замкнутого привода степени подвижности робототехнической системы (б)

Если считать, что магнитный поток создается только катушкой возбуждения, то величина $(dL_{\text{м}} / d\psi)I_{\text{в}}$ пропорциональна магнитному потоку в воздушном зазоре между ротором и статором двигателя. Следовательно,

$$M_{\text{эм}} = \Phi K_{\text{м}} I_{\text{в}}, \quad (8.13)$$

где Φ – поток возбуждения, $K_{\text{м}}$ – коэффициент пропорциональности, характеризующий магнитную проводимость магнитопровода.

Сведем систему дифференциальных уравнений (8.11) к одному уравнению. Для этого с учетом (8.12), (8.13) выразим величину $I_{\text{в}}$ из первого уравнения системы (8.11):

$$I_{\text{в}} = \left[(I_{\text{дв}} + I_{\text{нв}} / i^2) \ddot{\psi} - (M'_{\text{тр}} / i + M'_{\text{хх}}) \right] / \Phi K_{\text{м}}.$$

Это соотношение позволяет из второго уравнения (8.11) найти

$$dI_{\text{в}} / dt = R_{\text{в}} \left[(U_{\text{в}} \Phi K_{\text{м}} / R_{\text{в}}) - (I_{\text{дв}} + I_{\text{нв}} / i^2) \ddot{\psi} + \right. \\ \left. + (M'_{\text{тр}} / i + M'_{\text{хх}}) - \Phi K_{\text{м}} \dot{\psi} / R_{\text{в}} \right] / L_{\text{в}} \Phi K_{\text{м}}.$$

Теперь после дифференцирования первого уравнения (8.11) по времени и подстановки в него значения $dI_{\text{в}}/dt$ получим одно дифференциальное уравнение привода второго порядка относительно $\psi = \omega_{\text{дв}}$

$$(I_{\text{в}} / R_{\text{в}}) \left[(I_{\text{дв}} + I_{\text{нв}} / i^2) \ddot{\omega}_{\text{дв}} - (\dot{M}'_{\text{тр}} / i + \dot{M}'_{\text{хх}}) \right] + (I_{\text{дв}} + I_{\text{нв}} / i^2) \dot{\omega}_{\text{дв}} = \\ = U_{\text{в}} \Phi K_{\text{м}} / R_{\text{в}} = (\Phi^2 K_{\text{м}}^2 / R_{\text{в}}) \omega_{\text{дв}} + (M'_{\text{тр}} / i) + M_{\text{хх}}. \quad (8.14)$$

В зависимости от соотношений коэффициентов в полученном уравнении оно может описывать аperiodический или колебательный тип движения. В областях, близких к резонансу, возможно значительное повыше-

ние амплитуды колебаний. Этот эффект иногда наблюдается на очень высоких частотах (порядка 200–300 Гц) и его целесообразно использовать для снятия трения в опорах и передачах привода. Обычно рабочие режимы двигателей соответствуют дорезонансной области, поэтому при исследовании и в инженерных расчетах используют статическую характеристику двигателя, под которой понимается зависимость величины момента $M_{дв}$, развиваемого двигателем, от угловой скорости ротора $\omega_{дв}$. Статической ее называют потому, что определяют в установившихся движениях при $\dot{\omega}_{дв} = 0$, т.е. без учета сил инерции.

Для установившегося движения сила тока I_a не меняется ($dI_a/dt = 0$), она определяется вторым уравнением системы (8.11) с учетом (8.12) и (8.13)

$$I_a = (U_a - \Phi K_u \omega_{дв}) / R_a.$$

Подставив это выражение в (8.13), получим статическую характеристику двигателя

$$M_{дв} = M_n - K_1 \omega_{дв}, \quad M_n = \Phi K_u U_a / R_a, \quad K_1 = \Phi^2 K_u^2 / R_a, \quad (8.15)$$

где M_n – пусковой момент двигателя, K_1 – коэффициент вязкого трения двигателя.

В практических руководствах и учебниках приводится несколько иное выражение коэффициента вязкого трения двигателя [21]

$$K_1 = K_e K_u \Phi^2 / R_a,$$

где K_e – коэффициент пропорциональности, характеризующий конструкцию двигателя. При этом для режимов торможения ($\text{sign } \omega_{дв} \neq \text{sign } U_a$) момент, развиваемый двигателем, считается равным пусковому [27].

Если использовать статическую характеристику двигателя (8.15), то динамику привода описывают только одним, а именно первым (механическим) уравнением системы (8.11). При этом в него вместо $M_{дв}$ (см. (8.12)) вводят выражение статической характеристики двигателя (8.15)

$$(I_{дв} + I_{зв} / i^2) \ddot{\psi} = M_n - K_1 \dot{\psi} + M'_{тр} / i + M'_{хх}. \quad (8.16)$$

Это уравнение, в отличие от более полного (8.14), является уравнением первого порядка относительно $\omega_{дв}$ и относится к уравнениям, описывающим движение аperiodического типа.

Для перехода от координат, связанных с валом двигателя, к координатам ведомого звена в уравнение (8.16) достаточно подставить $\ddot{\psi} = i\ddot{q}$, $\dot{\psi} = i\dot{q}$ и умножить все члены уравнения на i

$$(I_{дв} i^2 + I_{зв}) \ddot{q} + K_1 i \dot{q} = M_n i + M'_{тр} + M'_{хх} i. \quad (8.17)$$

Описание двигателя его статической характеристикой используют и при исследовании и расчетах робототехнических систем. Важно, что вследствие применения статических характеристик двигателей (8.15), входящих в состав УПУ приводов звеньев механических рук роботов, при абсолютно

жестких кинематических передачах привода не происходит повышения порядка уравнений динамики механических рук (8.10). Вместе с тем, как следует из анализа уравнений динамики (8.16) или (8.17) механизма с электроприводом, учет свойств электропривода механической руки в этом случае, не меняя вида уравнения (8.10), приводит к изменению и конкретизации содержания его коэффициентов. Так, вместо $\Pi(\mathbf{q}, \xi)$ получим

$$\tilde{\Pi}(\mathbf{q}, \xi) = \Pi(\mathbf{q}, \xi) + \mathbf{A}^T [\text{diag } J_{m,l}] \mathbf{A},$$

вместо $\mathbf{b}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \xi)$ будем иметь

$$\tilde{\mathbf{b}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \xi) = \mathbf{b}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \xi) + \mathbf{A}^T [\text{diag } K_{1,l}] \mathbf{A} \dot{\mathbf{q}},$$

а к вектору \mathbf{Q}_n обобщенных внешних сил, в который ранее (см. (8.8)) аддитивно могли входить моменты трения в кинематических парах руки – $M_{\text{тр},l} \text{sign } \dot{q}_l$, следует прибавить вектор моментов холостого хода двигателей

$$\tilde{\mathbf{Q}}_n = \mathbf{Q}_n - \mathbf{A}^T [\text{diag } M_{xx,l}] [\text{sign } \mathbf{A} \dot{\mathbf{q}}], \quad l = 1, 2, \dots, n.$$

Наконец, вектору \mathbf{Q}_n можно поставить в соответствие пусковые моменты двигателей, приведенные к координатам \mathbf{q}

$$\tilde{\mathbf{Q}}_n = \mathbf{Q}_n = \mathbf{A}^T \mathbf{M}_n.$$

В приведенных выражениях \mathbf{A} – $[n \times n]$ -матрица частных передаточных отношений передач механической руки; $[\text{diag } J_{m,l}]$, $[\text{diag } K_{1,l}]$, $[\text{diag } M_{xx,l}]$ – диагональные $[n \times n]$ -матрицы моментов инерции двигателей, коэффициентов вязкого трения двигателей и моментов холостого хода двигателей соответственно; $(\text{sign } \mathbf{A} \dot{\mathbf{q}})$ – вектор направлений вращений роторов двигателей; \mathbf{M}_n – $[1 \times n]$ – вектор пусковых моментов двигателей.

Итак, при абсолютно жестких кинематических передачах привода и с учетом статических характеристик двигателей постоянного тока уравнения динамики разомкнутого привода механической руки будут иметь вид

$$\tilde{\Pi}(\mathbf{q}, \xi) \ddot{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{b}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \xi) - \tilde{\mathbf{Q}}_n = \tilde{\mathbf{Q}}_n. \quad (8.18)$$

Для многих практически используемых конструкций ПР (например, для ТУР-10), имеющих длинные и податливые (см. гл. 6) кинематические цепи приводов, предположение об абсолютной жесткости кинематических передач привода неприемлемо. Усложним динамическую модель привода – введем в нее матрицу жесткостей кинематических передач привода (см. гл. 6). Тогда динамическая модель разомкнутого привода механической руки ПР будет представлять собой систему с $2n$ степенями свободы, в которой первые n инерционных элементов – звенья механической руки, а вторые n инерционных элементов – роторы двигателей – связаны упругими элементами в соответствии с матрицей жесткостей. Пусть в системе координат ψ валов двигателей $[n \times n]$ -матрица жесткостей передач \mathbf{C}_ψ . Первую группу n уравнений Лагранжа динамической модели составляют уравнения (8.10), в которых следует положить \mathbf{Q}_n , равным усилиям упругих элементов

$$\mathbf{Q}_n = \mathbf{A}^T \mathbf{C}_\psi [\mathbf{q}_{\text{пр}} - \mathbf{q}],$$

где q_{zn} – вектор приведенных к системе обобщенных координат q координат ψ выходных валов двигателей.

Вторую группу n уравнений Лагранжа этой модели образуют уравнения вида (8.16), из которых исключены приведенные моменты инерции звеньев и моменты трения в кинематических парах скелета руки, но добавлены усилия упругих элементов

$$\begin{aligned} & [\text{diag } I_{zn, l}] \ddot{\psi} + [\text{diag } K_{l, l}] \dot{\psi} + C_{\psi} [\psi - \psi_p] + \\ & + [\text{diag } M_{xx, l}] [\text{sign } \dot{\psi}] = (M_n)_{\psi}, \quad l = 1, 2, \dots, n, \end{aligned}$$

где ψ_p – относительные положения звеньев скелета руки, приведенные к координатам ψ .

Перейдя к единой шкале координат, например к координатам q : $\dot{\psi} = A \dot{q}_{zn}$, окончательно получим следующую систему $2n$ уравнений:

$$\begin{aligned} & \Pi(q, \xi) \ddot{q} + b(q, \dot{q}, \xi) - Q_x + A^T C_{\psi} A [q - q_{zn}] = 0, \quad (8.19) \\ & A^T [\text{diag } I_{zn, l}] A \ddot{q} + A^T [\text{diag } K_{l, l}] A \dot{q}_{zn} + A^T C_{\psi} A [q_{zn} - q] + \\ & + A^T [\text{diag } M_{xx, l}] (\text{sign } A \dot{q}_{zn}) = (M_n)_q. \end{aligned}$$

Разомкнутый привод звеньев механической руки, динамические уравнения которого в зависимости от степени идеализации свойств его элементов приведены выше (см. (8.10), или (8.18), или (8.19)), используют в основном в роботах с цикловым управлением.

В позиционных и контурных системах управления применяют привод, замкнутый по положению, по скорости и часто по току. Проблема организации контуров обратных связей в замкнутом приводе звеньев, сопряженная с проблемой выбора законов регулирования, будет обсуждена ниже (см. гл. 10). Здесь же в качестве примера приведем уравнения замыкания привода для случая, когда каждый двигатель охвачен контурами отрицательных обратных связей по положению и по скорости (рис. 8.1, б). Именно так организованы обратные связи в приводе робота ТУР-10. Если пренебречь инерционностью усилителей напряжения, питающих l -й двигатель, и величиной запаздывания сигнала в цепи обратной связи (это не всегда справедливо для цифровой системы управления), то получим

$$\begin{aligned} U_{n, l} &= K_{2, l} [K_{3, l} (\psi_{np, l} - \psi_l) - \dot{\psi}_l] = \\ &= -K_{2, l} \dot{\psi}_l - K_{2, l} K_{3, l} (\psi_l - \psi_{np, l}), \quad |U_{n, l}| < U_{n, l, \max}, \end{aligned}$$

где $K_{2, l}$; $K_{3, l}$ – коэффициенты усиления, $\psi_{np, l}$ – программное значение координаты ψ_l , $U_{n, l, \max}$ – ограничение напряжения питания двигателя. Согласно (8.15) вместо этих соотношений можно записать

$$\begin{aligned} M_{n, l} &= -\bar{K}_{2, l} \dot{\psi}_l - \bar{K}_{2, l} K_{3, l} (\psi_l - \psi_{np, l}), \\ \bar{K}_{2, l} &= \Phi K_u / R_n, \quad l = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

При переходе к координатам q полученный вектор

$$[M_{n, l}]_{\psi} = -[\text{diag } \bar{K}_{2, l}] \dot{\psi} - [\text{diag } \bar{K}_{2, l} K_{3, l}] [\psi - \psi_{np}]$$

примет вид

$$[M_{n,i}]_q = -A^T[\text{diag } \bar{K}_{2,i}]A\dot{q}_{2n} - A^T[\text{diag } \bar{K}_{2,i}K_{3,i}]A[q_{2n} - q_{np}]. \quad (8.20)$$

При абсолютно жестких кинематических передачах $q_{2n} = q$. Суммируя уравнения (8.19), после подстановки этого условия получим уравнение (8.18), в котором $\bar{Q}_n = [M_{n,i}]_q$ и определено соотношением (8.20).

Таким образом, получены системы обыкновенных дифференциальных уравнений, позволяющие приступить к решению конкретных задач динамики манипуляционной системы. Заметим, что с самого начала была сделана попытка рассмотреть достаточно полную модель манипуляционной системы с большим числом степеней подвижности, поэтому вывод выражений коэффициентов систем уравнений (8.10), (8.18), (8.19) был ориентирован на использование ЭВМ для их расчета. Естественно, что основным методом анализа динамики рассматриваемых систем и синтеза подсистем управления при таком подходе является моделирование на ЭВМ [14, 25, 28, 29, 31, 35].

Мы не будем останавливаться на описании программ моделирования, приведенных во многих работах. Отметим лишь некоторые постановки задач динамики робототехнических систем, решение которых может быть получено с помощью ЭВМ.

Формулировки традиционных для теории машин и механизмов задач динамики [1] полностью распространяются и на робототехнические системы, а их решения зачастую являются базой для постановки и решения специфических задач динамики и управления роботами. Так, первая задача динамики – изучение воздействия внешних сил и сил инерции на звенья механизма, кинематические пары и опоры, а также установление способов снижения динамических нагрузок. Эту задачу называют силовым анализом механизмов. В приложении к роботам она ставится следующим образом: задано требуемое движение системы $q_{i, \text{тp}} = q_{i, \text{тp}}(t)$ ($i = \overline{1, n}$), необходимо определить моменты приводов, величины динамических взаимодействий по степеням подвижности робота, реакции в шарнирах и т.д.

Для системы, описываемой только уравнениями (8.10) или (8.19), данная задача решается подстановкой законов требуемого движения $q_{i, \text{тp}}(t)$, $\dot{q}_{i, \text{тp}}(t)$ и $\ddot{q}_{i, \text{тp}}(t)$, ($i = \overline{1, n}$) вместо $q_i(t)$, $\dot{q}_i(t)$ и $\ddot{q}_i(t)$ в уравнения и не требует их интегрирования. Эта же задача лишь незначительно усложняется, если в модели учитывается податливость кинематических передач. По заданному требуемому движению из первого матричного уравнения систем (8.19) определяется вектор упругих сил $A^T C_v A [q_{2n} - q_{2n}]$, а следовательно, и вектор-функция $q_{2n} = q_{2n}(t)$. Продифференцировав дважды вектор-функцию q_{2n} и подставив \dot{q}_{2n} и \ddot{q}_{2n} во второе матричное уравнение системы (8.19), получим систему линейных алгебраических уравнений относительно пусковых моментов двигателей. Некоторые системы программного управления роботами основаны на решении таких задач, зачастую в реальном времени.

Вторая задача динамики механизмов – изучение движения механизмов под действием заданных сил и установление способов, обеспечивающих заданные режимы движения – в робототехнике ставится так: задано управляющее воздействие и начальное состояние системы, необходимо определить движение системы. Эта задача, столь простая по формулировке, имеет исключительно важное значение при анализе робототехнических систем и разработке принципов и систем управления ими.

Действительно, пусть имеется некоторая робототехническая система, описываемая, например, уравнениями (8.10) и (8.20), и задано ее начальное состояние, а также выработана программа движений $q_{\text{imp}}(t)$ ($i = \overline{1, n}$). Тогда, анализируя решение второй задачи динамики, разработчик имеет возможность судить о собственных частотах и степени устойчивости системы, качестве отработки программных движений, степени соответствия получаемых движений желаемым и добиваться изменением варьируемых параметров (либо изменением структуры системы регулирования) требуемого качества движений.

Определение движения системы под действием заданных сил с помощью ЭВМ возможно путем численного интегрирования системы дифференциальных уравнений. Решение заключается в многократном выполнении цикла вычислений, в котором при заданных начальных обобщенных координатах и скоростях определяют ускорения и каким-либо способом экстраполируют новые значения обобщенных координат и скоростей для следующего момента времени.

Для интегрирования систем дифференциальных уравнений приведенного выше типа обычно используют стандартные методы численного интегрирования, такие как метод Рунге–Кутты, Адамса–Мульттона и др. Большинство из них рассчитано на представление системы дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши, т.е. в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка. С этой целью уравнения динамики привода, например (8.18), следует решать относительно старших производных. Для этого необходимо умножить все члены уравнения на обратную матрицу инерционных коэффициентов (для системы (8.18) – на $\tilde{P}(q, \xi)^{-1}$). Однако данная процедура увеличивает и без того довольно большие затраты машинного времени, обусловленные "пошагово-алгоритмическим" способом составления уравнений динамики и итерационными процедурами их численного интегрирования.

Именно из-за больших затрат времени применение указанных вычислительных процедур пока оправдано только на этапе предварительного анализа робототехнических систем, либо на этапе предварительного планирования их движений. Попытки непосредственного расчета управляющих воздействий в реальном времени, базирующиеся на решении второй задачи динамики, связаны с предварительным раскрытием выражений для коэффициентов в (8.18) (или (8.10)) и представлением их в явном виде.

Это позволяет значительно ускорить расчет, особенно, если удастся реализовать решение дифференциальных уравнений аналоговыми способами. О трудностях получения аналитических выражений для коэффициентов дифференциальных уравнений динамики рассматриваемых систем

упоминалось в начале главы. Как видим, для целого класса практически важных задач мы не получили приемлемого решения. Чувство неудовлетворенности вызывает также тот факт, что наша "подробная" модель (8.19) и (8.20) далеко не полная. Мы не учли инерционно-массовые характеристики кинематических передач хотя бы до уровня "присоединения" [33] масс и моментов инерции элементов передач к массам и моментам инерции "крайних" элементов (звеньям руки и роторам двигателей). Мы не учли также динамического влияния быстровращающихся роторов двигателей на несущие звенья при установке двигателей на подвижных звеньях таким образом, что при движении последних меняются ориентации осей двигателей в пространстве [29] и т.д.

С учетом этих особенностей конкретных робототехнических систем еще более усложнится как сама модель, так и ее анализ, что приведет к увеличению времени расчетов. Образование такого порочного круга говорит о необходимости поиска других подходов к задачам динамики и управления робототехническими системами.

Основным направлением в исследовании динамики манипуляторов и промышленных роботов, интенсивно развиваемым в настоящее время, является компьютерное моделирование разомкнутых кинематических цепей высокой размерности, оснащенных приводами.

Исследователи и проектировщики берут на вооружение методы и отлаженные программы определения траекторий движения звеньев цепи и динамических нагрузок на основные узлы. Однако комплексность объекта исследования делает недостаточным использование только этих методов и наличие известных возможностей для вычислений. Чтобы применять эти методы не вслепую, необходимо до начала вычислений по разработанным программам представлять, какими особенностями могут обладать движения звеньев, каково влияние тех или иных параметров роботов, учтенных и не учтенных при их моделировании на ЭВМ.

Понимание физической сущности рассматриваемых явлений, представление об особенностях движений и влиянии параметров системы, помогающие в решении основных задач динамики, может быть получено на основании общих теорем или сравнения с "подходящей" модельной системой. Поэтому полезно иметь по возможности большее число качественно различных "модельных" систем, для которых решение получается достаточно просто и может быть проанализировано в деталях.

Альтернативное указанному выше направление в исследовании и разработке робототехнических систем связано с созданием упрощенных моделей, отражающих частные, возможно, специфические свойства механических рук, привода, систем регулирования. В результате анализа движения упрощенных моделей, поиска на этой основе физических закономерностей, свойственных той или иной манипуляционной системе, и формулируются принципы (концепции) построения манипуляционных систем с требуемыми динамическими свойствами.

Заметим также, что именно это направление приводит в рамках первой задачи динамики к установлению способов снижения динамических нагрузок, а в рамках второй задачи динамики – способов обеспечения заданных режимов движения.

8.3. УПРОЩЕННЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МЕХАНИЧЕСКИХ РУК. ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ УСИЛИТЕЛЬНО- ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА, ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

8.3.1. Простейшие "базовые" и упрощенные модели исполнительных механизмов роботов

Одна из характерных особенностей динамики исполнительных механизмов роботов – эффект динамического взаимовлияния движений по степеням подвижности. Эффекты динамического взаимовлияния движений проявляются уже в системах с двумя степенями свободы. Анализ кинематических структур скелета рук известных промышленных роботов позволяет выделить девять различных частот применяемых разомкнутых кинематических структур с двумя степенями свободы, различающихся видом и расположением двух кинематических пар пятого класса с взаимно перпендикулярными или параллельными осями. Эти кинематические структуры представлены в табл. 8.1, где В – вращательная, а П – поступательная кинематическая пара. При этом за ось поступательной кинематической пары принята линия перемещения центра тяжести звена, присоединяемого этой парой.

Простейшей "базовой" моделью исполнительного механизма робота будем считать систему, представляющую собой одну из структур, приведенных в табл. 8.1, и содержащую в составе второго звена сосредоточенную массу m , моделирующую инерционные свойства звеньев руки робота. Некоторые из них приведены на рис. 8.2. Динамическое взаимовлияние движений по обобщенным координатам, в качестве которых приняты относительные положения последовательно сочлененных основания и жестких (невесомых) звеньев, находит отражение в выражениях для функций Лагранжа моделей в виде членов, содержащих произведения обобщенных скоростей, коэффициентов при обобщенных скоростях и свободного члена, зависящих от обобщенных координат.

Для простейших моделей, представленных на рис. 8.2, $г, д$, функции Лагранжа содержат лишь квадраты обобщенных скоростей, а коэффициенты при них – суть константы. Это свидетельствует о том, что данные системы ортогональные и динамически развязаны. Несмотря на "вырожденный" характер таких моделей, в некоторых случаях именно с их помощью достигается наглядность постановок и выявляются особенности задач динамики, оптимизационных задач, способов их решения и интерпретация получаемых результатов.

Из очевидных свойств простейших "базовых" моделей отметим следующие: для моделей, представленных на рис. 8.2, $а-г$, в отсутствие потенциальных сил и трения траектории собственных движений массы m , т.е. движений при заданных начальных скоростях и тождественно равной нулю вектор-функции управляющих воздействий, суть прямые на плоскости; для модели, представленной на рис. 8.2, $д$, – винтовая линия на цилиндре, а для моделей на рис. 8.2, $е$ и $ж$ – геодезические линии на торе и на сфере соответственно. Прямые собственных траекторий моделей, приведенных на

ВВ	1 	2 	3
ВП	4 	5 	6
ПВ	7 	8 	
ПП	9 		

рис. 8.2, а, в, имеют изломы на границах зоны обслуживания, что соответствует ударам массы m об ограничитель. В реальных робототехнических системах такого рода удары смягчены инерционностью всех подвижных звеньев системы.

Следующий по сложности класс моделей исполнительных механизмов роботов – упрощенные модели. Каждое подвижное звено этих моделей содержит одну или несколько сосредоточенных масс, характеризующих учитываемые инерционные параметры звеньев. В наиболее простых из них каждое подвижное звено характеризуется одной сосредоточенной массой.

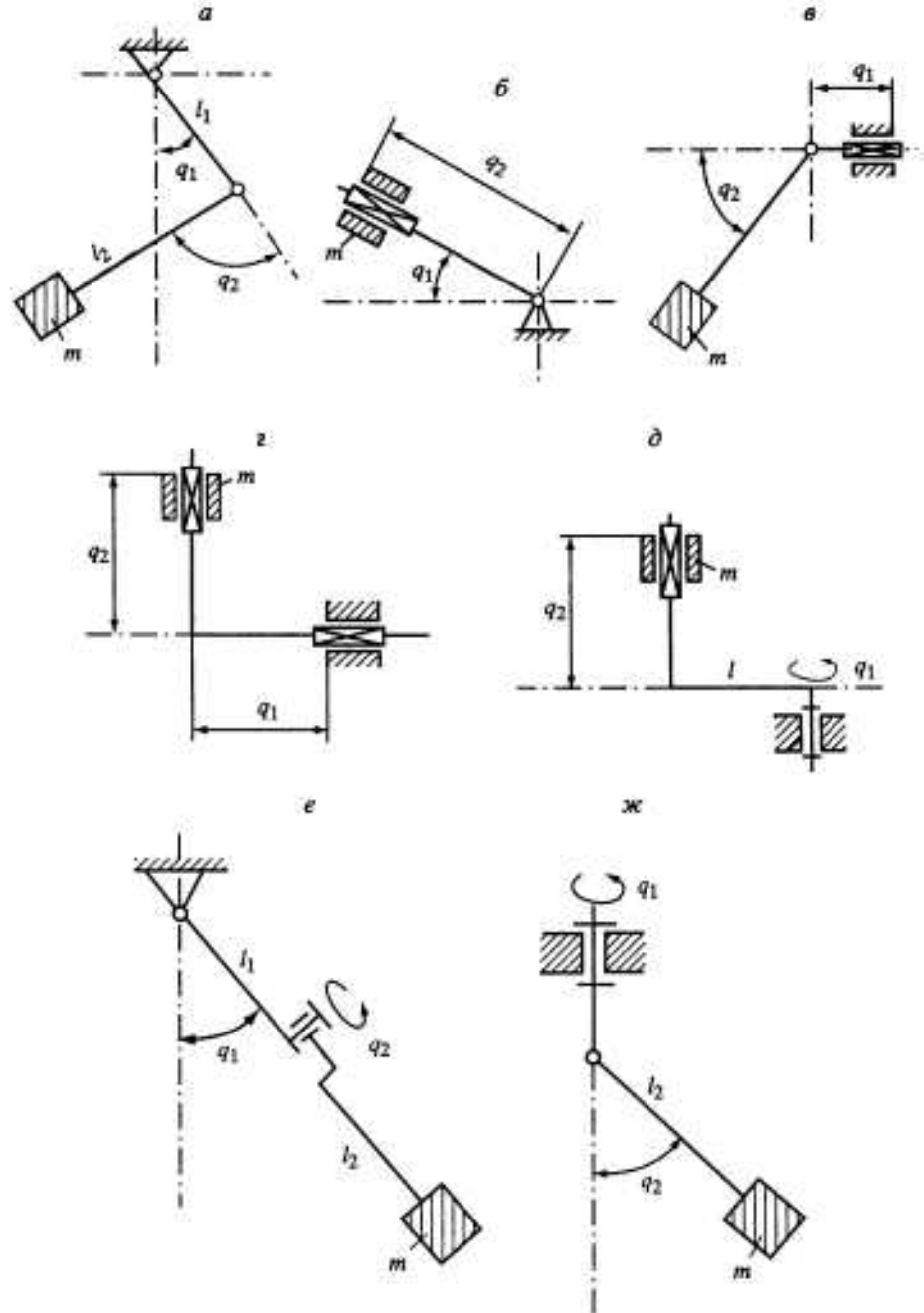


Рис. 8.2. Простейшие динамические базовые модели исполнительных механизмов роботов
 а – двойной маятник; б – полярная система; в – эллиптический маятник; г – координатный стол; д – винтовая система; е – торондальный маятник; ж – сферический маятник.

Такие упрощенные динамические модели исполнительных механизмов роботов-манипуляторов с двумя степенями подвижности, соответствующие наиболее применяемым в робототехнике базовым моделям (см. рис. 8.2, а-в, е), представлены на рис. 8.3.

Чтобы получить выражения для коэффициентов дифференциальных уравнений динамики упрощенных моделей в явном виде, не обязательно пользоваться полным матричным описанием кинематических структур моделей ввиду сложности и значительного объема выкладок. Введем следующие обозначения параметров рассматриваемых упрощенных моделей.

Модель на рис. 8.3, а – двойной плоский маятник, у которого l_1, l_2 – длины звеньев; m_1, m_2 – точечные массы, сосредоточенные соответственно на концах жестких стержней; q_1, q_2 – обобщенные координаты.

Модель на рис. 8.3, б – полярная система, у которой m_1 – масса стержня, сосредоточенная на расстоянии l_1 от точки 0 крепления его к основанию, m_2 – точечная масса звена, перемещающегося вдоль стержня. В качестве обобщенных координат выбраны: q_1 – угол поворота стержня и q_2 – расстояние от точки 0 до точечной массы m_2 .

Модель на рис. 8.3, в – эллиптический маятник с двумя сосредоточенными массами m_1 и m_2 . Обобщенными координатами являются: q_1 – поступательное перемещение массы m_1 относительно основания, q_2 – угол поворота второго звена относительно оси поступательной кинематической пары, l_2 – длина второго звена.

Наконец, модель на рис. 8.3, г – тороидальный маятник с взаимноперпендикулярными осями шарниров. Здесь l_1, l_2 – длины звеньев; m_1, m_2 – сосредоточенные массы. Обобщенные координаты q_1 и q_2 – углы поворота первого звена относительно основания и второго звена относительно первого соответственно.

Предположив стационарность потенциальной функции, обеспечиваемую обычно аддитивными составляющими в управляющих воздействиях, либо наличием пружинных уравновешивающих устройств (см. гл. 6), получим функцию Лагранжа для каждой модели, равную кинетической энергии W , в виде квадратичной формы обобщенных скоростей \dot{q}_1 и \dot{q}_2 :

$$W = 0,5(\pi_{11}\dot{q}_1^2 + 2\pi_{12}\dot{q}_1\dot{q}_2 + \pi_{22}\dot{q}_2^2). \quad (8.21)$$

Выражения для инерционных коэффициентов π_{ij} моделей представлены в табл. 8.2. Приравняв $m_2 = m$ и $m_1 = 0$, получим коэффициенты π_{ij} для соответствующих "базовых" моделей.

Как видно, для всех моделей, представленных на рис. 8.3, а, а следовательно, и для моделей на рис. 8.2, а-в, е, обобщенная координата q_1 циклическая. Поэтому в свободном (собственном) движении ($W = \text{const} = h$) обобщенный импульс по первой координате в процессе движения не меняется

$$p_1 = \partial W / \partial \dot{q}_1 = \pi_{11}\dot{q}_1 + \pi_{12}\dot{q}_2 = \text{const}. \quad (8.22)$$

Физическое проявление этого условия для моделей, приведенных на рис. 8.2, при условии идеальности кинематических пар описано выше. Для моделей, представленных на рис. 8.3, а, б, г, при тех же условиях этот

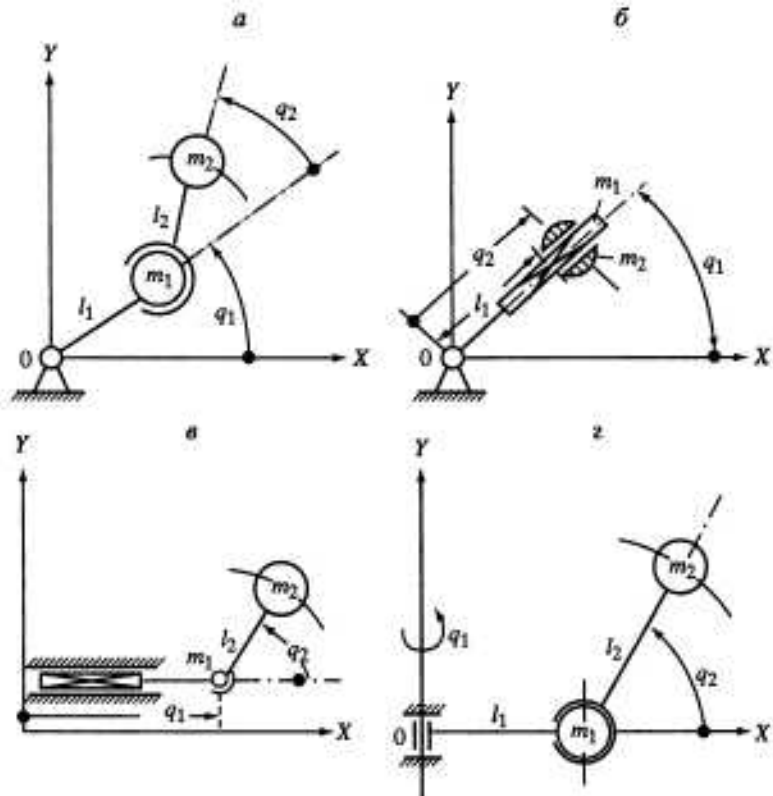


Рис. 8.3. Упрощенные двухмассовые модели исполнительных механизмов роботов

а – двойной маятник; б – полярная система; в – эллиптический маятник; г – тороидальный маятник

Таблица 8.2

Выражения для инерционных коэффициентов упрощенных моделей

Модель	π_{11}	π_{12}	π_{22}
Двойной плоский маятник	$m_1 l_1^2 + m_2 (l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos q_2)$	$m_2 (l_2^2 + l_1 l_2 \cos q_2)$	$m_2 l_2^2$
Полярная система	$m_1 l_1^2 + m_2 q_2^2$	0	m_2
Эллиптический маятник	$m_1 + m_2$	$-m_2 l_2 \sin q_2$	$m_2 l_2^2$
Тороидальный маятник	$m_1 l_1^2 + m_2 (l_1 + l_2 \cos q_2)^2$	0	$m_2 l_2^2$

импульс – суть кинетический момент относительно оси подвеса, а для модели, представленной на рис. 8.3, в, – проекция количества движения на ось поступательной кинематической пары.

Обратим внимание также на следующую особенность: структура выражений для инерционных коэффициентов и даже вид зависимостей этих

выражений от обобщенных координат не изменяются при переходе от упрощенной модели к соответствующей простейшей базовой, корректируются лишь константы. Можно предположить, что при переходе от более подробных моделей к упрощенным эта особенность сохранится. Проверим высказанное предположение на более сложном примере, рассмотрев параллельно задачу приведения масс исполнительного механизма робота к сосредоточенным массам его упрощенной модели.

Пусть звенья исполнительного механизма робота представляют собой твердые недеформируемые тела. Для описания динамики такого механизма необходимо знать геометрию масс каждого звена, т.е. положение центра масс, главных осей и главные моменты инерции.

Воспользовавшись методом замещающих точек [1], можно моделировать каждое звено совокупностью точечных масс, не изменяющих относительного положения. Полученная система замещающих точек эквивалентна звену, если выполнены следующие условия:

- 1) сумма масс в замещающих точках равна массе звена;
- 2) центр масс замещающих точек совпадает с центром масс звена;
- 3) сумма моментов инерции замещающих точек относительно любой оси равна моменту инерции звена относительно той же оси.

Если звену поставить в соответствие декартову систему координат, поместив ее начало в центр масс и направив оси вдоль главных осей инерции, то перечисленные условия можно записать в виде

$$1) \sum_{i=1}^k m_i = M;$$

$$2) \sum_{i=1}^k m_i x_i = 0, \quad \sum_{i=1}^k m_i y_i = 0, \quad \sum_{i=1}^k m_i z_i = 0;$$

$$3a) \sum_{i=1}^k m_i (y_i^2 + z_i^2) = I_x, \quad \sum_{i=1}^k m_i (z_i^2 + x_i^2) = I_y, \quad \sum_{i=1}^k m_i (x_i^2 + y_i^2) = I_z;$$

$$3б) \sum_{i=1}^k m_i x_i y_i = 0, \quad \sum_{i=1}^k m_i y_i z_i = 0, \quad \sum_{i=1}^k m_i z_i x_i = 0,$$

где k – число замещающих точек. Условие 3б (центробежные моменты инерции относительно каждой пары координатных осей равны нулю) означает совпадение осей координат с главными осями инерции.

Рассмотрим отличия в выражениях инерционных коэффициентов для системы, в которой звенья представляют собой твердые тела, и ее упрощенной модели, в которой звенья представляют невесомые стержни с сосредоточенными массами на концах. В качестве примера возьмем кинематическую структуру системы в виде "тройного плоского маятника". Выражение кинетической энергии для этой системы, представленной на рис. 8.4, а, имеет вид

$$W = 0,5 \left\{ \dot{q}_1^2 \left[\bar{m}_1 \rho_1^2 + I_1 + \bar{m}_2 (l_1^2 + \rho_2^2 + 2l_1 \rho_2 \cos q_2) \right] + I_2 + I_3 + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \bar{m}_3(l_1^2 + l_2^2 + \rho_3^2 + 2l_1l_2 \cos q_2 + 2l_1\rho_3 \cos(q_2 + q_3) + 2l_2\rho_3 \cos q_3) + \\
& + \bar{m}_c(l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + 2l_1l_2 \cos q_2 + 2l_1l_3 \cos(q_2 + q_3) + 2l_2l_3 \cos q_3) + \\
& + \dot{q}_2^2[\bar{m}_2\rho_2^2 + I_2 + \bar{m}_3(l_2^2 + \rho_3^2 + 2l_2\rho_3 \cos q_3) + I_3 + \bar{m}_c(l_2^2 + l_3^2 + 2l_2l_3 \cos q_3)] + \\
& + \dot{q}_3^2[\bar{m}_3\rho_3^2 + I_3 + m_c l_3^2] + 2\dot{q}_1\dot{q}_2[\bar{m}_2(\rho_2^2 + l_1\rho_2 \cos q_2) + I_2 + I_3 + \\
& + \bar{m}_c(l_2^2 + l_3^2 + l_1l_2 \cos q_2 + l_1l_3 \cos(q_2 + q_3) + 2l_2l_3 \cos q_3)] + \\
& + 2\dot{q}_1\dot{q}_3[\bar{m}_3(\rho_3^2 + l_1\rho_3 \cos(q_2 + q_3) + l_2\rho_3 \cos q_3) + \\
& + \bar{m}_c(l_3^2 + l_1l_3 \cos(q_2 + q_3) + l_2l_3 \cos q_3) + I_3] + \\
& + 2\dot{q}_2\dot{q}_3[\bar{m}_3(\rho_3^2 + l_2\rho_3 \cos q_3) + \bar{m}_c(l_3^2 + l_2l_3 \cos q_3) + I_3], \quad (8.23)
\end{aligned}$$

где l_1, l_2, l_3 – длины звеньев; ρ_1, ρ_2, ρ_3 – расстояния от осей шарниров до центров масс звеньев; $\bar{m}_1, \bar{m}_2, \bar{m}_3$ – массы звеньев; I_1, I_2, I_3 – главные центральные моменты инерции относительно осей, перпендикулярных плоскости движения звеньев; \bar{m}_c – масса схвата. Для упрощенной модели этой системы (рис. 8.4, б)

$$\begin{aligned}
W = 0,5\{ & \dot{q}_1^2[m_1l_1^2 + m_2(l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2 \cos q_2) + \\
& + m_3(l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + 2l_1l_2 \cos q_2 + 2l_1l_3 \cos(q_2 + q_3) + 2l_2l_3 \cos q_3)] + \\
& + \dot{q}_2^2[m_2l_2^2 + m_3(l_2^2 + l_3^2 + 2l_2l_3 \cos q_3)] + \dot{q}_3^2m_3l_3^2 + \\
& + 2\dot{q}_1\dot{q}_2[m_2(l_2^2 + l_1l_2 \cos q_2) + m_3(l_2^2 + l_3^2 + l_1l_2 \cos q_2 + \\
& + l_1l_3 \cos(q_2 + q_3) + 2l_2l_3 \cos q_3)] + \\
& + 2\dot{q}_1\dot{q}_3[m_3(l_3^2 + l_1l_3 \cos(q_2 + q_3) + l_2l_3 \cos q_3)] + 2\dot{q}_2\dot{q}_3[m_3(l_3^2 + l_2l_3 \cos q_3)]\}. \quad (8.24)
\end{aligned}$$

В упрощенной модели каждое звено заменено двумя точечными массами на его концах, а сосредоточенные массы в шарнирах являются суммой масс, приведенных к шарнирам соседних звеньев. Для звеньев, имеющих ось симметрии, проходящую через шарниры, такое размещение масс позволяет выполнить только первые два условия эквивалентности (так называемое статическое размещение массы звена) и поэтому не обеспечивает равенства инерционных коэффициентов в выражениях (8.23) и (8.24). Если же для замещения масс второго и третьего звеньев использовать три материальные точки (рис. 8.4, в), а значения сосредоточенных масс выбрать

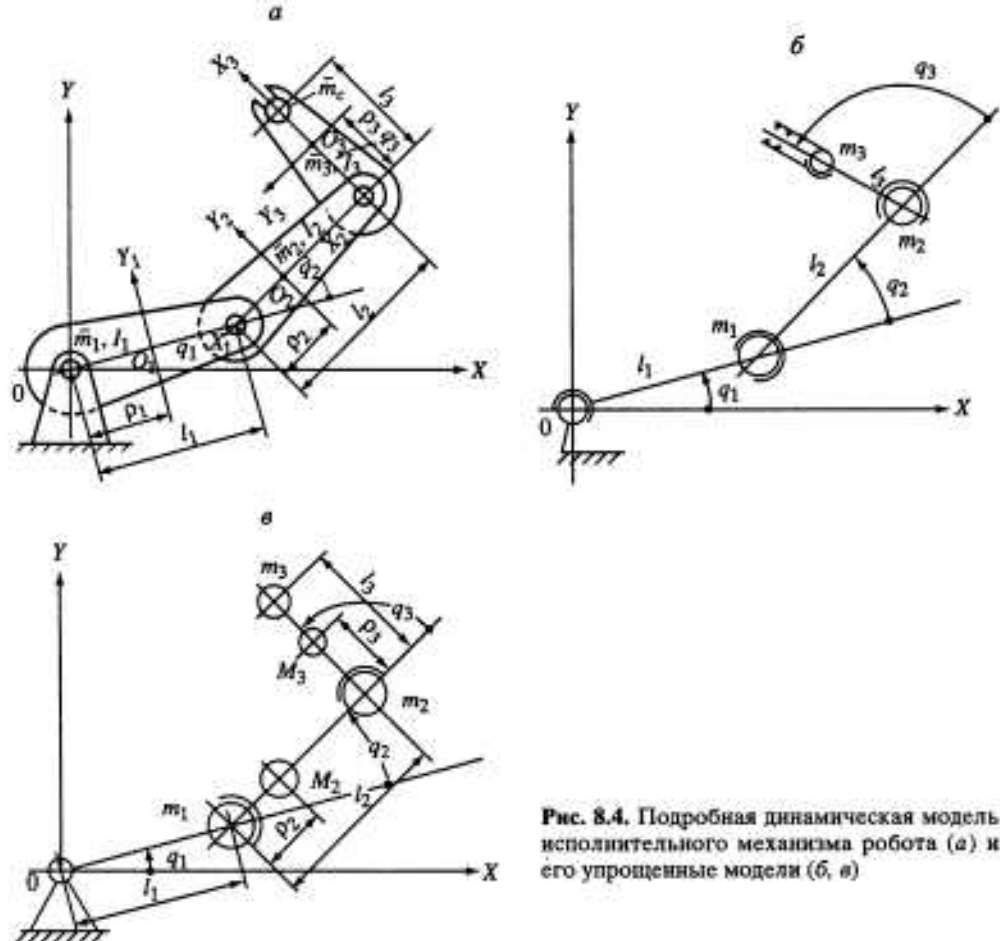


Рис. 8.4. Подробная динамическая модель исполнительного механизма робота (а) и его упрощенные модели (б, в)

равными

$$\begin{aligned}
 m_1 &= \bar{m}_1 \rho_1^2 / l_1^2 + I_1 / l_1^2 + I_2 / l_2 \rho_2 ; & M_2 &= \bar{m}_2 - I_2 / (l_2 - \rho_2) \rho_2 ; \\
 m_2 &= I_2 / (l_2 - \rho_2) l_2 + I_3 / l_3 \rho_3 ; & M_3 &= \bar{m}_3 - I_3 / (l_3 - \rho_3) \rho_3 ; \\
 m_3 &= \bar{m}_c + I_3 / (l_3 - \rho_3) l_3 ,
 \end{aligned}$$

где линейные размеры ρ_i, l_i соответствуют линейным размерам системы, то значения инерционных коэффициентов в выражении кинетической энергии станут тождественно равны инерционным коэффициентам в уравнении (8.23), а модель и система становятся полностью динамически эквивалентными.

Таким образом, для полной динамической эквивалентности системы и модели число замещающих точек должно выбираться с учетом числа разделяемых параметров в выражениях инерционных коэффициентов системы. Вместе с тем, несмотря на неполную динамическую эквивалентность упрощенной модели (см. рис. 8.4, б) и системы (рис. 8.4, а), структура выражений инерционных коэффициентов в уравнениях (8.21) и (8.22) одинакова.

В общем виде эти выражения можно представить так

$$\begin{aligned}\pi_{11} &= \hat{A}_{11} + \hat{B}_{11} \cos q_3 + \hat{C}_{11} \cos(q_2 + q_3) + \hat{D}_{11} \cos q_2, \\ \pi_{12} &= \hat{A}_{12} + \hat{B}_{12} \cos q_3 + \hat{C}_{12} \cos(q_2 + q_3) + \hat{D}_{12} \cos q_2, \\ \pi_{13} &= \hat{A}_{13} + \hat{B}_{13} \cos q_3 + \hat{C}_{13} \cos(q_2 + q_3), \\ \pi_{22} &= \hat{A}_{22} + \hat{B}_{22} \cos q_3; \\ \pi_{23} &= \hat{A}_{23} + \hat{B}_{23} \cos q_3; \\ \pi_{33} &= \hat{A}_{33},\end{aligned}$$

причем коэффициенты при функциях обобщенных координат и свободные члены – константы. Как видим, отличие модели от системы состоит лишь в численном значении констант.

К этому можно добавить, что соотношения между константами

$$\begin{aligned}\hat{A}_{22} = \hat{A}_{12}, \quad \hat{A}_{33} = \hat{A}_{13} = \hat{A}_{23}, \quad \hat{B}_{11} = 2\hat{B}_{12}, \\ \hat{C}_{11} = 2\hat{C}_{12} = 2\hat{C}_{13}, \quad \hat{D}_{11} = \hat{D}_{22} = \hat{D}_{12} = 2\hat{D}_{13} = 2\hat{D}_{23}\end{aligned}$$

выполняются как для модели, так и для системы.

Аналогичный результат нетрудно получить и для систем, в которых звенья совершают пространственное движение. В этом случае для получения модели, практически эквивалентной системе, для каждого звена требуется большее число замещающих точек. Однако и здесь выражение кинетической энергии для упрощенной модели с точностью до констант повторяет выражение кинетической энергии для системы.

В заключение можно сделать вывод, что рассматриваемые упрощенные модели хорошо учитывают специфику систем, а отличия, возникающие при конкретных расчетах, могут быть легко устранены соответствующим заданием констант.

8.3.2. Упрощенные модели усилительно-преобразовательных устройств

При рассмотрении простейших базовых моделей скелетов механических рук роботов мы исходили из того, что для анализа свойств больших комплексных систем и разработки на этой основе принципов их построения очень полезны простые и "грубые" (отражающие иногда лишь крайние ортодоксальные свойства) модели отдельных частей систем.

Кинематические и жесткостные модели передач привода звеньев (см. гл. 5 и 6) для систем с двумя степенями подвижности вполне соответствуют принятому подходу. Динамические особенности робота определяются не только свойствами манипулятора, но и свойствами привода и систем регулирования, разнообразие которых очевидно. Поэтому представляется целесообразным подойти к их моделям и моделям усилительно-преобразовательных устройств также с позиций принятого подхода.

Начнем с рассмотрения электропривода в роботах, а именно с двигателя постоянного тока и его статической характеристики. Существуют две ярко выраженные альтернативные тенденции в построении и, соответственно, в применении двигателей постоянного тока – ориентация либо на малоинерционные и высокоскоростные двигатели, либо на высокомоментные и низкооборотные двигатели.

При использовании малоинерционных и высокоскоростных двигателей постоянного тока в робототехнических системах предполагается установка редукторов с большим передаточным отношением ($i_p \approx 100-200$). Поэтому, несмотря на малую собственную инерционность двигателей, приведенные к их валам инерционности звеньев механических рук и их изменения в функции конфигурации руки оказываются малыми (иногда ничтожно малыми) по сравнению с моментами инерции роторов. Действительно, уменьшение моментов инерции звеньев скелета руки в i_p^2 , т.е. в 10 000–40 000 раз делает это утверждение несомненным.

Этот факт свидетельствует о стабилизации инерционных нагрузок, приведенных к валу двигателя, – основного типа нагрузок в быстроходных робототехнических системах. Кроме того, большое передаточное отношение позволяет уменьшить диапазон изменения приведенных к двигателю других видов нагрузки.

В случае противоположной тенденции – применения высокомоментного и низкооборотного двигателя – предполагается безредукторный привод и, как следствие, стабилизация не приведенных к валу двигателя нагрузок, а скоростей вращения вала двигателя в районе низких оборотов. При этом угловые скорости звеньев механической руки обычно в несколько раз (~10) меньше номинальных угловых скоростей даже низкооборотных двигателей постоянного тока.

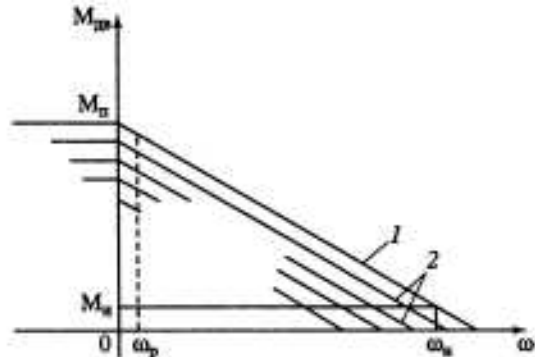
Заметим, что оба типа двигателей имеют падающие линейные характеристики, однако в первых рабочий диапазон соответствует большим значениям угловых скоростей $\omega_{дв}$, а во вторых – малым значениям $\omega_{дв}$ (соответственно прямые 1 и 2 на рис. 8.5).

Весьма чувствительной к изменению управляющего воздействия и, следовательно, переходу на другую линейную характеристику, параллельную первой, в малоинерционных двигателях оказывается скорость вращения двигателя (при постоянной нагрузке), а в высокомоментных (скорость меняется мало) – величина развиваемого двигателем момента.

В теории машин и механизмов [1] большое методологическое значение имеют понятия силового и кинематического привода или возбуждения. При использовании малоинерционного высокоскоростного двигателя постоянного тока (рассмотренный выше пример) мы имеем привод, близкий по свойствам к кинематическому. Еще больше усиливают эффект кинематического возбуждения контуры обратных связей по скорости, охватывающие высокооборотные двигатели. Такие контуры способствуют ускорению переходных процессов при изменении статической характеристики. Применение высокомоментного двигателя – ярко выраженный пример использования силового привода.

Рис. 8.5. Статические характеристики двигателя постоянного тока с независимым возбуждением

Рабочие диапазоны двигателя в зависимости от передаточного отношения i редуктора в приводе одной степени подвижности робота: ω_n – среднее значение скоростей двигателя при больших значениях i ; ω_p – среднее значение скоростей двигателя при малых значениях i



В соответствии с поставленной нами задачей разработки упрощенных моделей усилительно-преобразовательных устройств приводов роботов и результатами рассмотрения особенностей приводов с двигателями постоянного тока, представляется целесообразным обобщение понятий о силовом и кинематическом возбуждении на усилительно-преобразовательные устройства [2] и на случай использования систем с так называемым пассивным управлением [12], имеющих перспективы применения в робототехнике.

Движение любой механической системы определяется действующей на нее эффективной силой (моментом)

$$F_{эф} = m_{пр} \ddot{q}$$

($m_{пр}$ и \ddot{q} – соответственно приведенная масса и ускорение системы), равной разности действующих на систему активных и пассивных сил

$$F_{эф} = F_{акт} - F_{пас}$$

Активные силы задаются источником мощности, пассивные определяются реакциями связей, в частности силами трения. В любой управляемой системе присутствуют обе составляющие $F_{эф}$. В зависимости от того, какая из них используется для управления движением, т.е. регулируется усилительно-преобразовательным устройством, будем различать активное и пассивное управление.

Активное управление является традиционным, широко применяется и достаточно подробно исследовано [2]. Оно, как правило, предполагает регулирование энергии, поступающей на силовой двигатель, от которого к исполнительному звену ведут кинематические цепи. Пассивное управление производится непосредственно в механической цепи, а усилительно-преобразовательное устройство здесь является управляемым тормозом. Последнее обстоятельство определяет преимущества этого вида управления, которые связаны с тем, что управление реализуется непосредственно на исполнительном звене, что дает возможность исключить вредное влияние зазоров и упругостей ведущей к нему кинематической цепи.

Системы пассивного управления имеют то же функциональное назначение, что и система активного управления. Имея это в виду, легко обобщить существующую классификацию управления [2], включив в нее наряду с активными системами также и пассивные. Здесь мы ограничимся изло-

жением лишь элементов подобной классификации и несколькими практическими примерами, иллюстрирующими ее основные принципы.

В основу классификации систем пассивного управления положено представление о трех типах усилительно-преобразовательных устройств: акселерационном, астатическом и позиционном.

Примеры двигательных систем с активным и пассивным управлением перемещениями приведены на рис. 8.6. Как видно, в обоих случаях могут быть использованы УПУ, действующие по одному принципу. Идеализируя характеристики УПУ, можно выделить три упомянутые типа, обеспечивающие на выходе соответственно силу, скорость и перемещение, зависящие от заданного управляющего воздействия. При этом на входе всех схем, представленных на рис. 8.6, сигнал программы пропорционален требуемому перемещению.

Акселерационные усилительно-преобразовательные устройства для отработки заданных перемещений должны быть охвачены контуром обратной связи по положению. В системе с электромашинным усилителем (ЭМУ) при активном управлении (см. рис. 8.6) сигнал обратной связи, пропорциональный рассогласованию фактического (x) и заданного (X) положения ротора силового двигателя, подается на обмотку ЭМУ. В результате пропорционально изменяется момент двигателя

$$F_{\text{акт}} = \kappa(X - x). \quad (8.25)$$

Система с ЭМУ при пассивном управлении (см. рис. 8.6, в) содержит, например, электромагнитный порошковый тормоз. Сила сопротивления линейно зависит от рассогласования

$$F_{\text{пас}} = \begin{cases} F_{\text{max}} |1 - \lambda(X - x)| & \text{при } X - x \leq (1 - \epsilon)/\lambda \\ F_{\text{min}} & \text{при } X - x > (1 - \epsilon)/\lambda, \end{cases} \quad (8.26)$$

где λ – коэффициент усиления цепи обратной связи; $\epsilon = F_{\text{min}}/F_{\text{max}}$; F_{min} и F_{max} – соответственно минимальный и максимальный момент порошковой муфты.

Второй пример акселерационного УПУ основан на использовании фрикционного механизма. При активном управлении (см. рис. 8.6, б) энергия источника мощности преобразуется в кинетическую энергию подвижных кареток. Переменная сила $F_{\text{акт}}$ создается при регулировании по программе силы нормального давления и удовлетворяет выражению (8.25). При пассивном управлении (см. рис. 8.6, з) по программе регулируется тормозной момент в соответствии с выражением (8.26).

Астатические усилительно-преобразовательные устройства при активном управлении характеризуются кинематическим соотношением между скоростью \dot{x} на выходе УПУ и управляющим перемещением $x_{\text{вх}}$ на входе, т.е. $\dot{x} = \xi x_{\text{вх}}$, $\xi = \text{const}$. Этому соотношению удовлетворяет, например, УПУ, представляющее собой гидроусилитель (см. рис. 8.6, д), у которого расход жидкости пропорционален открытию щели золотника, и лобовой вариатор (см. рис. 8.6, е). Обратная связь $x_{\text{вх}} = X - x$ обеспечивает управление перемещением.

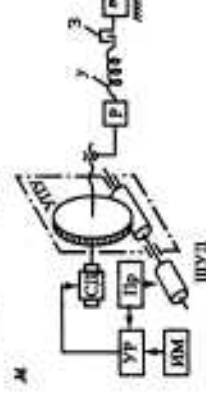
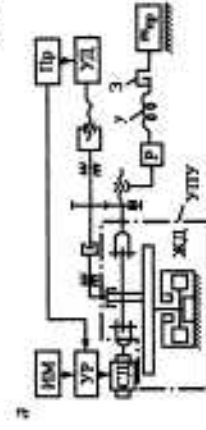
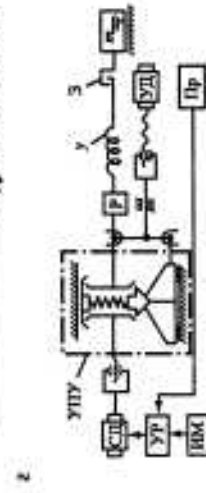
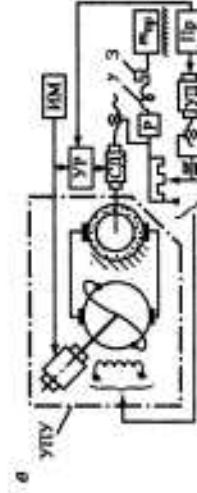
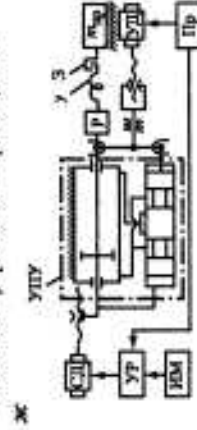
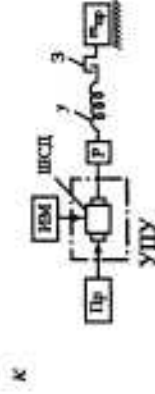
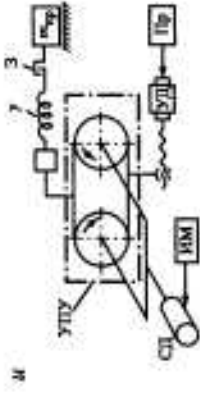
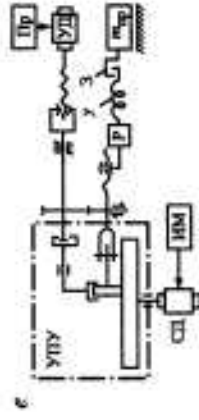
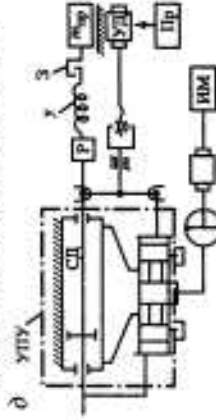
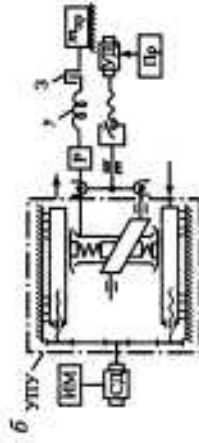
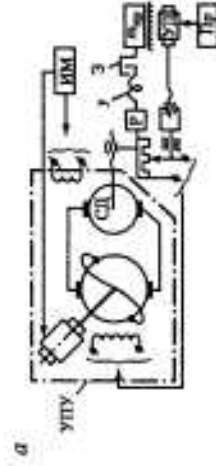


Рис. 8.6. Примеры моделей двигательных систем

ИМ – источник массы; СП – силовой двигатель; УД – управляющий двигатель; $m_{пр}$ – приваленная масса; ПР – программа; Р – редуктор; у – упруность; З – зазор; УР – устройство реверса момента силового двигателя; ЖД – жидкостной демфер; ШСД – шаговой силовой двигатель; ШУД – шаговой управляющий двигатель.

Гидроусилитель с обратной связью в системе пассивного управления (см. рис. 8.6, ж) создает сопротивление

$$F_{\text{пас}} = \chi \dot{x}^2 / (X - x)^2 \text{ при } (X - x) > 0, \quad (8.27)$$

где χ – коэффициент, зависящий от свойств жидкости, конструкции золотника и параметров цепи обратной связи. При $X - x = 0$ гидроусилитель перекрывает щель золотника и запирает систему, т.е. $\dot{x} = 0$.

При использовании вариатора в системе с пассивным управлением (см. рис. 8.6, з) $F_{\text{пас}}$ зависит от вида сопротивления на валу лобового колеса. Если на валу установлен нерегулируемый жидкостный демпфер и отсутствует проскальзывание, то

$$F_{\text{пас}} = h i_v r^2 \dot{x} / \lambda (X - x) \text{ при } (X - x) > 0,$$

где h – коэффициент демпфирования, i_v – передаточное отношение винтовой передачи, r – радиус ролика вариатора. При $X - x = 0$ также справедливо кинематическое соотношение $\dot{x} = 0$. Таким образом, астатическое УПУ в системе с пассивным управлением представляет собой демпфер с регулируемым коэффициентом демпфирования, кинематически запирающий систему при отработке заданного перемещения.

В позиционных усилительно-преобразовательных устройствах реализуется связь между перемещениями на входе и выходе: $x = i_n x_{\text{вх}}$, где i_n – передаточное отношение. Это обеспечивается не цепями обратной связи, а за счет специальных конструктивных мер. Так, в системе, приведенной на рис. 8.6, к, организованы полюсы и выполнена соответствующая схема их переключения, т.е. использован шаговый принцип реализации программы на основе применения шагового двигателя [10, 15].

В позиционной системе с активным управлением и механическим усилителем мощности кабестанного типа [43] (см. рис. 8.6, и) вход и выход связаны лентами, обвивающими два барабана, приводимые от внешнего источника мощности и вращающиеся в противоположных направлениях. Управляющий двигатель затягивает ленту на одном из барабанов. Между лентой и барабаном возникает сила трения, передающаяся на выходное звено. Усилительные свойства этого УПУ оцениваются коэффициентом усиления мощности $K_{\text{ум}}$, равным отношению мощности на выходе усилителя к мощности на входе. В рассматриваемой системе значение $K_{\text{ум}}$ достигает 40–50; оно определяется углом охвата барабанов лентами и их фрикционными свойствами.

Аналогичная система с пассивным управлением [8] (см. рис. 8.6, л) отличается тем, что барабаны фиксированы, а активная сила от нерегулируемого источника воздействует непосредственно на выход УПУ. При этом лента натягивается активной силой, которая воспринимается одним из барабанов. Управляющий двигатель освобождает систему.

Эффективная система с пассивным управлением (см. рис. 8.6, м) получена А.И. Корендяевым при использовании механического усилителя мощности с самотормозящейся передачей [16]. К валу червячного колеса приложен момент нерегулируемого силового двигателя, а с червяком, представляющим собой управляющее звено, соединен ротор регулируемого

серводвигателя. При неподвижном серводвигателе вал колеса остается в покое независимо от величины $F_{\text{акт}}$. Если же ротор серводвигателя начинает вращаться, то червяк освобождает сцепленное с ним колесо, которое поворачивается под действием приложенного момента и перемещает исполнительное звено. В этом усилителе $K_{\text{ум}}$ зависит от стабильности фрикционных свойств материалов. В настоящее время удается получить $K_{\text{ум}} = 10$.

Особенности систем пассивного управления видны при рассмотрении схем, представленных на рис. 8.6. Они заключаются в следующем.

1. Силовой двигатель имеет характеристику источника момента, т.е. развивает постоянный момент независимо от скорости вращения. Такая характеристика свойственна пневмодвигателю, однако, разработан и электропривод, обладающий этим свойством [11].

2. В системе имеется специальный канал управления реверсом силового двигателя, например, от программного устройства.

3. Выходной вал усилительно-преобразовательного устройства кинематически жестко связан как с нагрузкой, так и с силовым двигателем.

4. Натяжение кинематической цепи от силового двигателя до УПУ осуществляется силой $F_{\text{акт}}$.

5. Реализуется закон управления, обратный по отношению к системам с активным управлением, т.е. с увеличением рассогласования сила $F_{\text{акт}}$ уменьшается.

Точность воспроизведения программы при обоих способах управления зависит от вида используемого УПУ и свойств механической цепи от УПУ до исполнительного звена. В пределах принятых допущений для акселерационного УПУ при активном управлении свойственны ошибки трех видов – статическая, скоростная и динамическая, проявляющиеся соответственно в режиме удержания исполнительного звена, при движении с постоянной скоростью и при переходных процессах. Астатическим УПУ в системах активного управления свойственны только скоростная и динамическая ошибки, а в позиционных УПУ ошибки отсутствуют.

Механическая цепь от УПУ до исполнительного звена с присущими ей инерционностью, упругостью, трением и зазорами вносит в систему ошибки всех указанных выше видов. Обычно для их уменьшения всю механическую цепь и УПУ охватывают контуром обратной связи. Стремление уменьшить эти ошибки и повысить быстродействие системы путем увеличения коэффициента усиления цепи обратной связи в активных системах, как правило, приводит к возникновению автоколебаний и потере устойчивости.

Пассивное управление открывает другой путь повышения точности, связанный с возможностью установки УПУ в любом месте кинематической цепи от силового двигателя до исполнительного звена. Приближение УПУ к исполнительному звену позволяет повысить точность системы благодаря уменьшению числа элементов механической цепи, охваченных контуром обратной связи. Кроме того, в системах с пассивным управлением, в которых УПУ при движении демпфирует систему, а в заданном положении ее запирает, повышение коэффициентов усиления цепи обратной связи не вызывает автоколебаний.

Пассивное управление для двигательных систем устройств робототехники использовано в конструкции робота, рассмотренной в публикации [37]. Акселерационное УПУ, выполненное в виде фрикционного тормоза, позволило перемещать захват в любую заданную программой точку рабочего пространства без использования механических упоров. Однако точность системы существенно снизилась, так как фрикционный тормоз не обеспечивает кинематического запирания исполнительного звена.

С этих позиций лучшим является астатическое УПУ на базе гидроусилителя [17]. Такое УПУ обладает наибольшим значением $K_{ум}$, что приводит к существенному снижению габаритов и массы управляющего серводвигателя и позволяет устанавливать его на подвижных звеньях руки (рис. 8.7). При включении силового двигателя 1 кинематическая цепь 2 до исполнительного звена 3 натягивается. При подаче управляющих сигналов на серводвигатель 7 отрабатываются заданные перемещения. При этом золотник 5 открывает каналы перепуска жидкости между камерами 4 и 8 тормоза. Звено 3 освобождается, перемещается под действием момента двигателя 1 и с помощью винтовой пары возвращает золотник в исходное положение. При этом каналы перекрываются и тормоз запирает систему. Для обеспечения реверса служит устройство 6, изменяющее направление вращения двигателя 1. Реверс всегда осуществляется при кинематически запертой двигательной системе.

Золотниковое устройство и тормоз компактны и имеют высокую жесткость. Это обусловлено тем, что для работы тормоза не требуется насосной станции, а вся система выполняется герметичной с постоянным объемом рабочей жидкости. Кроме того, размеры и масса тормозного устройства значительно меньше, чем у традиционных гидроприводов, часто устанавливаемых в шарнирах роботов.

Рассмотрим динамическую модель, отвечающую устройству, приведенному на рис. 8.7. Такая модель представлена на рис. 8.8.

Здесь массой m_1 моделируется исполнительное звено, упругостью c – упругость цепи от силового двигателя к исполнительному звену, массой m_2 – инерционные свойства силового двигателя, усилие $F_{акт} = P$ – характеристика двигателя, имеющего свойства источника момента.

В качестве астатического УПУ принят гидротормоз, у которого расход жидкости пропорционален раскрытию щели золотника. Такой гидротормоз создает сопротивление

$$F_{нас} = \chi \dot{x}_1^2 / (X - x_1)^2 \text{ при } X - x_1 > 0,$$

где χ – коэффициент, зависящий от свойств жидкости, конструкции золотника и параметров цепи обратной связи, X и x_1 – соответственно программное и фактическое перемещение исполнительного звена m_1 . Программное перемещение $X(t)$ отрабатывается элементом бесконечной массы.

Движение модели описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + \chi \dot{x}_1^2 / (X - x_1)^2 + c(x_1 - x_2) &= 0, \\ m_2 \ddot{x}_2 + h \dot{x}_2 + c(x_2 - x_1) - P &= 0, \end{aligned}$$

где h – коэффициент вязкого сопротивления движению массы m_2 .

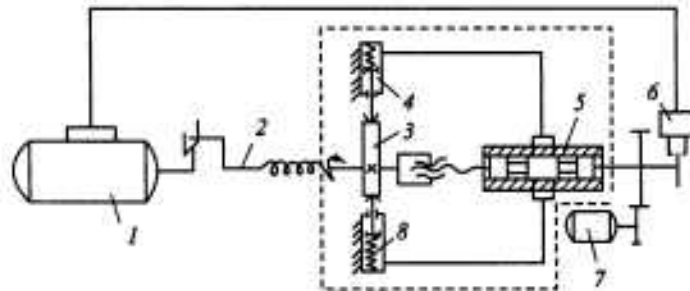


Рис. 8.7. Схема пассивного астатического усилительно-преобразовательного устройства с гидротормозом

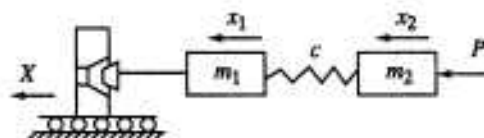


Рис. 8.8. Динамическая модель пассивного астатического усилительно-преобразовательного устройства с гидротормозом

Для интегрирования этой системы уравнений использован метод прогноза и коррекции [23]. Отличие алгоритма интегрирования последних уравнений заключается в том, что шаг интегрирования автоматически изменяется в функции назначаемого числа итераций.

Многочисленные расчеты показали, что рассматриваемая система обладает хорошими динамическими свойствами. В ней отсутствуют автоколебания. Кинематическое замыкание обеспечивает плавный переход в заданную позицию. Зависимости, приведенные на рис. 8.9, дают представление о движении системы при определенных значениях параметров. Начальное состояние системы характеризовалось параметрами

$$X = 0,02 \text{ м}; x_1 = x_2 = 0; \dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0.$$

Следует отметить, что при подходе к заданной позиции, когда разность $X - x_1$ близка к нулю, существенно увеличивается время интегрирования на каждом шаге.

Предположение о погрешностях метода интегрирования заставляет предпринять аналитическое исследование системы. Рассмотрим ее при $c = \infty$ и $X = 0$. Тогда система имеет массу $m_1 + m_2$, на которую воздействует сила P , и уравнение движения будет иметь вид

$$\ddot{x} + \chi \dot{x}^2 / (m_1 + m_2)x^2 - P / (m_1 + m_2) = 0. \quad (8.28)$$

Это уравнение может быть преобразовано к системе двух уравнений первого порядка

$$\dot{x} = y$$

$$\dot{y} = -ky^2 / x^2 + p,$$

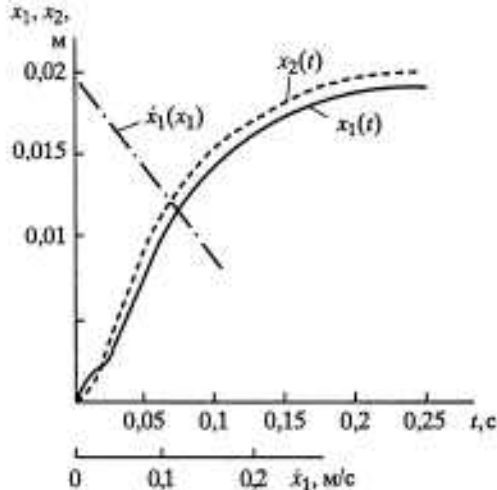


Рис. 8.9. Результаты расчета движений динамической модели пассивного астатического УПУ с гидротормозом

где $k = \chi / (m_1 + m_2)$; $p = P / (m_1 + m_2)$.
Сделаем подстановку $u = y^2$, сведем полученную систему к линейному уравнению первого порядка

$$u' + \alpha(x)u = f(x), \quad (8.29)$$

где

$$u' = du / dx, \quad \alpha(x) = 2k / x^2, \quad f(x) = 2p.$$

Общее решение уравнения (8.29) имеет вид

$$u = (1/\mu(x)) \left[\int f(x)\mu(x)dx \right] + G,$$

$$\mu(x) = e^{\int \alpha(x)dx} = e^{-2k/x}, \quad (8.30)$$

$$\int f(x)\mu(x)dx = \int 2pe^{-2k/x}dx = E(-2k/x),$$

где $E(-2k/x)$ – интегральная показательная функция.

После преобразований (8.30) получим уравнение интегральной кривой на фазовой плоскости

$$y^2 = E(-2x/k)e^{-2k/x}.$$

При малых x , т.е. при $x \rightarrow 0$ получим

$$\lim_{x \rightarrow 0} y^2 = (p/k)x^2.$$

Отсюда можно сделать вывод, что при малых x справедливо уравнение

$$\dot{x} = \sqrt{(p/k)x},$$

решение которого

$$x = Ge^{-\sqrt{(p/k)t}}.$$

Анализ этого уравнения показал, что скорость и ускорение системы также являются экспоненциальными функциями времени, т.е. подтверждается характер зависимостей, приведенных на рис. 8.9.

Снижение порядка дифференциального уравнения при малых рассогласованиях указывает на возникновение скользящего режима [5] и отражает близость системы к системам с кинематическим возбуждением. Заметим, что гидропривод с дросселированием на выходе относится к астатическим УПУ с пассивным управлением и описывается уравнениями вида (8.28) [21].

Идеализированные характеристики УПУ представляют собой их простейшие модели, которые мы будем использовать при анализе и синтезе многомерных систем регулирования роботов. Кроме того, выбор метода

планирования движений и способ отработки реакции на непредвиденное внешнее препятствие, воспринимаемое датчиком усилий, зависят от типа используемого УПУ. Вместе с тем, если в примерах рассматривается двигатель постоянного тока в устройствах, близких к акселерационным УПУ, мы будем применять более полную модель – статическую характеристику двигателя.

8.3.3. Упрощенные модели многомерной системы автоматического регулирования робота

Мы уже отмечали, что для качественных отработки траекторий движения и позиционирования захвата робота механическая рука и усилительно-преобразовательные устройства охватываются контурами обратных связей, образуя в целом многомерную систему автоматического регулирования робота. Подробно многие вопросы анализа и синтеза многомерной системы автоматического регулирования будут рассмотрены в гл. 10. Упрощенные модели двух частей системы автоматического регулирования робота – механической руки и усилительно-преобразовательных устройств – описаны выше.

Что касается третьей части – контуров обратных связей с устройствами съема и преобразования информации, – то вследствие высокого быстродействия аналоговых преобразователей информации в упрощенных моделях, будем их описывать конечными алгебраическими соотношениями. Если в каналы обработки информации включены цифровые вычислительные устройства, то в упрощенных моделях будем учитывать тактовый характер работы цифровой системы управления.

8.4. КОНЦЕПЦИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ РАЗВЯЗКИ ДВИЖЕНИЙ ПО СТЕПЕНЯМ ПОДВИЖНОСТИ МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ

До настоящего времени из-за трудностей динамического анализа и отсутствия рекомендаций разработка любой робототехнической системы велась на кинематическом и статическом уровнях и включала следующие этапы.

1. Определение структуры руки (расположение осей кинематических пар, их число и длины звеньев) по геометрическим характеристикам требуемого рабочего объема.

2. Определение параметров силового взаимодействия руки робота с технологическим оборудованием и объектами манипулирования; выбор на этой основе силовых и скоростных характеристик приводов; построение кинематических цепей привода звеньев.

3. Оснащение робота функциональными механизмами: захватами, механизмом уравнивания, механизмом устранения зазоров и т.п.

4. Выбор типа системы управления, исходя из требований обслуживания технологического процесса.

Опыт проектирования и эксплуатации систем, построенных по приведенному алгоритму, показал, что все геометрические и скоростные пара-

метры технологического процесса практически одинаково могут быть удовлетворены в рамках широкого класса структур за счет выбора длин звеньев и ограничений в кинематических парах. Поэтому решающими факторами выбора структуры все больше становятся технологичность конструкции робота и удобство оснащения его функциональными механизмами.

Кроме того, с повышением требований к скоростям движений звеньев механических рук промышленных роботов стало ясно, что синтез на кинематическом и статическом уровне недостаточен. Завышение мощности устанавливаемых двигателей не приводит к существенному повышению быстродействия робота, а утяжеление конструкции, обусловленное желанием повысить ее прочность, не повышает надежность системы из-за еще более быстрого роста динамических напряжений в конструкции. Для решения проблемы рационального проектирования быстродействующих промышленных роботов необходима разработка концепций построения робототехнических систем, учитывающих динамические эффекты, свойственные этим системам, и открывающих новые возможности для проектировщиков. Одна из таких концепций, реализованная авторами данной монографии, – концепция динамической развязки движений по степеням подвижности механической руки [18] – направлена на максимально возможное уменьшение эффектов динамических взаимовлияний, достигаемое средствами механики.

Оценим эффекты динамического взаимовлияния по степеням подвижности механической руки, используя простейшую базовую модель, представленную на рис. 8.2, б. Ее структуру широко используют в конструкциях роботов, в частности в работе Фанук-1. Уравнения динамики этой модели в случае вертикального расположения оси первого шарнира (см. табл. 8.2) имеют вид

$$\begin{aligned} m\ddot{q}_1\dot{q}_2^2 + 2mq_2\dot{q}_2\dot{q}_1 &= Q_1, \\ m\ddot{q}_2 - mq_2\dot{q}_1^2 &= Q_2, \end{aligned} \quad (8.31)$$

где Q_1 и Q_2 – моменты, развиваемые (воспринимаемые) приводами поворота и выдвигания соответственно.

Решая первую задачу динамики, зададимся величинами допустимых ускорений \ddot{q}_1, \ddot{q}_2 и максимальными скоростями \dot{q}_1, \dot{q}_2 . Пусть, например, $\ddot{q}_1 = 1 \text{ с}^{-2}$, $\dot{q}_1 = 1 \text{ с}^{-1}$, $\ddot{q}_2 = 1 \text{ м/с}^2$, $\dot{q}_2 = 1 \text{ м/с}$. Рассмотрим движение системы из точки с координатами $q_{10} = 0$, $q_{20} = 0,5 \text{ м}$ в точку с координатами $q_{1k} = 1 \text{ рад}$, $q_{2k} = 1,5 \text{ м}$ по законам максимального быстродействия при $\dot{q}_{10} = \dot{q}_{20} = \dot{q}_{1k} = \dot{q}_{2k} = 0$.

Для выбранной модели и назначенных ограничений этот закон соответствует максимальным ускорениям на половине пути по каждой из координат. Графики зависимостей изменения во времени моментов Q_1 и Q_2 и их составляющих $Q_1' = m\ddot{q}_1\dot{q}_2^2$, $Q_1'' = 2mq_2\dot{q}_2\dot{q}_1$, $Q_2' = m\ddot{q}_2$, $Q_2'' = -mq_2\dot{q}_1^2$ приведены на рис. 8.10. Видно, что 50% требуемого момента расходуется на компенсацию динамического взаимовлияния степеней подвижности модели,

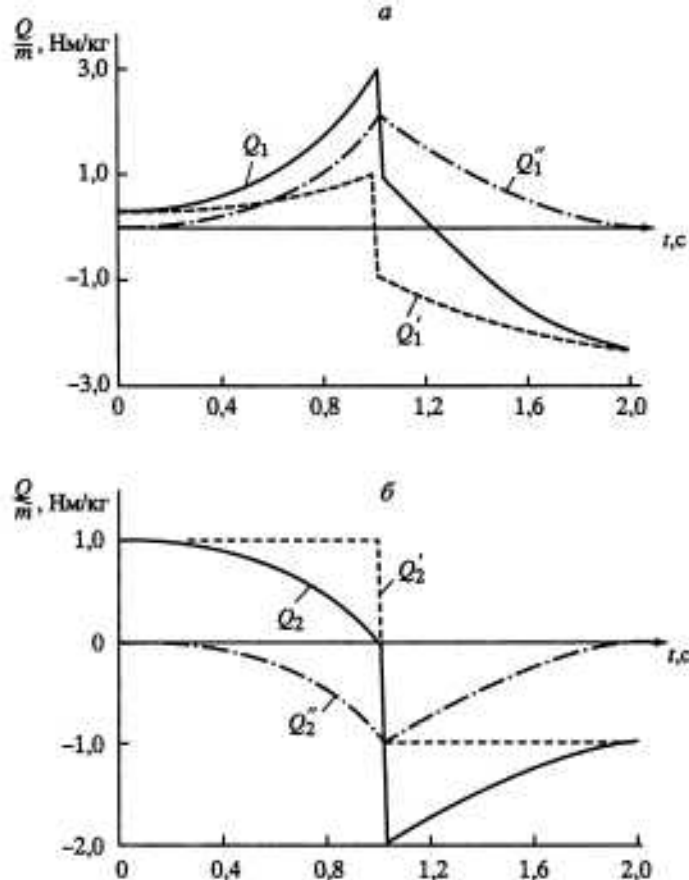


Рис. 8.10. Графики изменения во времени моментов приводов (и их составляющих) для простейшей базовой модели (полярная система) при реализации равноускоренных и равнозамедленных движений

обусловленного обменом энергии между приводами вследствие кориолисовых и центробежных сил – Q_1'' и Q_2'' соответственно.

Концепция динамической развязки движений открывает возможность достижения оптимума: максимальное быстроедействие при минимальной установленной мощности. Существо и методы динамической развязки сводятся к следующему.

Условию отсутствия динамических взаимовлияний приводов соответствует система дифференциальных уравнений механической руки в координатах выходных валов двигателей, каждое из которых содержит только одну такую координату и только ее производные. Это условие можно реализовать наложением некоторых ограничений на коэффициенты уравнений путем выбора структуры механической руки, геометрии масс ее звеньев, структуры передач привода и введением уравновешивающих механизмов. Перечисленные мероприятия необязательно осуществлять одновременно.

В некоторых частных случаях задача динамической развязки решается на уровне структуры механической руки. Действительно, плоский стол с

двумя поступательными ортогональными парами, либо двухкоординатная структура, содержащая последовательные соосные вращательную и поступательную пары при диагональных матрицах частных передаточных отношений A_p обеспечивают динамическую независимость движений по отдельным координатам. Эти структуры являются классическими примерами динамически развязанных систем. Задача состоит в том, чтобы системы любой структуры сделать аналогичными им по свойствам.

Достаточность принимаемых мер, что очень важно, можно оценивать не по дифференциальным уравнениям системы, а по выражению функции Лагранжа $L = W - U$. Необходимо, чтобы выражения кинетической энергии и потенциальной функции всей системы, записанные в координатах ψ выходных валов двигателей, имели вид

$$W_\psi = 0,5 \sum_1^n \pi_i^\psi(\psi_i) \dot{\psi}_i^2, \quad U_\psi = \sum_1^n f_i^\psi(\psi_i), \quad i = \overline{1, n}, \quad (8.32)$$

где каждые $\pi_i^\psi(\psi_i)$ и $f_i^\psi(\psi_i)$ – функции только одной координаты ψ_i .

Отсюда следует, что установка любых передаточных механизмов с одной степенью подвижности и любых нелинейных потенциальных нагрузителей или упругих элементов между выходными валами и стойками двигателей не может нарушить условие динамической развязки системы. Поэтому их можно исключить из рассмотрения. Заметим, что при уравновешенных силах тяжести (см. гл. 6) звеньев механической руки переменной составляющей в функции Лагранжа останется только кинетическая энергия системы. В дальнейшем предполагается, что при необходимости мы всегда можем уравновесить силы тяжести звеньев и обеспечить $U = \text{const}$. Поэтому в задачах анализа и синтеза динамически развязанных робототехнических систем потенциальная составляющая функции Лагранжа, обусловленная весом звеньев, игнорируется.

Даже при введенных предпосылках, конкретизирующих рассматриваемые системы, задача синтеза динамически развязанных систем для общего вида функций $\pi_i^\psi(\psi_i)$ остается до сих пор не решенной. Будем рассматривать частный случай функции $\pi_i^\psi(\psi_i)$, а именно $\pi_i^\psi(\psi_i) = \pi_i^q = \text{const}$; $i = \overline{1, n}$. В этом случае для механических рук с постоянной матрицей A_p частных передаточных отношений первому выражению (8.32) в обобщенных координатах q руки будет соответствовать выражение кинетической энергии с постоянными коэффициентами π_{ij}^q при квадратах обобщенных скоростей \dot{q}_i^2 и их произведениях $\dot{q}_i \dot{q}_j$ ($i, j = \overline{1, n}$). Следовательно, условием решения задачи динамической развязки движений в рассматриваемом случае является требование цикличности обобщенных координат q_i механической руки.

В соответствии с полученным результатом синтез динамически развязанных механических рук со структурой скелета общего вида требует решения двух задач:

1) обеспечение независимости инерционных коэффициентов π_0^2 в выражении кинетической энергии механической руки от ее конфигурации, т.е. от обобщенных координат q_i ;

2) путем приведения квадратичной формы выражения кинетической энергии к каноническому виду найти такую систему обобщенных координат (координат ψ), которая обеспечивает разделение системы с n степенями подвижности (и n обобщенными циклическими координатами q) на n независимых подсистем.

Во многих случаях конструктивно решение первой задачи достигается введением специальных уравнивающих механизмов, а второй – путем синтеза структуры передач привода.

Проиллюстрируем решение сформулированных задач на примере простой модели. Начнем с рассмотрения особенностей простейших базовых моделей, проявляющихся при решении поставленных задач. Для простейшей базовой модели, представленной на рис. 8.2, а, выражение кинетической энергии (см. табл. 8.2) имеет вид

$$W = (m_2 / 2) \left[(l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2 \cos q_2) \dot{q}_1^2 + 2(l_2^2 + l_1l_2 \cos q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + l_2^2 \dot{q}_2^2 \right].$$

Условие цикличности координаты q_2 требует обращения в ноль коэффициентов при $\cos q_2$, т.е. либо $l_1 = 0$, либо $l_2 = 0$. При $l_1 = 0$ вырождаются кинематическая модель системы (уменьшается размерность рабочей зоны) и ее динамическая модель (уменьшается порядок системы дифференциальных уравнений). Если трактовать l_2 как расстояние от оси второго шарнира до центра тяжести второго звена, то условие $l_2 = 0$ не приводит к вырождению кинематической модели, однако динамическая модель при этом условии опять-таки вырождается.

Это обстоятельство свидетельствует лишь об ограниченности простейших базовых моделей: слишком мало число точек размещения масс звена (неучтенным оказался факт существования момента инерции звена). Поэтому несколько изменим простейшую базовую модель, распределив массу второго звена по двум точкам так, чтобы удовлетворялись условия статического размещения масс: $m_2' + m_2'' = m_2$, $m_2'l_2' + m_2''l_2'' = m_2l_2$ (рис. 8.11).

Очевидно, выражение для кинетической энергии этой модели примет вид

$$W = 0,5 \left\{ [m_2'l_1'^2 + m_2'(l_2')^2 + m_2''(l_2'')^2 + 2l_1(m_2'l_2' + m_2''l_2'') \cos q_2] \dot{q}_1^2 + \right. \\ \left. + 2[m_2'(l_2')^2 + m_2''(l_2'')^2 + l_1(m_2'l_2' + m_2''l_2'') \cos q_2] \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \right. \\ \left. + (m_2'(l_2')^2 + m_2''(l_2'')^2) \dot{q}_2^2 \right\}. \quad (8.33)$$

Как видно, здесь условие цикличности обобщенной координаты q_2 , а именно $m_2'l_2'' + m_2''l_2'' = m_2l_2 = 0$ не приводит к вырождению динамической модели системы. Физически оно соответствует условию статического уравнивания масс второго звена относительно оси второго шарнира: l_2' и l_2''

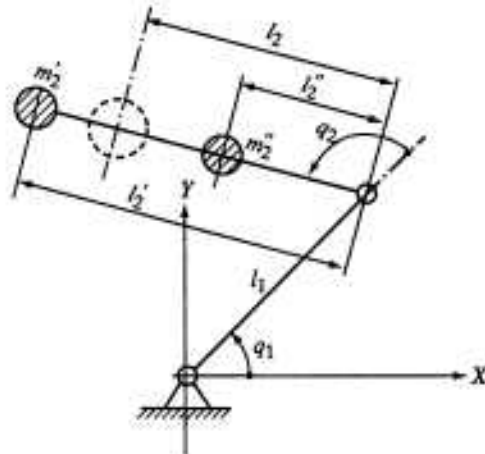


Рис. 8.11. Учет момента инерции второго звена простейшей базовой модели путем размещения его масс по двум точкам

должны иметь разные знаки (массы m_2' и m_2'' должны располагаться с разных сторон от оси второго шарнира).

Реализация полученного условия за счет соответствующего распределения масс звена при проектировании трудностей не представляет. Необходимо только из всех возможных вариантов выбрать тот, для которого центральный момент инерции второго звена

$$I_2 = m_2''(l_2')^2 + m_2'(l_2'')^2$$

минимален. От величины этого момента инерции существенно зависят моменты приводов, необходимые для обеспечения заданных ускорений по обобщенным координатам.

Реализовав найденное условие цикличности, вместо (8.33) можем записать

$$W = 0,5 \left[(m_2 l_1^2 + I_2) \dot{q}_1^2 + 2 I_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 + I_2 \dot{q}_2^2 \right]. \quad (8.34)$$

Полученная квадратичная форма

$$W = 0,5 \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{\Pi}^q \dot{\mathbf{q}} = 0,5 \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 \pi_{ik}^q \dot{q}_i \dot{q}_k$$

является действительной, симметрической, положительно определенной, с постоянными коэффициентами. Известно [9, 20, 26], что линейная подстановка $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{R} \dot{\boldsymbol{\psi}}$ переводит каждую квадратичную форму в квадратичную форму от новых переменных $\dot{\boldsymbol{\psi}}$

$$0,5 \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{\Pi}^q \dot{\mathbf{q}} = 0,5 \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 \pi_{ik}^{\boldsymbol{\psi}} \dot{\psi}_i \dot{\psi}_k = 0,5 \dot{\boldsymbol{\psi}}^T \mathbf{\Pi}^{\boldsymbol{\psi}} \dot{\boldsymbol{\psi}},$$

где

$$\pi_{ik}^{\boldsymbol{\psi}} = \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 \pi_{jl}^q r_{ji} r_{lk} \quad (i, k = \overline{1, 2}),$$

или в общем виде

$$\mathbf{\Pi}^{\boldsymbol{\psi}} = \mathbf{R}^T \mathbf{\Pi}^q \mathbf{R}. \quad (8.35)$$

Для каждой данной действительной симметрической квадратичной формы существует такое линейное преобразование $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{R} \dot{\boldsymbol{\psi}}$ с действительными

коэффициентами r_{2j} после которого новая матрица Π^q в (8.35) будет диагональной. Причем, как канонический вид данной квадратичной формы, так и преобразование \mathbf{R} , приводящее к этому виду, не определены однозначно. Возникает проблема выбора преобразования \mathbf{R} .

Существующие методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби и метод ортогонального преобразования [26], не включают решение задачи целенаправленного преобразования с заданными свойствами. Мало того, из этих методов лишь метод ортогонального преобразования при условии, что используют только координатные системы с одним и тем же масштабом, приводит к единственному каноническому виду.

Ограничимся рассмотрением преобразований \mathbf{R} , дающих одинаковый масштаб координат \mathbf{q} и Ψ . Этому условию соответствует равенство детерминантов $|\Pi^q|$ и $|\Pi^q|$ квадратичных форм. Так как имеет место равенство

$$|\Pi^q| = |\Pi^q| |\mathbf{R}|^2,$$

то детерминант рассматриваемых преобразований \mathbf{R} должен быть равен единице.

Найдем канонический вид квадратичной формы (8.34) с помощью ортогонального преобразования. При ортогональном преобразовании $\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^{-1}$ и, следовательно, $\Pi^q = \mathbf{R}^{-1} \Pi^q \mathbf{R}$.

По матрице Π^q квадратичной формы (8.34) составим характеристическое уравнение

$$\begin{vmatrix} \pi_{11}^q - \lambda & \pi_{12}^q \\ \pi_{12}^q & \pi_{22}^q - \lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_2 l_1^2 + I_2 - \lambda & I_2 \\ I_2 & I_2 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

и найдем его корни

$$\lambda_1 = \left(2I_2 + m_2 l_1^2 + \sqrt{4I_2^2 + m_2^2 l_1^4} \right) / 2,$$

$$\lambda_2 = \left(2I_2 + m_2 l_1^2 - \sqrt{4I_2^2 + m_2^2 l_1^4} \right) / 2.$$

Для каждого корня λ_1, λ_2 найдем собственные нормированные векторы $\bar{\mathbf{e}}_1 = \{r_{11}, r_{21}\}$ и $\bar{\mathbf{e}}_2 = \{r_{12}, r_{22}\}$ такие, что $r_{11}^2 + r_{21}^2 = 1$ и $r_{12}^2 + r_{22}^2 = 1$. Координаты векторов $\bar{\mathbf{e}}_1$ и $\bar{\mathbf{e}}_2$ задаются системами уравнений

$$\begin{cases} (\pi_{11}^q - \lambda_i) r_{1i} + \pi_{12}^q r_{2i} = 0 \\ \pi_{12}^q r_{1i} + (\pi_{22}^q - \lambda_i) r_{2i} = 0, \quad i = 1, 2. \end{cases}$$

Определив отсюда компоненты r_{jk} ($j = 1, 2$), получим матрицу \mathbf{R}

$$\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D / \sqrt{D^2 + 1} & -1 / \sqrt{D^2 + 1} \\ 1 / \sqrt{D^2 + 1} & D / \sqrt{D^2 + 1} \end{pmatrix},$$

где $D = \left(m_2 l_1^2 + \sqrt{4I_2^2 + m_2^2 l_1^4} \right) / 2I_2$.

Матрица \mathbf{R} определяет систему передач между двигателями и звеньями механической руки. Так как мы условились (см. гл. 5) матрицу частных передаточных отношений кинематических передач руки обозначать через \mathbf{A}_p , так что $\dot{\psi} = \mathbf{A}_p \dot{q}$, то \mathbf{A}_p в рассматриваемом случае должна быть

$$\mathbf{A}_p = \mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T = \begin{pmatrix} D/\sqrt{D^2+1} & 1/\sqrt{D^2+1} \\ -1/\sqrt{D^2+1} & D/\sqrt{D^2+1} \end{pmatrix}.$$

Реализация системы механических передач в соответствии с полученной матрицей частных передаточных отношений \mathbf{A}_p обеспечит динамическую развязку системы в координатах ψ . В этих координатах выражение кинетической энергии примет вид

$$W = 0,5(\lambda_1 \dot{\psi}_1^2 + \lambda_2 \dot{\psi}_2^2),$$

а матрица инерционных коэффициентов будет

$$\Pi^v = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}.$$

Недостатком найденного решения является зависимость элементов матрицы частных передаточных отношений от инерционных параметров системы m_2, I_2, I_1 . Кроме того, техническая реализация передач в соответствии с полученной матрицей \mathbf{A}_p для модели, приведенной на рис. 8.2, *a* усложнена.

Эти обстоятельства побуждают искать матрицу \mathbf{R} в классе матриц (теперь уже неортогональных) с элементами, независимыми от параметров модели. Как отмечалось выше, регулярного метода целенаправленного определения такой матрицы нет. Приходится пользоваться методом проб и ошибок, "подключать" интуицию разработчика с учетом знания физических особенностей конкретных моделей. Так, для рассматриваемой модели, представленной на рис. 8.2, *a* найдено преобразование с матрицей

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},$$

приводящее квадратичную форму (8.34) к каноническому виду

$$W = 0,5(m_2 I_1^2 \dot{\psi}_1^2 + I_2 \dot{\psi}_2^2).$$

В справедливости приведенных выражений нетрудно убедиться подставив выражения обобщенных скоростей \dot{q} , определяемых матрицей \mathbf{R} , в (8.34). Заметим, что приведением квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа также можно доказать их справедливость.

Матрица \mathbf{A}_p частных передаточных отношений синтезируемых передач привода в этом случае принимает вид

$$\mathbf{A}_p = \mathbf{R}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Согласно этой матрице (см. раздел 5.6) необходимо установить два двигателя на основании, связать один из них с первым звеном модели непосредственно, а второй с помощью кинематической передачи с передаточным отношением +1 (например, механизмом пантографа) связать со вторым звеном (см. рис. 5.1, б).

В соответствии с матрицей инерционных коэффициентов

$$\Pi_{\Psi} = \begin{pmatrix} m_2 l_1^2 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix}$$

в этом случае инерционная нагрузка по обобщенной координате Ψ_2 целиком определяется моментом инерции второго звена I_2 .

Таким образом, приведенный пример не только подтвердил возможность полной динамической развязки системы, но и выявил основные пути ее достижения и некоторые трудности на этом пути.

В заключение этого раздела отметим, что концепция динамической развязки отнюдь не предполагает достижения полной динамической развязки движений по степеням подвижности во всех разрабатываемых робототехнических системах. Она позволяет понять некоторые эффекты и наметить пути их полезного использования, а также определить тенденции развития и принципы построения робототехнических систем с теми или иными динамическими свойствами. Поэтому эта концепция имеет в первую очередь большое методологическое значение. Вместе с тем при практической реализации концепции динамической развязки появляются возможности повышения эффективности разрабатываемых промышленных роботов, а именно за счет:

1) уменьшения нагрузок в приводных элементах робота и снижения установленной мощности приводов робота при сохранении (или даже повышении) его быстродействия;

2) существенной экономии энергии (на порядок) и многократного повышения быстродействия при цикловом управлении за счет введения в систему рекуператоров механической энергии (динамическая развязка в этом случае обеспечивает одновременную работу приводов с рекуператорами механической энергии) [18];

3) повышения точности и устойчивости многомерной системы автоматического регулирования при сведении к минимуму эффектов динамической связанности ее подсистем;

4) статического уравнивания звеньев руки ПР и динамической развязки движений по степеням подвижности робота (в этом случае можно использовать электропривод с малым передаточным отношением редуктора, а по некоторым степеням подвижности вообще отказаться от редуктора).

Такой подход способствует повышению надежности робототехнической системы в целом. Причем даже неполная динамическая развязка может привести к значительным выигрышам. Учитывая открываемые перспективы, можно говорить об актуальности исследований по определению условий динамической развязки в различных кинематических структурах механических рук роботов, а также разработок конкретных механизмов частичного и полного устранения динамических взаимовлияний по степеням подвижности роботов.

8.5. УСЛОВИЯ ЦИКЛИЧНОСТИ И ОРТОГОНАЛЬНОСТИ ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ

Рассмотренный в предыдущем разделе пример решения задачи динамической развязки в модели механической руки указывает на важность проблемы определения и технической реализации условий цикличности обобщенных координат робота. Кроме того, следует иметь в виду, что уравнения динамики (8.10) механической руки, если все обобщенные координаты циклические, превращаются в линейные с постоянными коэффициентами, причем $\mathbf{b}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \xi) = 0$, т.е. существенно упрощаются. Даже в случаях, когда удастся только часть обобщенных координат сделать циклическими, уменьшение взаимовлияний по степеням подвижности и упрощение уравнений динамики, используемых в задачах управления, оправдывают затраты на уравнивающие механизмы.

Покажем, что для любой структуры механической руки можно предложить такое уравнивание последнего звена, при котором последняя обобщенная координата q_n будет циклической. Очевидно, полученные при этом решения могут быть использованы для уравнивания и других звеньев.

Кинетическая энергия исполнительного механизма робота, представляющего собой разомкнутую механическую систему, состоящую из n твердых тел, соединенных последовательно с помощью кинематических пар пятого класса, равна сумме кинетических энергий его звеньев

$$W = 0,5 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \pi_{ij}^q \dot{q}_i \dot{q}_j = \sum_{i=1}^n W_i,$$

где $W_i = 0,5 \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^i e_{kj}^{(i)} \dot{q}_k \dot{q}_j$ — кинетическая энергия i -го звена, а

$$\pi_{ij}^q = \sum_{k=j}^n e_{ij}^{(k)}, (i \leq j).$$

Для принятых нами обобщенных координат \mathbf{q} манипулятора кинетическая энергия i -го звена (W_i) не зависит от обобщенных координат и скоростей q_j, \dot{q}_j для $j > i$. Поэтому необходимым и достаточным условием цикличности последней обобщенной координаты q_n (в n -звенной схеме) будет независимость кинетической энергии n -го звена (W_n) от координаты q_n .

Проведем вывод условий цикличности последней обобщенной координаты отдельно для случая, когда последняя кинематическая пара вращательная, и когда последняя кинематическая пара поступательная.

Пусть последнее звено модели представляет собой твердое тело, одна из главных центральных осей инерции которого параллельна оси вращательной пары. Это имеет место, если тело имеет плоскость симметрии, перпендикулярную оси вращения, что часто наблюдается на практике. Для удобства вывода условий цикличности последней обобщенной координаты введем в рассмотрение следующие системы координат (рис. 8.12):

- а) неподвижная система координат $O_0X_0Y_0Z_0$, связанная с основанием;
- б) подвижная система координат $OXYZ$, связанная с предпоследним звеном n -звенной модели, ось Z которой совпадает с осью n -й кинематической пары;
- в) подвижная система координат $O_nX_nY_nZ_n$, связанная с последним n -м звеном модели так, что ее начало совпадает с центром масс n -го звена, а оси координат совпадают с главными осями инерции звена. При этом, по предположению, ось Z_n параллельна оси последней кинематической пары.

Начало координат системы $OXYZ$ выбираем на оси Z так, чтобы вектор \vec{p} , соединяющий точки O и O_n , был перпендикулярен осям Z и Z_n . При таком назначении систем координат, связанных с предпоследним и последним звеньями, угол φ между осью X и вектором \vec{p} представляет собой сумму обобщенной координаты q_n и некоторой константы υ , определяемой выбором начала отсчета обобщенной координаты q_n .

$$\varphi = q_n + \upsilon.$$

Выражение кинетической энергии последнего звена имеет вид

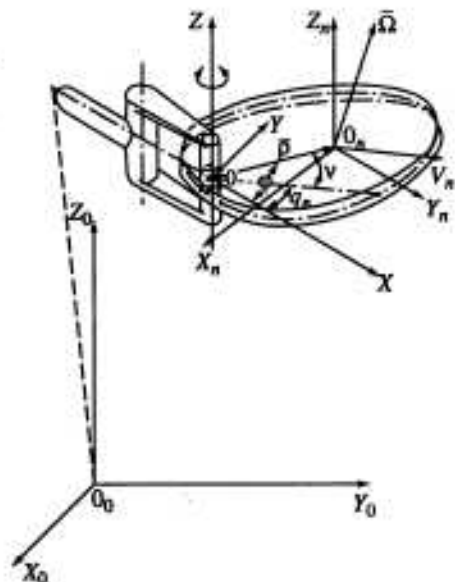
$$W_n = 0,5m_n V_n^2 + 0,5I_n \Omega^2, \quad (8.36)$$

где m_n – масса n -го звена; V_n – модуль вектора скорости центра масс n -го звена в системе $O_0X_0Y_0Z_0$; Ω – модуль вектора угловой скорости $\vec{\Omega}$ n -го звена в системе $O_0X_0Y_0Z_0$; I_n – центральный момент инерции n -го звена относительно оси, параллельной вектору угловой скорости $\vec{\Omega}$ n -го звена. Далее,

$$\vec{V}_n = \vec{V}_0 + \vec{\Omega} \times \vec{p},$$

где \vec{V}_0 – вектор скорости центра O системы $OXYZ$ в системе $O_0X_0Y_0Z_0$.

Рис. 8.12. Назначение систем координат, в которых рассматривается движение последнего звена модели руки с n -й вращательной кинематической парой



Векторы, входящие в правую часть последнего равенства, в проекциях на оси системы $OXYZ$ имеют вид

$$\bar{V}_0 = \bar{i}V_x + \bar{j}V_y + \bar{k}V_z,$$

$$\bar{\Omega} = \bar{i}\Omega_x + \bar{j}\Omega_y + \bar{k}\Omega_z,$$

$$\bar{\rho} = \rho(\bar{i} \cos \varphi + \bar{j} \sin \varphi)$$

и следовательно, можно записать

$$\bar{V}_n = \bar{i}(V_x - \Omega_z \rho \sin \varphi) + \bar{j}(V_y + \Omega_z \rho \cos \varphi) + \bar{k}(V_z + \Omega_x \rho \sin \varphi - \Omega_y \rho \cos \varphi)$$

и далее

$$0,5m_n V_n^2 = 0,5m_n \left[V_0^2 + \rho^2 \Omega_z^2 + \rho^2 (\Omega_x \sin \varphi - \Omega_y \cos \varphi)^2 + 2\rho(-V_x \Omega_z \sin \varphi + V_y \Omega_z \cos \varphi + V_z \Omega_x \sin \varphi - V_z \Omega_y \cos \varphi) \right]. \quad (8.37)$$

Второе слагаемое в выражении (8.36) кинетической энергии в проекциях на оси координат $O_n X_n Y_n Z_n$ можно записать так

$$0,5I_{\Omega} \Omega^2 = 0,5(I_{xx} \Omega_x^2 + I_{yy} \Omega_y^2 + I_{zz} \Omega_z^2),$$

где I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} – главные центральные моменты инерции последнего звена.

Выразим проекции $\bar{\Omega}$ на оси системы $O_n X_n Y_n Z_n$ через введенные ранее проекции $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ вектора на оси $OXYZ$, используя матрицу поворота при переходе от системы $OXYZ$ к системе $O_n X_n Y_n Z_n$,

$$\begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Получим

$$\bar{\Omega} = \bar{i}\Omega_x + \bar{j}\Omega_y + \bar{k}\Omega_z = \bar{i}_n (\Omega_x \cos \varphi + \Omega_y \sin \varphi) + \bar{j}_n (-\Omega_x \sin \varphi + \Omega_y \cos \varphi) + \bar{k}_n \Omega_z,$$

следовательно,

$$0,5I_{\Omega} \Omega^2 = 0,5 \left[I_{xx} (\Omega_x \cos \varphi + \Omega_y \sin \varphi)^2 + I_{yy} (\Omega_x \sin \varphi - \Omega_y \cos \varphi)^2 + I_{zz} \Omega_z^2 \right]. \quad (8.38)$$

Как видно, в выражении W_n слагаемые (8.37) и (8.38) зависят от φ , а значит и от q_n . Чтобы слагаемое (8.37) не зависело от q_n при $|\rho| > 0$, кинематическая схема должна обеспечивать одновременное выполнение следующих условий:

$$\Omega_x = 0, \quad \Omega_y = 0, \quad V_x = 0, \quad V_y = 0. \quad (8.39)$$

Выполнение первых двух условий достигается в случае параллельности осей всех вращательных пар. Выполнение двух последних условий достигается в том случае, если за исключением последней, все кинематические

пары в модели поступательные, а их оси вращения – последние обобщенные координаты вращательной пары. Чтобы слагаемое (8.38) в выражении W_n не зависело от q_n , достаточно выполнения двух первых равенств из (8.39). Выбор структур невелик.

Таким образом, в общем случае для обеспечения цикличности последней обобщенной координаты требуется параметрическое решение – уравновешивание последнего звена. Чтобы определить, каким должно быть уравновешивание, обратимся опять к выражениям (8.37) и (8.38).

Для того, чтобы (8.37) стало независимым от q_n , достаточно выполнить условие $|\rho| = 0$, т.е. уравновесить звено так, чтобы центр масс звена находился на оси вращения последней кинематической пары. Чтобы (8.38) было независимым от q_n , достаточно при уравновешивании выполнить условие $I_{zn} = I_{yn}$. Если оси всех вращательных пар параллельны, то условие $I_{zn} = I_{yn}$ можно не выполнять.

Окончательно, если в произвольной схеме с последней вращательной парой распределение масс в последнем звене удовлетворяет условиям $\rho = 0$, один из главных центральных моментов инерции I_{zn} совпадает с осью последней вращательной пары, а $I_{zn} = I_{yn}$, то последняя обобщенная координата – циклическая.

Рассмотрим два примера возможного уравновешивания последнего звена, приводящего к тому, что последняя обобщенная координата становится циклической.

Сначала проанализируем схему манипулятора, представляющего собой тройной плоский маятник, состоящий из невесомых жестких звеньев и сосредоточенных масс (рис. 8.13, а). Пусть последним звеном будет жесткий невесомый стержень с сосредоточенной массой m_3 на конце. Такая схема имеет две нециклические координаты q_2 и q_3 . Обобщенная координата q_1 во всех рассматриваемых моделях циклическая. В этом проявляется один из законов сохранения – закон сохранения количества движения или момента количества движения. Так как оси всех вращательных пар параллельны, то достаточно уравновесить последнее звено так, чтобы выполнялось условие $\rho = 0$. Такое уравновешивание можно произвести с помощью одной уравновешивающей массы M_3 , жестко соединенной со звеном с помощью жесткого стержня длиной L_3 , как показано на рис. 8.13, а пунктиром. Соотношение между массами m_3 , M_3 и длинами l_3 , L_3 должно удовлетворять условию $m_3 l_3 = M_3 L_3$. В такой системе две обобщенные координаты q_1 и q_3 будут циклическими, т.е. мы добились поставленной цели.

Во втором примере (рис. 8.13, б) также две обобщенные координаты q_2 и q_3 нециклические. Модель отличается от рассмотренной выше тем, что оси первой и остальных вращательных пар не параллельны, точнее перпендикулярны.

Чтобы координата q_3 стала циклической, необходимо уравновесить последнее звено, при этом должны выполняться условия $\rho = 0$ и $I_{zn} = I_{yn}$. Очевидно, что совместного выполнения этих условий нельзя добиться с помощью лишь одной уравновешивающей массы, необходимы как минимум

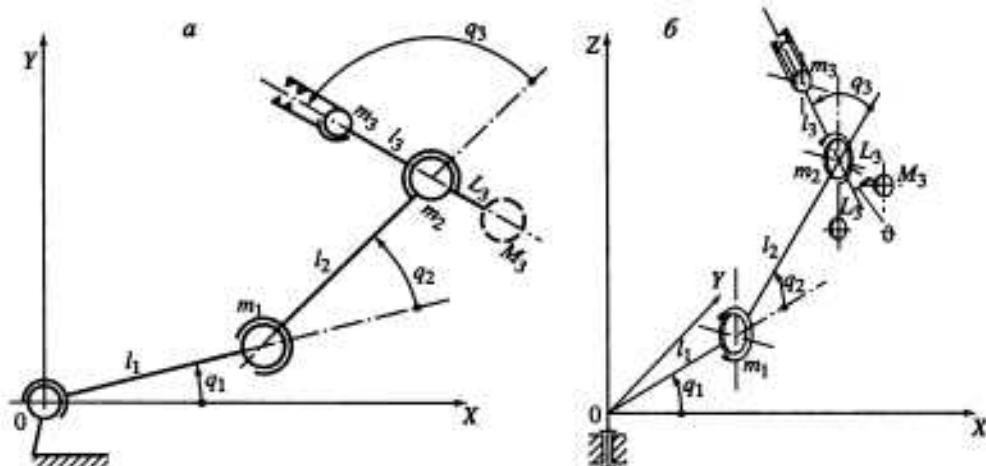


Рис. 8.13. Примеры динамического уравновешивания последнего звена моделей с тремя степенями подвижности с вращательными кинематическими парами

a – плоская динамическая модель "тройной маятник", *б* – пространственная модель структуры 1–2

две уравновешивающие массы. Пример уравновешивания звена двумя равными массами M_3 , показан на рис. 8.13, б, причем точечная масса звена и уравновешивающие массы лежат в плоскости, перпендикулярной оси вращения последней кинематической пары. Для определения длины L_3 (расстояние от оси шарнира до уравновешивающей массы) и угла ϑ составим в соответствии с приведенными условиями систему уравнений

$$2M_3L_3 \cos \vartheta = m_3l_3,$$

$$2M_3L_3^2 \sin^2 \vartheta = m_3l_3^2 + 2M_3L_3^2 \cos^2 \vartheta.$$

Если каждая уравновешивающая масса равна массе звена ($M_3 = m_3$), то решение этой системы будет $L_3 = l_3$, $\vartheta = 60^\circ$.

Таким образом, получены условия, при выполнении которых последняя обобщенная координата, соответствующая вращательной паре пятого класса, становится циклической.

8.5.2. Условия цикличности обобщенной координаты q_n

Случай n -й поступательной кинематической пары

Пусть последнее звено модели представляет собой жесткий стержень-ползун, имеющий ось симметрии, с массой m_n (рис. 8.14). Как и в предыдущем случае, введем три системы координат: неподвижную, связанную с основанием; подвижную $OXYZ$, связанную с предпоследним звеном так, что ось Z направлена вдоль оси последней (поступательной) кинематической пары; а также подвижную $O_n X_n Y_n Z_n$, связанную с последним звеном. Начало O_n системы координат совместим с центром масс, ось Z_n направим вдоль оси ползуна, а оси X_n и Y_n направим вдоль главных осей инерции тела. В общем случае обобщенная координата q_n связана с расстоянием ρ между началами

Рис. 8.14. Назначение систем координат, в которых рассматривается движение последнего звена модели руки с n -й поступательной кинематической парой

подвижных систем координат O и O_n соотношением $\rho = q_n - \gamma$, где $\gamma = \text{const}$.

В выражении кинетической энергии вида (8.36) в этом случае лишь первое слагаемое зависит от q_n . Скорость центра масс n -го звена в неподвижной системе координат определена линейной скоростью \bar{V}_0 центра подвижной системы координат $OXYZ$, угловой скоростью $\bar{\Omega}$ предпоследнего звена, радиусом-вектором $\bar{\rho}$ и его производной

$$\bar{V}_n = \bar{V}_0 + \dot{\bar{q}}_n + \bar{\Omega} \times \bar{\rho}.$$

Используя проекции векторов \bar{V}_0 и $\bar{\Omega}$ на оси системы координат $OXYZ$, а именно

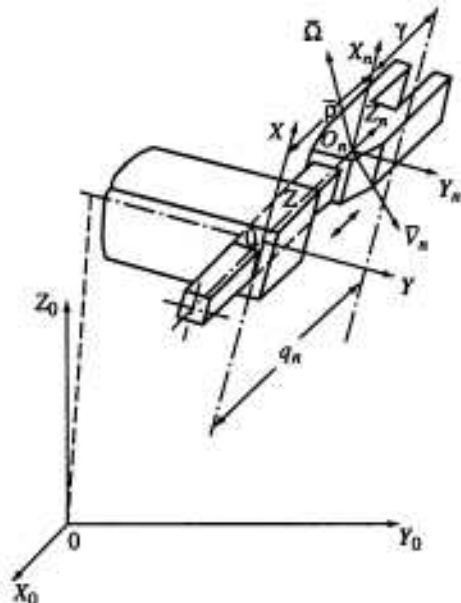
$$\bar{V}_0 = \hat{i}V_x + \hat{j}V_y + \hat{k}V_z, \quad \bar{\Omega} = \hat{i}\Omega_x + \hat{j}\Omega_y + \hat{k}\Omega_z$$

и условие $\bar{\rho} = \hat{k}(q_n - \gamma)$, получим после подстановки и преобразований выражение для квадрата абсолютной скорости центра масс последнего звена

$$V_n^2 = V_0^2 + \rho^2(\Omega_x^2 + \Omega_y^2) + \dot{q}_n^2 + 2\rho(V_x\Omega_y - V_y\Omega_x) + 2V_z\dot{q}_n.$$

Выполнение условий $\Omega_x = 0$ и $\Omega_y = 0$, обеспечивающих независимость выражения для V_n^2 от обобщенной координаты q_n , аддитивно входящей в выражение ρ , приводит к частным случаям, когда механизм без последнего звена является плоским, причем плоскость движения его звеньев перпендикулярна оси Z . Такое "структурное" обеспечение цикличности последней координаты охватывает небольшое число возможных схем. Очевидно, что для всех остальных схем никакое уравнивание с помощью жестко соединенных со звеном масс не приведет к желаемому результату.

Вместе с тем может оказаться целесообразным создание уравнивающего механизма, движение которого связано с изменением q_n и обеспечивающего условие $\rho = \text{const}$. Такое уравнивание легко осуществить с помощью одной массы. Однако в этом случае моменты инерции I_{xn} и I_{yn} становятся переменными и равны $I_{xn} = I_{yn} = m_n q_n^2 + ML^2$ или $I_{xn} = I_{yn} = 2m_n q_n^2$ при $M = m_n$, т.е. второе слагаемое в выражении для W_n становится зависимым от q_n . Поэтому уравнивающий механизм должен обеспечивать не только условие $\rho = \text{const}$, но и выполнение условий $I_{xn} = \text{const}$, $I_{yn} = \text{const}$.



Совместно выполните эти условия с помощью лишь одной уравновешивающей массы нельзя. Очевидно, что какой бы уравновешивающий механизм не был создан, он сможет обеспечить условия $I_{zn} = \text{const}$, $I_{yn} = \text{const}$ на некотором ограниченном интервале $|q_n| \leq q_{n\text{max}}$.

В противном случае, при неограниченном увеличении q_n будет неограниченно возрастать момент инерции ($I_{zn} = m_n q_n^2$). Таким образом, добиться цикличности последней обобщенной координаты, как следует из выражения для V_n^2 , можно, если предложить механизм, который перемещает уравновешивающие массы в зависимости от изменения q_n так, чтобы общий центр масс звена и механизма не менял своего положения относительно звена, а главные моменты инерции системы, состоящей из последнего звена и уравновешивающего механизма, оставались постоянными.

Пусть, например, механизм уравновешивания содержит две одинаковые уравновешивающие массы $M_1 = M_2 = M$. Тогда легко написать зависимости координат $z_{1,2}$ уравновешивающих масс в функции координаты q_n . Действительно, с учетом первого и второго условий можем записать

$$m_n q_n + Mz_1 + Mz_2 = 0$$

$$I + m_n q_n^2 + Mz_1^2 + Mz_2^2 = \text{const} = kI,$$

где k – постоянное число, I – главный центральный момент инерции последнего звена относительно оси X_n .

Решая эти уравнения совместно, получим

$$z_{1,2} = \left(-m_n q_n \pm \sqrt{2IM(k-1) - 2m_n M q_n^2 - m_n^2 q_n^2} \right) / 2M.$$

Видно, что значение константы k ограничено снизу и определено максимальной координатой $q_{n\text{max}}$. Вместе с тем, как следует из выражения, отражающего второе условие, для уменьшения момента инерции звена с уравновешивающим механизмом желательно выбирать величину k минимально возможной, т.е.

$$k = k_{\text{min}} = \left[(2Mn_n q_{n\text{max}}^2 + m_n^2 q_{n\text{max}}^2) / 2IM \right] + 1.$$

В этом случае

$$z_{1,2} = \left(-m_n q_n \pm \sqrt{(m_n^2 + 2Mm_n)(q_{n\text{max}}^2 - q_n^2)} \right) / 2M$$

и максимальный ход масс M согласован с максимальным смещением m_n .

Пример построения такого механизма для модели с тремя степенями подвижности представлен на рис. 8.15. Здесь используются синусные механизмы для привода двух уравновешивающих кольцевых масс $M_1 = M_2 = m_2$, выполненных в виде ползунов, установленных с возможностью перемещения вдоль оси Z . При этом движение от последнего звена модели передается через кривошип 1 жестко связанным с ним кривошипам 2 и 3 привода уравновешивающих масс. Произведя замену переменной $q_n = l \cos \eta$ (η – угол поворота кривошипа 1, l – его длина), а также выбрав длины кривошипов

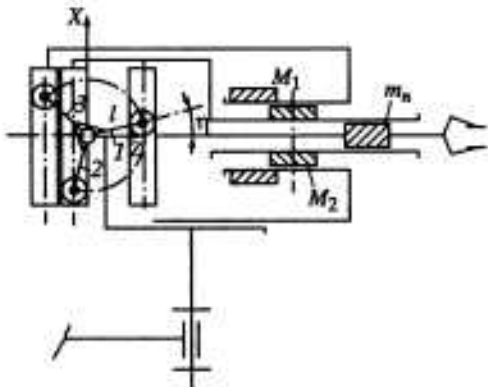
Рис. 8.15. Схема механизма динамического уравновешивания звена руки, присоединяемого поступательной кинематической парой

$l_1 = l_2 = l$ и фазу кривошипов 2 и 3 относительно кривошипа 1, равную 120° , получим законы движения уравновешивающих масс

$$z_1 = l \cos(\eta + 120^\circ),$$

$$z_2 = l \cos(\eta - 120^\circ).$$

Очевидно, что в этом случае центр трех масс M_1 , M_2 и m_n не будет смещаться вдоль осей X , Y , Z , а момент инерции системы относительно любой оси, перпендикулярной оси Z , будет постоянным. Таким образом, условия цикличности последней обобщенной координаты выполнены.



8.5.3. Условия цикличности и ортогональности всех обобщенных координат в частных случаях структур механических рук с n вращательными кинематическими парами

Обеспечив цикличность некоторых обобщенных координат, можно не только перейти к определению аналогичных условий для всех n обобщенных координат руки робота [3, 18], но и указать циклические ортогональные координаты, отвечающие целесообразному расположению двигателей и простым кинематическим цепям привода.

Рассмотрим две частные схемы исполнительных устройств с n степенями подвижности. Модель, приведенная по рис. 8.16, представляет собой плоскую n -звенную разомкнутую кинематическую цепь с вращательными парами пятого класса (m_i, I_{oi} – масса и центральный момент инерции i -го звена соответственно). Для этой модели представим кинетическую энергию в виде двух слагаемых: первое – сумма кинетической энергии центров масс

$W_1 = 0,5 \sum_{i=1}^n m_i V_{oi}^2$, второе – сумма кинетических энергий, обусловленных вращением звеньев вокруг центров масс

$W_2 = 0,5 \sum_{i=1}^n I_{oi} \left(\sum_{j=1}^i \dot{q}_j \right)^2$. Второе слагаемое не зависит от обобщенных координат, поэтому при выводе условий цикличности координат его можно из рассмотрения исключить.

Обозначим через V_i линейную скорость i -го шарнира кинематической цепи ($V_1 = 0$). Тогда выражение для квадрата линейной скорости центра масс i -го звена цепи можно записать в виде

$$V_{oi}^2 = V_i^2 + 2\rho_i \left(\sum_{j=1}^i \dot{q}_j \right) \left[V_{iy} \cos \left(\sum_{j=1}^i q_j \right) - V_{ix} \sin \left(\sum_{j=1}^i q_j \right) \right] + \rho_i^2 \left(\sum_{j=1}^i \dot{q}_j \right)^2.$$

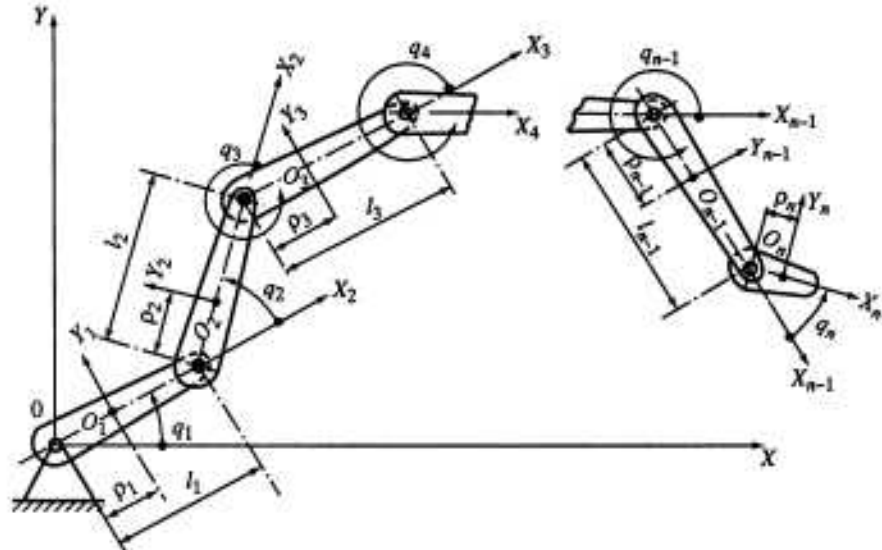


Рис. 8.16. Модель исполнительного устройства робота с n вращательными кинематическими парами – случай параллельности осей кинематических пар

где

$$V_i^2 = V_{i-1}^2 + 2l_{i-1} \left(\sum_{j=1}^{i-1} \dot{q}_j \right) \left[V_{(i-1)y} \cos \left(\sum_{j=1}^{i-1} q_j \right) - V_{(i-1)x} \sin \left(\sum_{j=1}^{i-1} q_j \right) \right] + l_{i-1}^2 \left(\sum_{j=1}^{i-1} \dot{q}_j \right)^2,$$

V_{iy}, V_{ix} – проекции линейной скорости i -го шарнира на оси Y, X соответственно.

Отсюда следует, что обобщенная координата q_n входит только в последнее слагаемое суммы W_1 кинетических энергий центров масс, координата q_{n-1} – в два последних слагаемых этой суммы, q_{n-2} – в три, и т.д. С учетом сказанного выражение для W_1 можно записать так

$$W_1 = 0,5 \sum_{i=1}^n m_i \left[\rho_i^2 \left(\sum_{j=1}^i \dot{q}_j \right)^2 + \sum_{j=1}^{i-1} l_j^2 \left(\sum_{k=1}^j \dot{q}_k \right)^2 \right] + \sum_{i=1}^n \left(m_i \rho_i + l_i \sum_{j=i+1}^n m_j \right) \left(\sum_{k=1}^i \dot{q}_k \right) \left[V_{iy} \cos \left(\sum_{k=1}^i q_k \right) - V_{ix} \sin \left(\sum_{k=1}^i q_k \right) \right].$$

Условия цикличности i -й обобщенной координаты ($2 \leq i \leq n-1$) рассматриваемой модели получим, приравняв нулю коэффициенты при

$$\left[V_{iy} \cos \left(\sum_{k=1}^i q_k \right) - V_{ix} \sin \left(\sum_{k=1}^i q_k \right) \right], \quad j = i, i+1, \dots, n,$$

$$\rho_j = l_j \sum_{k=j+1}^n m_k / m_j. \quad (8.40)$$

Координата q_1 – циклическая при любых соотношениях параметров модели, а $\rho_n = 0$ – условие циклическости координаты q_n . При выполнении последнего условия и $(n - 2)$ условий (8.40) все координаты модели циклические, а

координаты $\psi_i = \sum_{j=1}^i q_j$ (см. гл. 5) кроме того и ортогональные

$$W = 0,5 \sum_{j=1}^n \left(I_{0i} + m_i \rho_i + l_i \sum_{j=i+1}^n m_j \right) \dot{\psi}_i^2.$$

Условия (8.40) означают уравновешенность i -го звена с присоединенными к нему в $(i + 1)$ -м шарнире последующих масс звеньев относительно i -го шарнира и аналогичную уравновешенность всех последующих звеньев.

Относительно звеньев модели, представленной на рис. 8.17, будем предполагать, что для звеньев, связанных с предыдущим звеном вращательной кинематической парой пятого класса, динамическое размещение масс можно произвести в плоскости, перпендикулярной оси пары. Геометрия масс звеньев предполагается таковой, что в плоскости точек размещения масс существует ось симметрии (на рис. 8.17 ось X_i , $i = 1, 2, \dots, n$). Будем оценивать инерционные свойства звеньев массой m_i , моментом инерции I_{0i} и осевыми моментами I_{xi} и I_{yi} относительно центральных осей звеньев в плоскости размещения масс.

Рассмотрим сначала случай $n = 2$ (рис. 8.18) – тороидальный маятник. Второе звено этой модели совершает пространственное движение, которое можно рассматривать как сумму поступательного движения с центром масс звена и вращения вокруг центра масс. Согласно принятым моделям звеньев (X_i и Z_i – главные центральные оси инерции звеньев) тензор инерции i -го звена в точке, совпадающей с его центром масс, будет

$$I_i = \begin{bmatrix} I_{xi} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yi} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zi} \end{bmatrix}, \quad I_{zi} = I_{0i} = I_{xi} + I_{yi},$$

а составляющая кинетической энергии, обусловленная вращением и выраженная через квазискорости ω_{1i} , ω_{2i} и ω_{3i} – проекции вектора вращения ω звена на оси системы координат, связанной со звеном, имеет вид

$$W_i^* = 0,5 [I_{xi} \omega_{1i}^2 + I_{yi} \omega_{2i}^2 + (I_{xi} + I_{yi}) \omega_{3i}^2].$$

Зная зависимость квазискоростей ω_{1i} , ω_{2i} и ω_{3i} от углов Эйлера $[\psi]$, $[\vartheta]$ и $[\varphi]$ (углы прецессии, нутации и чистого вращения соответственно) и их производных по времени [22], с учетом следующего соответствия между углами Эйлера и принятыми обобщенными координатами модели (см. рис. 8.18):

$$[\psi] = q_1, \quad [\vartheta] = \pi/2 = \text{const}, \quad [\varphi] = q_2,$$

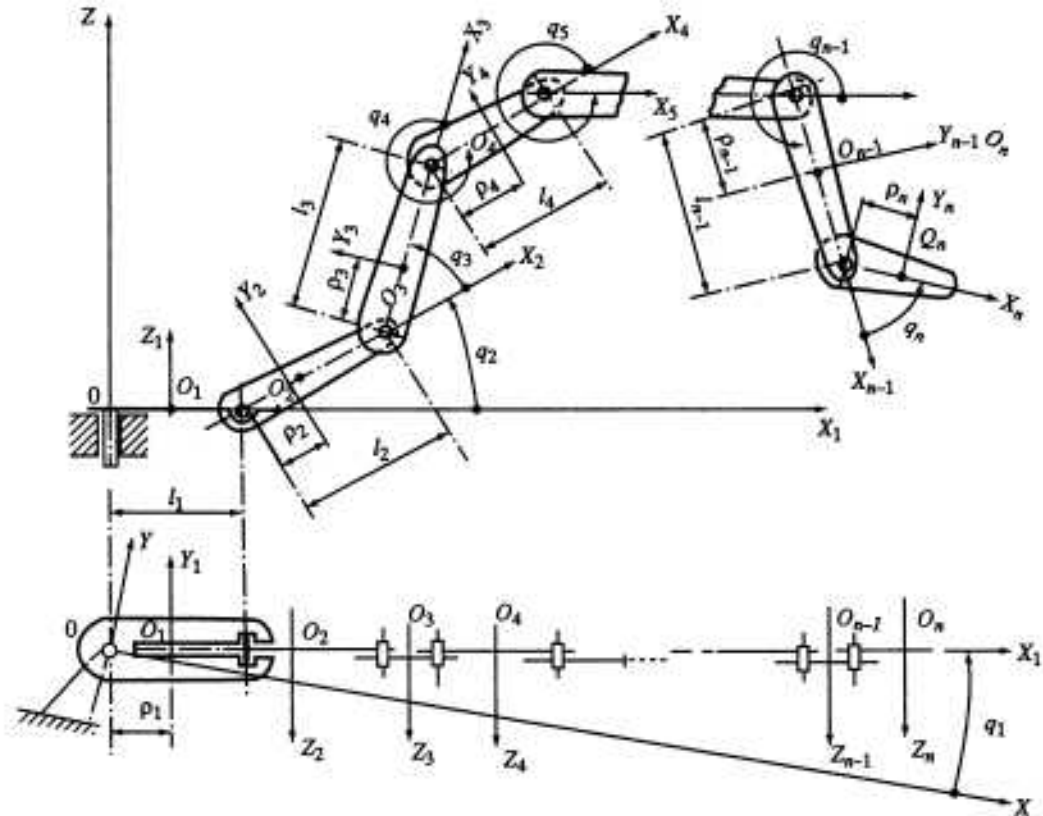


Рис. 8.17. Модель исполнительного устройства робота с n вращательными кинематическими парами – случай ортогональности от первой кинематической пары осей остальных кинематических пар, параллельных друг другу

получим выражение кинетической энергии в принятых обобщенных координатах в виде

$$W = 0,5 \left\{ (m_1 \rho_1^2 + I_{01}) \dot{q}_1^2 + m_2 [\rho_2^2 \dot{q}_2^2 + (l_1 + \rho_2 \cos q_2)^2 \dot{q}_1^2] + \right. \\ \left. + [J_{x2} \sin^2 q_2 + I_{y2} \cos^2 q_2] \dot{q}_1^2 + I_{02} \dot{q}_2^2 \right\}.$$

Отсюда следует, что условия цикличности и одновременно ортогональности обобщенных координат q_1 и q_2 модели принимают вид $\rho_2 = 0$ и $J_{x2} = J_{y2}$. При моделировании геометрии масс звеньев замещающими точками в рассматриваемом случае условия цикличности обобщенных координат соответствуют совпадению центра масс замещающих точек второго звена с осью кинематической пары и равенству центральных осевых моментов инерции масс точек в плоскости их размещения

$$\sum_{j=1}^N m_j x_j^2 = \sum_{j=1}^N m_j y_j^2.$$

Рис. 8.18. Модель исполнительного устройства робота – тороидальный маятник

При выполнении условий цикличности координат выражение кинетической энергии преобразуется к виду

$$W = 0,5(m_1 \rho_1^2 + I_{01} + m_2 l_1^2 + 0,5 I_{02}) \dot{q}_1^2 + 0,5 I_{02} \dot{q}_2^2.$$

Нами подтвержден полученный ранее (см. раздел 8.5.1) результат.

Проведенное рассмотрение позволяет более просто получить условия цикличности всех обобщенных координат модели исполнительного устройства с n степенями подвижности, представленной на рис. 8.17. Здесь ось первой кинематической пары перпендикулярна осям остальных кинематических пар, параллельных друг другу. При фиксации первой кинематической пары получим плоскую $(n - 1)$ -звенную разомкнутую цепь.

Представим кинетическую энергию рассматриваемой модели в виде суммы

$$W = \sum_{\alpha=1}^{\alpha=5} W_{\alpha},$$

где W_1 – энергия первого звена

$$W_1 = 0,5(m_1 \rho_1^2 + I_{01}) \dot{q}_1^2,$$

W_2 – энергия вращения звеньев вокруг центров масс в плоскости $(n - 1)$ -звенной цепи

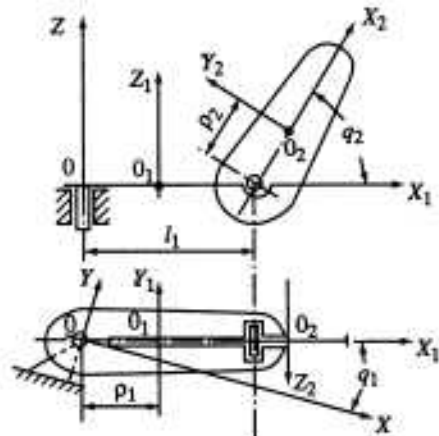
$$W_2 = 0,5 \sum_{i=2}^n I_{0i} \left(\sum_{j=2}^i \dot{q}_j \right)^2,$$

W_3 – энергия вращения звеньев вокруг центров масс, обусловленная поворотом плоскости $(n - 1)$ -звенной цепи

$$W_3 = 0,5 \dot{q}_1^2 \sum_{i=2}^n \left[I_{xi} \sin^2 \left(\sum_{j=2}^i q_j \right) + I_{yi} \cos^2 \left(\sum_{j=2}^i q_j \right) \right],$$

W_4 – энергия смещения центров масс звеньев в плоскости $(n - 1)$ -звенной цепи

$$W_4 = 0,5 \sum_{i=2}^n m_i \left[\rho_i^2 \left(\sum_{j=2}^i \dot{q}_j \right)^2 + \sum_{j=2}^{i-1} l_j \left(\sum_{k=2}^i \dot{q}_k \right)^2 \right] + \sum_{i=2}^n \left(m_i \rho_i + l_i \sum_{j=i+1}^n m_j \right) \times \left(\sum_{k=2}^i \dot{q}_k \right) \left[V_{ix} \cos \left(\sum_{k=2}^i q_k \right) - V_{ix1} \sin \left(\sum_{k=2}^i q_k \right) \right],$$



V_{iz}, V_{ix} – проекции скорости центра масс i -го звена на оси Z и X_1 соответственно; W_5 – энергия смещения центров масс звеньев перпендикулярно плоскости $(n-1)$ -звенной цепи

$$W_5 = 0,5\dot{q}_i^2 \sum_{i=2}^n m_i \left[l_i + \rho_i \cos \left(\sum_{j=2}^i q_j \right) + \sum_{j=2}^i l_j \cos \left(\sum_{k=2}^j q_k \right) \right]^2.$$

Сделаем подстановку

$$\psi_i = \sum_{j=2}^{i+1} q_j. \quad (8.41)$$

Слагаемое W_5 , после раскрытия скобок перепишем в виде

$$\begin{aligned} W_5 = & 0,5\dot{q}_i^2 \left[l_i^2 \sum_{i=2}^n \left(m_i \rho_i^2 + l_i^2 \sum_{j=i+1}^n m_j \right) \cos^2 \psi_i + m_n \rho_n^2 \cos^2 \psi_n + \right. \\ & + 2m_n \rho_n \left(l_i + \sum_{i=2}^{n-1} l_i \cos \psi_i \right) \cos \psi_n + 2l_i \sum_{i=2}^{n-1} \left(m_i \rho_i + l_i \sum_{j=i+1}^n m_j \right) \cos \psi_i + \\ & \left. + 2 \sum_{i=2}^{n-2} l_i \cos \psi_i \sum_{j=i+1}^{n-1} \left(m_j \rho_j + l_j \sum_{k=j+1}^n m_k \right) \cos \psi_j \right]. \end{aligned}$$

Приравняв нулю коэффициенты при $\sin \psi_j$ и $\cos \psi_j$ в выражениях W_4 и W_5 (после подстановки (8.41)), с учетом того, что координата q_i ($i \geq 2$) входит слагаемым не только в ψ_{i-1} , но и в ψ_j при $n \geq j \geq i$, получим первую группу необходимых условий цикличности координаты q_i

$$\rho_n = 0,$$

$$m_j \rho_j = l_j \sum_{k=j+1}^n m_k = 0, \quad j = i, i+1, \dots, n-1. \quad (8.42)$$

Как видно, эти же условия являются необходимыми условиями цикличности обобщенных координат q_j ($j > i$).

Сложив W_3 и W_5 и приравняв нулю коэффициенты при $\cos^2 \psi_i$ и $\sin^2 \psi_i$, с учетом выполнения условий (8.42) напомним вторую группу необходимых условий цикличности координаты q_i

$$I_{m_i} = I_{m_i},$$

$$I_{m_j} = I_{m_j} = m_j \rho_j^2 + l_j^2 \sum_{k=j+1}^n m_k, \quad j = n-1, n-2, \dots, i+1, i. \quad (8.43)$$

Выполнение условий (8.42) и (8.43) обеспечивает цикличность всех координат q_j и одновременно цикличность и ортогональность координат

Ψ_{j-1} . В этом случае координата q_1 не только циклическая, но и ортогональная по отношению к координатам Ψ_{j-1} . В соответствии с полученными условиями (8.42), (8.43) необходимо, во-первых, i -е звено ($i \neq 1$) и все последующие звенья уравновесить относительно присоединяющих шарниров с учетом присоединенных масс последующих звеньев и, во-вторых, обеспечить равенство друг другу центральных осевых моментов i -го звена ($i \neq 1$) и всех последующих звеньев в плоскости размещения масс также с учетом присоединяемых масс последующих звеньев.

При выполнении найденных условий циклическости обобщенных координат существенно упрощается задача стабилизации значения потенциальной функции манипулятора, обусловленной гравитацией. В зависимости от расположения оси первой кинематической пары в гравитационном поле дополнительное уравновешивающее устройство может либо вообще не понадобиться, либо понадобится всего одно пружинно-уравновешивающее устройство для уравновешивания первого звена модели с учетом присоединенных к нему масс остальных звеньев.

Как следует из (8.42) и (8.43), с увеличением числа степеней подвижности манипулятора обеспечение условий циклическости всех обобщенных координат приводит к быстрому росту масс звеньев и практически может быть достигнуто не всегда. Многое зависит от конкретных задач. Можно, например, пренебрегая инерционностью наиболее удаленных от основания звеньев, ограничиться уравновешиванием и динамической развязкой движений наиболее инерционных звеньев, расположенных ближе к основанию. При этом желательно в качестве уравновешивающих масс использовать массы приводных двигателей, а требование соответствия их установки нормальным циклическим координатам обеспечивать специальными механическими передачами.

8.5.4. Механизмы динамического уравновешивания с противовращением

Не всегда конструктивно удобно выносить двигатели звеньев на основание или на близлежащие к нему звенья. Иногда требуется установить двигатель какого-либо звена на предыдущем звене, например, в соединяющем их шарнире. В таких случаях также желательно иметь условия полной динамической развязки.

В качестве примера рассмотрим трехзвенную структуру робота-манипулятора, звенья которого соединены последовательно вращательными кинематическими парами пятого класса с последовательно-перпендикулярными осями (рис. 8.19).

Пусть в модели робота третье звено – твердое тело с массой m_3 , имеющее ось симметрии в плоскости, перпендикулярной третьей вращательной паре. Свяжем с третьим звеном систему декартовых координат $(O_3X_3Y_3Z_3)$ с началом в центре масс звена. Ось Y_3 направлена вдоль оси симметрии звена, ось Z_3 параллельна оси третьей кинематической пары, ось X_3 дополняет систему. Обозначим ρ_3 – расстояние от оси шарнира до центра масс третьего звена, I_x, I_y, I_z – главные центральные моменты инерции третьего звена.

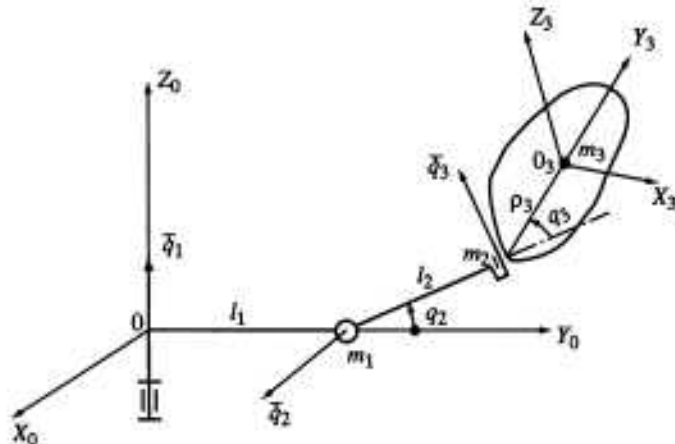


Рис. 8.19. Модель исполнительного устройства робота с последовательно ортогональными осями кинематических пар

Выпишем выражение кинетической энергии третьего звена W_3 (напомним предварительно, что в выражения кинетической энергии первого и второго звеньев ни координата q_3 , ни обобщенная скорость \dot{q}_3 не входят)

$$\begin{aligned}
 W_3 = & 0,5m_3 \left\{ \dot{q}_1^2 \left[(l_1 + l_2 \cos q_2 + \rho_3 \cos q_2 \cos q_3)^2 + \rho_3^2 \sin^2 q_3 \right] + \right. \\
 & + \dot{q}_2^2 (l_2 + \rho_3 \cos q_3)^2 + \dot{q}_3^2 \rho_3^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 (l_2 + \rho_3 \cos q_3) \rho_3 \sin q_2 \cos q_3 + \\
 & + 2\dot{q}_1 \dot{q}_3 \left[(l_1 + l_2 \cos q_2) \rho_3 \cos q_3 + \rho_3^2 \cos q_2 \right] \left. + \right. \\
 & + 0,5 \left[I_x (\dot{q}_1 \sin q_2 \sin q_3 + \dot{q}_2 \cos q_3)^2 + \right. \\
 & \left. + I_y (\dot{q}_1 \sin q_2 \cos q_3 - \dot{q}_2 \sin q_3)^2 + I_z (\dot{q}_1 \cos q_2 + \dot{q}_3)^2 \right].
 \end{aligned}$$

Как было показано выше, чтобы кинетическая энергия третьего звена (а, следовательно, и всей системы) не зависела от положения третьего звена, необходимо выполнение по отношению к третьему звену условий $\rho_3 = 0, I_x = I_y$.

Для того, чтобы нагрузки на приводы первого и второго звеньев (где бы они ни были установлены) не зависели ни от скорости \dot{q}_3 , ни от ускорения \ddot{q}_3 третьего звена, необходимо, как следует из написанного выражения, соблюдение условия

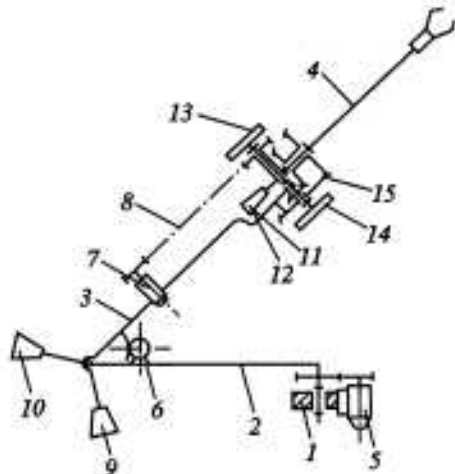
$$2I_x \dot{q}_1 \dot{q}_3 \cos q_2 = 0.$$

Для его выполнения в систему следует ввести механизм с уравновешивающими маховиками. Действительно, если установить на оси шарнира симметрично плоскости $X_3 Y_3$ ротор с двумя дисками и кинематически связать его с уравновешиваемым и предыдущим звеньями так, чтобы частное передаточное отношение от уравновешиваемого звена к ротору было отрицательным

Рис. 8.20. Динамическое уравнивание звеньев исполнительного устройства робота с последовательно ортогональными осями кинематических пар

и равным по модулю отношению момента инерции уравнивающего ротора к моменту инерции уравниваемого звена, то в выражении кинетической энергии третьего звена с уравнивающим механизмом появится дополнительный отрицательный член $(-2I_3 \dot{q}_1 \dot{q}_3 \cos q_2)$. За счет него и будет выполнено последнее условие.

Вариант кинематической схемы механической руки, включающий три вращательные пары с последовательно взаимно перпендикулярными осями, представлен на рис. 8.20. Показаны необходимые уравнивающие массы и расположение индивидуальных приводов звеньев руки. Здесь: 1 – основание, 2, 3, 4 – звенья скелета механической руки, 5, 6, 7 – приводы звеньев 2, 3, 4 соответственно, 8 – тросовая передача, 9 и 10 – уравнивающие массы звена 3; 11 и 12 – уравнивающие массы звена 4, установленные аналогично массам 9, 10; 13 и 14 – вращающиеся уравнивающие диски звена 4; 15 – кинематические передачи, обеспечивающие связь между уравнивающими дисками 13, 14 и звеньями 3 и 4.



Уравнивающие массы 9, 10 и 11, 12 подбираются таким образом, чтобы удовлетворить как условиям статического равновесия звеньев 3 и 4, так и условиям равенства осевых моментов инерции (в плоскостях перпендикулярных осям шарниров) этих звеньев. Суммарный момент инерции уравнивающих дисков 13, 14 должен быть равен I_3 звена, деленного на модуль передаточного отношения от дисков к звену, а направление вращения дисков 13, 14 противоположно направлению вращения звена 4.

8.5.5. Уравнивающие механизмы с автоматически изменяемой наладкой

В промышленных роботах, предназначенных для манипулирования различными по массе объектами, для осуществления движений с объектом манипулирования и без него, механизмы динамического уравнивания должны иметь устройства автоматической наладки. Привод этих устройств можно в некоторых случаях осуществить от привода захвата, выполнив их как единое целое. Например, в плоском исполнительном устройстве робота с двумя вращательными парами, когда устройство уравнивания должно обеспечивать только постоянство центра масс второго звена, такая наладка может быть осуществлена за счет изменения состояния якоря электромагнита привода захвата.

В более сложных случаях уравнивающие массы, оснащаются собственными приводами: например, являются поршнями пневмоприводов,

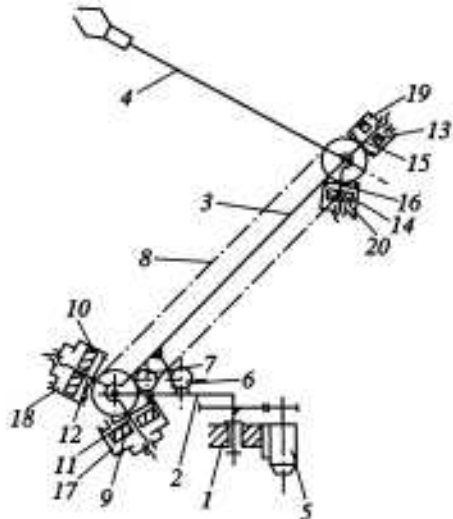


Рис. 8.21. Механизм динамического уравнивания звеньев исполнительного устройства с учетом изменяемой инерционной нагрузки в хвате

срабатывающих при изменении состояний захвата, как показано на рис. 8.21. Структура скелета механической руки содержит первую вращательную пару, ось которой перпендикулярна осям последующих вращательных пар, основание 1, звенья 2, 3, 4 скелета механической руки, приводы 5, 6, 7 звеньев 2, 3, 4 соответственно, тросовую передачу 8, уравнивающие массы 9 и 10 звена 3 с направляющими 11 и 12, уравнивающие массы 13 и 14 звена 4 с направляющими 15 и 16. Приводы перемещения уравнивающих масс 17–20 снабжены регулируемыми упорами.

Механическая рука действует следующим образом.

Регулируемые упоры и углы раствора направляющих 11 и 12, 15 и 16 механической руки настраивают таким образом, чтобы удовлетворить как условиям статического равновесия звеньев 3 и 4 (при наличии объекта манипулирования на свободном конце звена 4 и при его отсутствии), так и условиям равенства осевых моментов инерции 3 и 4 с учетом присоединяемых масс (также при наличии объекта манипулирования на конце звена 4 и при его отсутствии). При такой настройке приводы 5, 6, 7 не испытывают взаимных динамических влияний через механическую руку, а система управления каждой степенью подвижности автономна.

8.6. КЛАССИФИКАЦИЯ СТРУКТУР ПРОМЫШЛЕННЫХ РОБОТОВ ПО СТЕПЕНИ СЛОЖНОСТИ ДИНАМИЧЕСКОЙ РАЗВЯЗКИ И ВЫБОР СТРУКТУРЫ РОБОТА ДЛЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ СТАНКОВ.

ОСОБЕННОСТИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРИВОДА

Сложность реализации механизмов динамической развязки существенно зависит от выбираемой структуры робота. Иными словами, существуют структуры, в которых эта задача имеет простейшие конструктивные решения (в ортогональных структурах вообще без затрат, в плоских антропоморфных – за счет соответствующего распределения масс звеньев и построения кинематических передач привода), и структуры, требующие для динамической развязки создания сложных механизмов.

Естественно, что для практики наибольший интерес представляют структуры, в которых эффект динамической развязки достигается простейшими конструктивными мероприятиями. При этом наиболее предпочтительными являются те решения, в которых эффект достигается за счет

особенностей структуры и статического уравнивания звеньев (как, например, для модели, представленной на рис. 8.3, а).

Исходя из изложенных выше результатов анализа, в качестве базовых элементов структуры целесообразно рассматривать разомкнутые кинематические цепи из трех звеньев, сочлененных двумя кинематическими парами пятого класса (см. рис. 8.2). "Достраивая" эти цепи звеньями и различными кинематическими парами, будем получать различные структуры, которые оценим с точки зрения сложности динамической развязки.

Для этого введем следующие степени сложности динамической развязки:

I – схемы, в которых развязка достигается только за счет структурных особенностей;

II – схемы, в которых для развязки дополнительно к I необходимо статическое уравнивание звеньев за счет распределения их масс;

III – схемы, в которых требуется дополнительно к II обеспечить равенство моментов инерции относительно двух взаимно перпендикулярных осей (уравнивание моментов инерции звена) за счет распределения масс звена;

IV – схемы, в которых дополнительно к III требуется введение специальных уравнивающих механизмов с подвижными звеньями, положение которых зависит от конфигурации руки.

В соответствии с данной классификацией структуры из двух взаимно перпендикулярных поступательных пар могут служить примером схемы сложности I; структуры, приведенные на рис. 8.3, а, в – примеры схем II; структура на рис. 8.3, г – пример схемы III; структура на рис. 8.3, б – пример схемы IV.

Роботы, применяемые в настоящее время для обслуживания станков, из-за упорядоченности рабочего пространства чаще всего имеют 4 степени подвижности, которые обеспечивают объемное движение и необходимую ориентацию захвата. Поэтому в упомянутой процедуре построения и оценки структур ограничимся структурами с четырьмя степенями подвижности и рассмотрением комбинаций любых двух базовых структур.

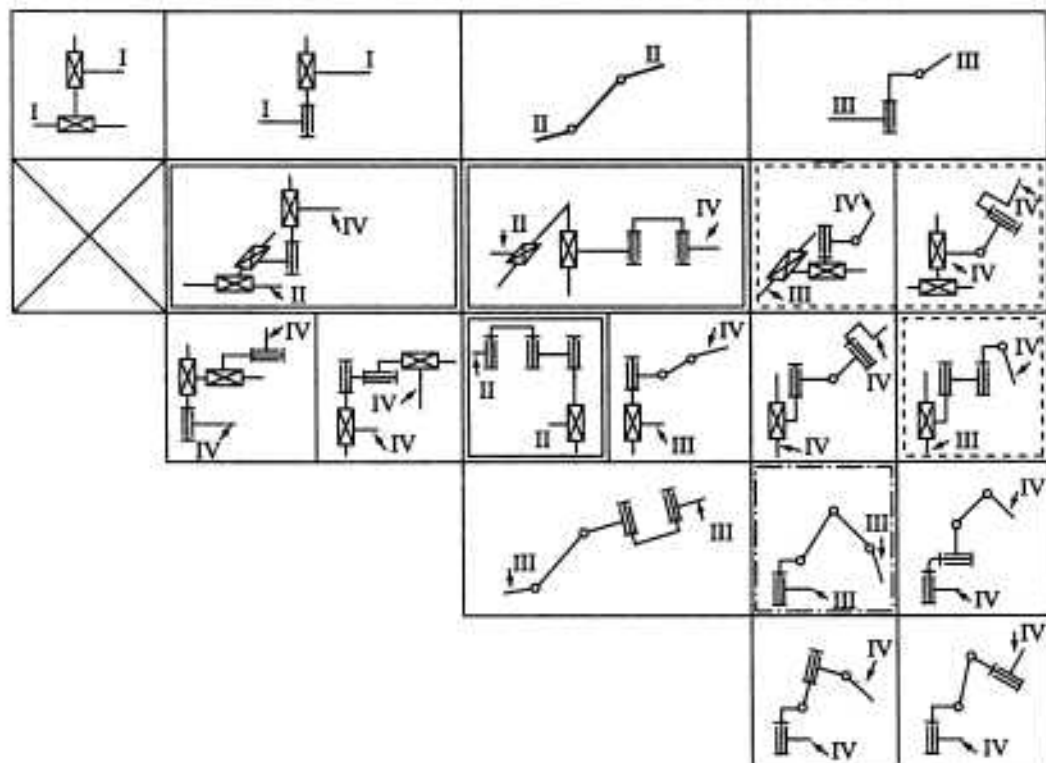
Полученные таким образом схемы представлены в табл. 8.3. На каждой схеме указаны степени сложности в зависимости от расположения основания. Из всех возможных вариантов, различающихся параллельностью или перпендикулярностью осей смежных шарниров присоединенных друг к другу базовых структур, исключены те, которые не обеспечивают четырех степеней подвижности захвата как твердого тела.

Структуры, удовлетворяющие минимальной сложности II, выделены двойной рамкой, структуры сложности III, требующие уравнивания моментов инерции только одного последнего звена цепи, выделены пунктирной рамкой и, наконец, штрихпунктирной рамкой выделены структуры (сложности III), наиболее распространенных моделей промышленных роботов. Заметим, что в моделях роботов PUMA и KUKA наблюдается тенденция к размещению масс звеньев, удовлетворяющему условию динамической развязки.

Очевидная рекомендация, вытекающая из проведенного рассмотрения, заключается в следующем. При выборе структуры робота для обслужи-

Таблица 8.3

Оценка структур ПР по степени сложности динамической развязки

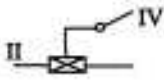
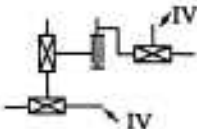
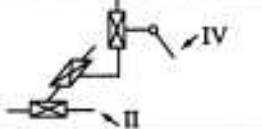
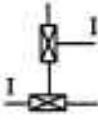
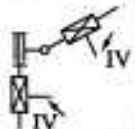
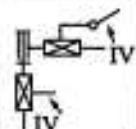
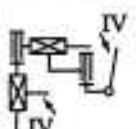
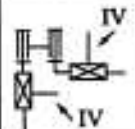
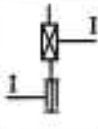



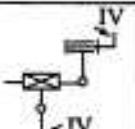
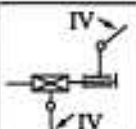
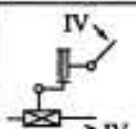
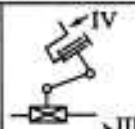
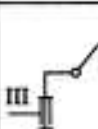
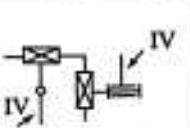
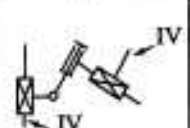
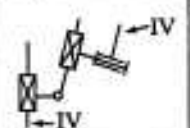
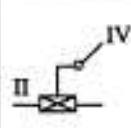


вания станка в первую очередь целесообразно выбирать в качестве альтернативных вариантов схемы с минимальной сложностью механизмов уравновешивания.

Рассмотрим подробнее одну из таких схем (рис. 8.22). Структура скелета механической руки по этой схеме соответствует структуре промышленных роботов: Scaga, TYP-2,5 и др. Однако в этих конструкциях идеи динамической развязки не реализованы в полной мере. Представим себе конструкцию, отвечающую рекомендациям, изложенным в настоящей главе и в предыдущих главах.

Выбранная структура скелета механической руки обеспечивает перенос объекта и его ориентацию в плоскости, перпендикулярной осям вращательных кинематических пар, и выход из этой плоскости перпендикулярно ей. Этим определен объем рабочей зоны.

Целесообразно расположить робот в пространстве так, чтобы оси вращательных пар были вертикальными. Тогда нетрудно за счет "структурной" развязки привода поступательного (вертикального) перемещения захвата и собственно привода захвата друг от друга и от остальных приводов

				Базовые элементы структуры
				
				
				
				
				

(например, так, как показано на рис. 8.23) полностью устранить статические нагрузки, обусловленные весом звеньев, весом объектов манипулирования и усилиями зажима объектов в захвате, на приводы перемещения и ориентации захвата в горизонтальной плоскости. Нагрузки на последние будут определяться (если пренебречь трением в подшипниках) только динамикой. Согласно концепции динамической развязки желательно:

- центры тяжести захвата, ползуна 4 и объекта манипулирования располагать на оси третьей вращательной пары;
- установкой противовесов на втором подвижном звене добиться его статической сбалансированности с учетом масс звеньев, образующих последующие кинематические пары, захвата и среднего по массе объекта манипулирования;
- установить приводы и ориентации захвата на основании и связать их кинематическими передачами со звеньями так, чтобы матрица частных передаточных отношений была треугольной с единичными значащими элементами.

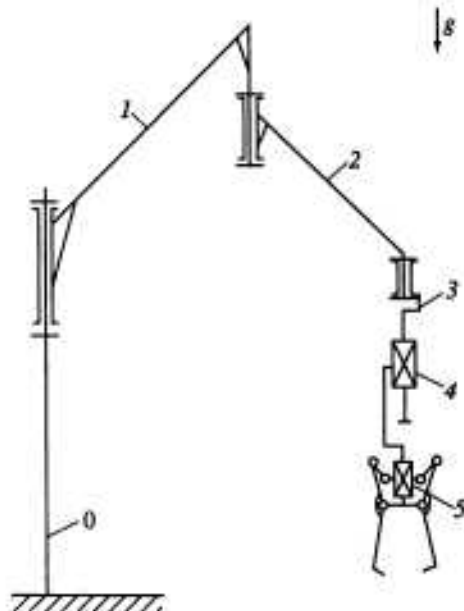


Рис. 8.22. Структура скелета механической руки, для которой требуются механизмы динамической развязки второй степени сложности

0 – основание, 1, 2, 3 – звенья присоединяемые вращательными кинематическими парами, 4 – звено, присоединяемое поступательной кинематической парой (ползун), 5 – ведущее звено механизма захвата

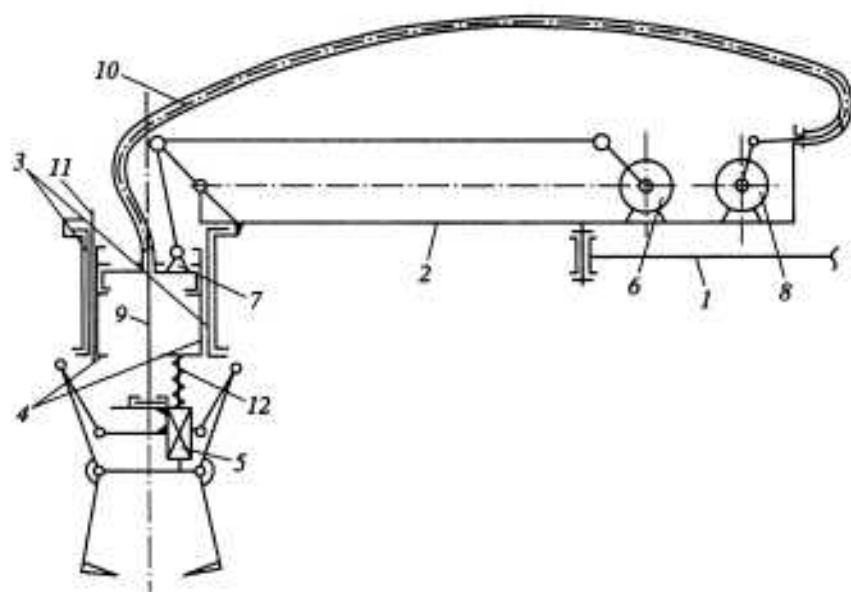


Рис. 8.23. Кинематическая схема приводов поступательного перемещения захвата и собственно захвата

1 – плечо, 2 – предплечье, 3 – кисть, 4 – ползун, 5 – ползун механизма захвата, 6 – мотор-редуктор привода подъема захвата, 7 – поршень механизма подъема захвата, 8 – мотор-редуктор привода захвата, 9 – трос привода захвата, 10 – оплетка троса привода захвата, 11 – направляющая шпонка, 12 – возвратная пружина привода захвата. Кинематические развязки приводов обеспечиваются, во-первых, возможностью относительного вращения поршня 7 механизма подъема и ползуна 4, а, во-вторых, тросовой передачей 9–10 с пропущенным вдоль вращения кисти тросом 9, прикрепленным с возможностью вращения к ползуну 5 механизма захвата

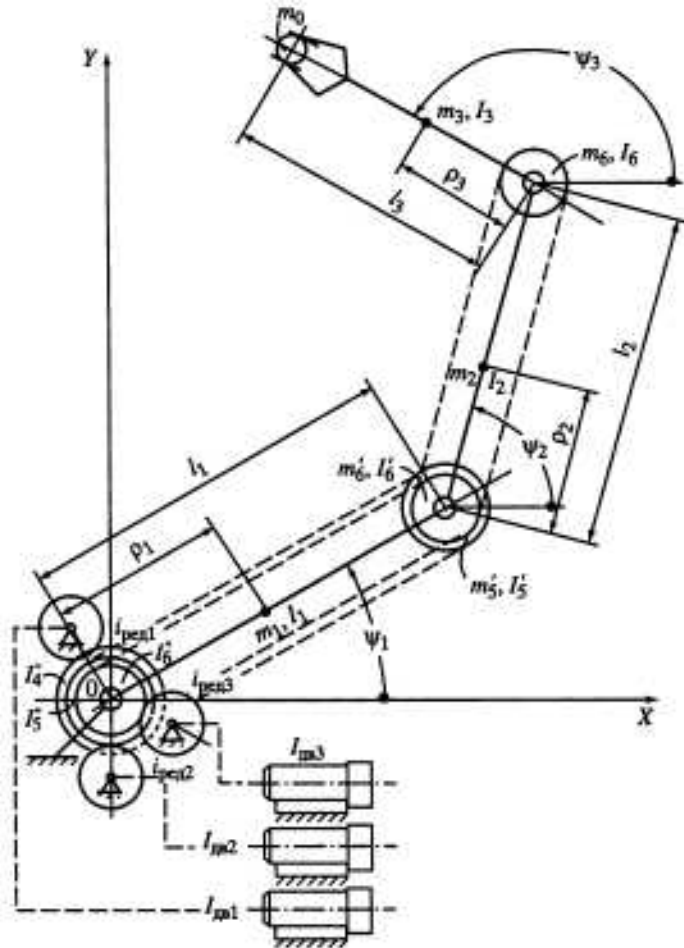


Рис. 8.24. Кинематическая схема приводов плеча, предплечья и кисти робота с указанием основных массо-инерционных параметров элементов

Кинематическая схема этой части робота – плоский трехзвенный маятник с вынесенными на основание мотор-редукторами – представлена на рис. 8.24. От мотор-редукторов к звеньям механической руки протянуты приводные кинематические цепи, выполненные в виде гибких звеньев (тросов) и роликов, установленных на осях кинематических пар скелета руки. Частные передаточные отношения этих цепей равны единице. При этом система координат выходных валов приводов Ψ характеризует абсолютные угловые перемещения звеньев скелета руки

$$\Psi_1 = q_1, \quad \Psi_2 = q_1 + q_2, \quad \Psi_3 = q_1 + q_2 + q_3.$$

Используем в качестве приводов робота электродвигатели и редукторы. Очевидно, два привода – привод подъема и привод собственно захвата – можно и нужно установить на втором подвижном звене так, чтобы их массы служили противовесами. На рис. 8.23 в качестве уравнивающих масс звена 2 использованы мотор-редукторы приводов подъема захвата b и

собственно захвата δ . Кроме того, для исключения динамического влияния роторов этих двигателей на приводы перемещения захвата в горизонтальной плоскости оси роторов двигателей должны быть перпендикулярны оси второго шарнира. Передаточные отношения редукторов этих двух приводов определяются в основном статическими нагрузками. Их выбор при известных характеристиках устанавливаемых двигателей трудности не представляет. Чтобы установить влияние величин передаточных отношений редукторов в приводах с приближенной динамической развязкой (которые являются приводами перемещения и ориентации захвата в горизонтальной плоскости) на динамические свойства этой части системы и правильно выбрать передаточные отношения редукторов в этих приводах, необходим дополнительный более подробный анализ.

Для схемы, приведенной на рис. 8.24, выберем в качестве звеньев приведения масс и моментов инерции двигателей и редукторов первое подвижное звено руки и входные ролики приводных кинематических цепей. Положения этих элементов характеризуются координатами ψ_1, ψ_2, ψ_3 . Рассмотрим случай, когда не выполнены условия статического уравнивания масс второго и третьего подвижных звеньев и, следовательно, не выполнены условия динамической развязки. На рис. 8.24 указаны все инерционные характеристики системы, учтенные при составлении выражения кинетической энергии

$$W = 0,5 \left[\dot{\psi}_1^2 (\bar{I}_1 + I_{np1} + I_4'') + \dot{\psi}_2^2 (\bar{I}_2 + I_{np2} + I_5'') + \dot{\psi}_3^2 (\bar{I}_3 + I_{np3} + I_6'') + \right. \\ \left. + 2\dot{\psi}_1\dot{\psi}_2 M_1 l_1 l_2 \cos(\psi_2 - \psi_1) + 2\dot{\psi}_1\dot{\psi}_3 M_2 l_1 l_3 \cos(\psi_3 - \psi_1) + \right. \\ \left. + 2\dot{\psi}_2\dot{\psi}_3 M_2 l_2 l_3 \cos(\psi_3 - \psi_2) \right],$$

где

$$M_1 = m_3 + m_c + m_6 + (\rho_2 / l_2) m_2,$$

$$M_2 = m_c + (\rho_3 / l_3) m_3,$$

$$\bar{I}_1 = I_1 + m_1 \rho_1^2 + (m_2 + m_2' + m_6'' + m_6 + m_3 + m_c) l_1^2,$$

$$\bar{I}_2 = I_2 + m_2 \rho_2^2 + (m_3 + m_c + m_6) l_2^2 + I_5',$$

$$\bar{I}_3 = I_3 + m_3 \rho_3^2 + m_c l_3^2 + I_6 + I_6',$$

$$I_{npk} = I_{як} \cdot i_{редk}, \quad (k = 1, 2, 3).$$

Как видно, в принятых обобщенных координатах ψ диагональные элементы матрицы инерционных коэффициентов суть константы. Чем больше их значения по сравнению с амплитудными значениями недиагональных элементов, тем более динамически развязана система по этим координатам. Этот эффект зачастую усиливают электроприводы в робототехнических устройствах. Использование в качестве приводных высокооборотных электродвигателей требует установки редукторов с большим передаточным отношением $i_{ред} = 100-200$. В этом случае даже при малом моменте инерции

$I_{\text{дв}}$ ротора двигателя приведенная к обобщенным координатам робота величина момента инерции ротора двигателя, равная $I_{\text{пр}i}$ ($i = 1, 2, 3$), соизмерима или даже превышает приведенные к обобщенным координатам инерционные характеристики звеньев системы и их изменения в процессе смены конфигураций. Это обстоятельство способствует приближенной динамической развязке системы по координатам ψ даже в случае, когда не выполнены условия статического уравнивания третьего подвижного звена руки и второго звена с учетом присоединяемых к нему масс третьего звена и объекта манипулирования. Именно поэтому при электромеханическом приводе робота с большим передаточным отношением редуктора удастся успешно применять автономные регуляторы [28] с неизменяемыми параметрами. Естественно, когда выполнено упомянутое уравнивание, система полностью динамически развязана и выбор передаточного отношения редуктора следует проводить по динамическим требованиям к приводу каждой отдельной степени подвижности. При этом в зависимости от типа робота (цикловой, позиционный или контурный) меняются критерии и основные задачи синтеза привода.

Для робота с контурной системой управления основная задача синтеза следящего привода – обеспечение заданной точности воспроизведения программы движения при минимальных потерях преобразуемой энергии – рассмотрена в [27]. Специфическая задача синтеза привода циклового промышленного робота с рекуператором механической энергии, заключающаяся в обеспечении надежной работы при минимуме энергозатрат, рассмотрена в гл. 9 (книга 2).

Здесь мы в качестве примера рассмотрим некоторые задачи синтеза привода позиционного электромеханического робота. Пусть для привода робота по координате ψ , при реализованных условиях динамической развязки с приведенным к выходному валу редуктора моментом инерции механической руки $I = \text{const}$ (без момента инерции двигателя) по предварительно заданным среднему перемещению $\hat{\psi}_j$, силе трения, режиму движения с заданными постоянными ускорением и замедлением при нулевых начальных и конечных условиях ориентировочно определена необходимая мощность двигателя и выбран электродвигатель постоянного тока со следующими характеристиками: пусковой момент – $M_{\text{п}}$; коэффициент вязкого трения – k_f ; момент инерции ротора – $I_{\text{дв}}$; момент холостого хода $M_{\text{хх}}$. С учетом инерционных характеристик двигателя приведенный к выходному валу редуктора момент инерции системы по координате ψ будет $I + I_{\text{дв}}i^2$. Требуется выбрать передаточное отношение i редуктора таким, чтобы на заданном среднем перемещении $\hat{\psi}_j$ при нулевых начальных и конечных условиях время движения было минимально. Справившись с этой задачей и сравнив полученное время движения с требуемым, после теплового расчета сделаем окончательный выбор двигателя.

Здесь нас будут интересовать лишь физические особенности процессов при решении поставленной оптимизационной задачи. Поэтому для простоты положим $M_{\text{тр}} = M_{\text{хх}} = 0$. Если бы комплектный электропривод обеспечивал постоянный момент, например $M_{\text{п}}$, на выходном валу двигателя (неза-

висимо от скорости последнего), то поставленная задача имела бы следующее очевидное решение.

Максимальные ускорения в системе, обеспечивающие минимум времени при релейном переключении управления (момента двигателя) на половине заданного перемещения, будут

$$\ddot{\psi}_j = M_n / (I + I_{\text{дв}} i^2).$$

Найдем максимум $\ddot{\psi}_j$, варьируя параметр i . Приравняв нулю производную последнего выражения по i , найдем условие экстремума $\ddot{\psi}_j$

$$i = \sqrt{I / I_{\text{дв}}}. \quad (8.44)$$

В большинстве случаев в задачу комплектного электропривода не входит поддержание постоянного момента, а его статическая характеристика имеет вид, представленный на рис. 8.5. С учетом этого получается, что лишь на участках торможения момент двигателя постоянен и равен $|M_n|$. На участках разгона движение по координате ψ_j описывается уравнением

$$(I + I_{\text{дв}} i^2) \ddot{\psi}_j + k_1 i^2 \dot{\psi}_j = M_n i.$$

При нулевых начальных условиях решением этого уравнения будет

$$\psi_j = \left(e^{-k_1 i^2 t / (I + I_{\text{дв}} i^2)} - 1 \right) \left[M_n (I + I_{\text{дв}} i^2) / k_1^2 i^3 \right] + M_n t / k_1 i.$$

В соответствии с этим решением для частного случая ($I = 0,007 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $M_n = 0,02 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $I_{\text{дв}} = 0,29 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $k_1 = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с/рад}$) построим кривые разгона для разных значений i (рис. 8.25, а). Для этого примера значение i (равное ~ 48), рассчитанное по уравнению (8.44), близко к оптимальному лишь на малых перемещениях. Как видно, большие смещения быстрее осуществляются в системах с меньшим передаточным отношением. При этом с увеличением k_1 этот эффект проявляется резче (рис. 8.25, б).

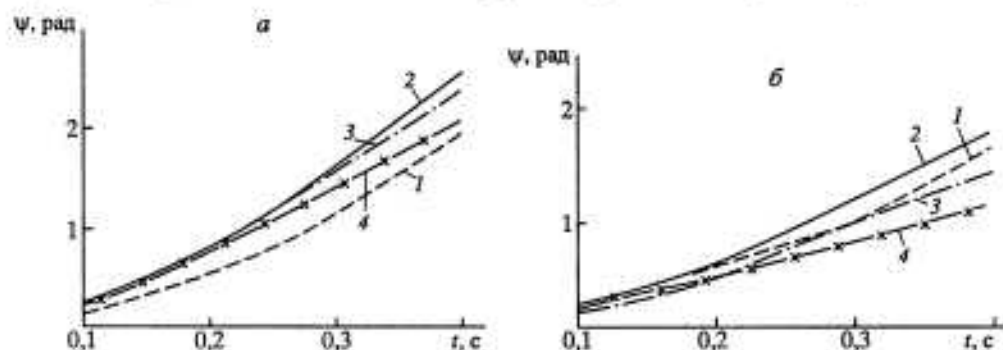


Рис. 8.25. Графики разгона инерционного элемента двигателями с различными коэффициентами вязкого трения k_1
 а - $k_1 = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с/рад}$; б - $k_1 = 15 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с/рад}$ при различных величинах передаточного отношения i редуктора: кривая 1 - $i = 10$, кривая 2 - $i = 20$, кривая 3 - $i = 30$, кривая 4 - $i = 40$

Рис. 8.26. Зависимость минимальных времен перемещения инерционного элемента с нулевыми начальными и конечными скоростями от величин передаточного отношения i редуктора

Очевидно, что решение задачи с учетом разгона и торможения для заданного перемещения $\Delta\hat{\psi}$, приведет к оптимальному передаточному отношению $i_{\text{опт}}$ меньшему, чем следует из уравнения (8.44). Результаты расчета минимальных времен перемещения системы на величину $\Delta\hat{\psi}_j = 2$ рад для $k_1 = 15 \cdot 10^{-5}$ Н · м · с/рад при различных передаточных отношениях i редуктора представлены на рис. 8.26.

Видно, что оптимальное значение i равно 20. Фазовый портрет движения системы при $i = 20$ представлен на рис. 8.27, а.

С увеличением передаточного отношения i уменьшается значение установившейся скорости при разгоне, а выход на нее становится более крутым. Для сравнения на рис. 8.27, б приведен фазовый портрет системы при $i = 40$. Усиливается также крутизна траектории на участке торможения. Несмотря на то, что общее время движения растет (за счет участка установившегося движения на небольшой скорости), максимальные значения ускорений при разгоне и торможении резко увеличиваются. Чтобы учесть этот факт, в системах с большим передаточным отношением редуктора необходимо программировать участки выхода на установившуюся скорость и торможения.

Уменьшение передаточного отношения редуктора позволяет смягчить процессы разгона и торможения и отказаться от программирования этих процессов. Наличие динамической развязки облегчает переход на низкие передаточные отношения редуктора (а в пределе – к безредукторному ($i = 1$) приводу позиционных роботов) и позволяет легко рассчитывать момент переключения. Конечно, для обеспечения достаточной точности позиционирования при малых рассогласованиях между программным значе-

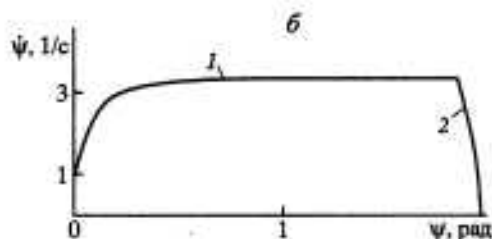
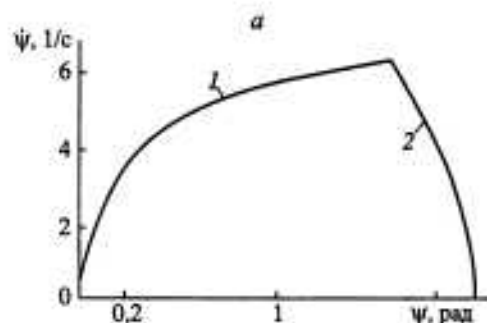
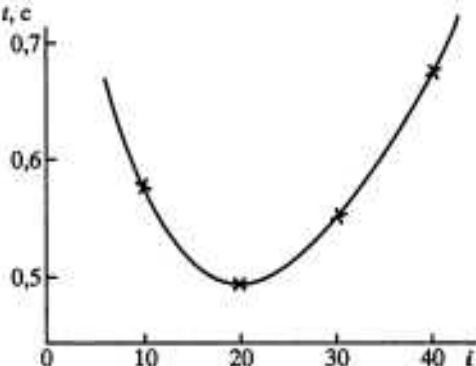


Рис. 8.27. Фазовые портреты движения инерционного элемента при значениях передаточного отношения редуктора 20 (а) и 40 (б)

нием координаты $\Psi_{пр}$ и действительным положением системы Ψ_r , должна включаться следящая система. Тенденция к снижению передаточного отношения редуктора, связанная с использованием высокомоментных двигателей в робототехнике, привела к приводам, получившим название direct-drive – безредукторный привод. Действительно, достигнуто "качественное" повышение (в 3–4 раза) быстродействия промышленных позиционных роботов с таким приводом [30, 36]. Как следует из проведенного выше анализа, платой за повышение быстродействия является необходимость принудительного охлаждения двигателей, работающих не на номинальных режимах, а на пусковых и в режиме торможения, т.е. при больших токах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов. М.: Наука, 1965. 776 с.
2. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1966. 768 с.
3. Быховский М.Л. К вопросу о динамике машин с электроприводом // Семинар по теории машин и механизмов. М.: Изд. АН СССР, 1958. С. 24–28. (Тр. Ин-та машиноведения; Т. 18, вып. 71).
4. Верецагин А.Ф. Принцип наименьшего принуждения Гаусса для моделирования на ЭВМ динамики роботов-манипуляторов // Докл. АН СССР. 1975. Т. 220, № 1. С. 89–94.
5. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984. 320 с.
6. Воронов А.А., Тимов В.К., Новогранов Б.Н. Основы теории автоматического регулирования и управления. М.: Высшая школа, 1977. 519 с.
7. Вукобратович М. Шагающие роботы и антропоморфные механизмы. М.: Мир, 1976. 453 с.
8. Герц М.Е., Корендясев А.И. и др. Механический усилитель мощности. А.с. 373469Б СССР // Б.И. 1973. № 4.
9. Ефимов Н.В. Квадратичные формы и матрицы. М.: Наука, 1964. 159 с.
10. Ивоботенко Б.А. и др. Дискретный электропривод с шаговыми двигателями. М.: Энергия, 1971. 624 с.
11. Ильинский Н.Ф. Основы теории, исследование и разработка электроприводов по системе источник тока – двигатель: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М., 1978. 38 с.
12. Кобринский А.Е., Корендясев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. Принципы построения двигательной системы автоматических манипуляторов с программным управлением промышленных роботов // Станки и инструмент. 1976. № 4. С. 3–10.
13. Козан Б.Я., Петров А.А. Гибридные вычислительные системы и моделирование роботов // Научные проблемы робототехники. М.: Наука, 1980. С. 34–37.
14. Козлов В.В., Макарычев В.П., Тимофеев В.А., Юревич Е.И. Динамика управления роботами. М.: Наука, 1984. 336 с.
15. Корендясев А.И., Левковский Е.И. и др. Установка для снятия характеристик электрических шаговых двигателей // Передовой научно-технический и производственный опыт. М.: ЦИТЭИН, 1961. Вып. 8. № Э-61-26/8. С. 10–14.
16. Корендясев А.И. Экспериментальное исследование механического усилителя мощности, основанного на использовании эффекта самоторможения // Анализ и синтез машин-автоматов. М.: Наука, 1965. С. 79–80.
17. Корендясев А.И. и др. Электрогидравлический усилитель. А.с. 643672Б СССР // Б.И. 1979. № 3.
18. Корендясев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. Цикловые роботы с аккумуляторами механической энергии. Многопозиционные системы с одной и несколькими степенями подвижности // Станки и инструмент. 1984. № 6. С. 4–8.
19. Кулаков Ф.М. Супервизорное управление манипуляционными роботами. М.: Наука, 1980. 448 с.

20. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1974. 831 с.
21. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1979. 574 с.
22. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961, 824 с.
23. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на Фортране. М.: Мир, 1976. 410 с.
24. Маколов О.Б., Пономарев Н.В., Коган Я.С. Пакет программ для получения динамической модели, используемой в комбинированной системе управления манипуляционным роботом // Вычислительные процессы в гибридных ЭВМ и комплексах. Киев, 1980. С. 9–11. (Препр. / АН УССР; № 231).
25. Медведев В.С., Лесков Е.Г., Ющенко А.С. Системы управления манипуляционных роботов. М.: Наука, 1978. 416 с.
26. Мишина А.П., Проскураков И.В. Высшая алгебра. Линейная алгебра, многочлены, общая алгебра. М.: Наука, 1965. 300 с.
27. Петров Б.И., Полковников В.Л. Динамические возможности электроприводов. М.: Энергия, 1976. 128 с.
28. Пол Р. Моделирование, планирование траекторий и управление движением робота-манипулятора / Пер. с англ. М.: Наука, 1976. 104 с.
29. Попов Е.П., Верещакин А.Ф., Зенкевич С.Л. Манипуляционные роботы: Динамика и алгоритмы. М.: Наука, 1978. 400 с.
30. Роботы с непосредственным приводом и их применение. М., 1987. 11 с. (Экспресс-информ. / ЦНИИТЭИ приборостроения. ТС-9 "Экономика и технология приборостроения"; Вып. 2).
31. Синев А.В., Степаненко Ю.А. Уравнение динамики манипулятора // Машиноведение. 1973. № 3. С. 43–48.
32. Стародуб К.Я., Михайлов Н.Н. Синхронные передачи и следящие системы. М.: Машиностроение, 1971. 280 с.
33. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М.: Наука, 1967. 444 с.
34. Тывес Л.И. К задаче динамической развязки движений манипулятора по обобщенным координатам // Машиноведение. 1985. № 2. С. 17–23.
35. Уикер Дж. Дж. Динамика пространственных механизмов. Ч. 1: Точные уравнения движения. Ч. 2. Малые колебания относительно положения равновесия // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Конструирование и технология машиностроения. М.: Мир, 1969. № 1. С. 264–278.
36. Asada H., Kanade T. Design of direct-drive mechanical arms // J. Vibrat., Acoustics and Reliab. Design. 1983. Vol. 105, N 3. P. 312–316.
37. Berger E., Herrman G. The industrial robot // Third Intern. symp. on industr. robots, May 29–31, 1973, Udina. 1974. N 3. P. 21–26.
38. Hollerback J.M. A recursive Lagrangian formulation of manipulator dynamics and a comparative study of dynamics formulation complexity // IEEE Trans. System, Man and Cybern. 1980. Vol. SMC-10, N 11. P. 730–737.
39. Markiewicz B.R. Analysis of the computed torque drive method and comparison with conventional position servo for a computer-controlled manipulator / NASA. JET Propulsion Lab. Pasadena (Calif.), 1973. 31 p. (Techn. Memorandum. Calif. Inst. of Technol.; 33–601).
40. Raibert M. A state space model for sensorimotor control and learning // Mass. Inst. Technol. Artificial Intel. Lab. 1976. Vol. AIM 351, January. P. 35.
41. Uicker J.J., Hartenberg R.S., Denavit J. An iterative method for the displacement analysis of spatial mechanisms // J. Apl. Mech. 1964. June. P. 202–204.
42. Uicker J.J. Dynamic Fore analysis of spatial linkages using 4×4 -matrices // Trans. ASME. 1967. P. 66.
43. Zahorsky L.A. Mechanical power amplifier boots tarque transmits position // Control Eng. 1960. February. P. 6–11.

Предисловие	3
Глава 1	
СМОТРИТЕ, КТО ПРИШЕЛ!	
1.1. Немного истории. Манипуляторы	8
1.2. Автоматические манипуляторы с программным управлением – роботы	12
1.2.1. Специфика нового класса машин и социальные, экономические и технические аспекты применения промышленных роботов	12
1.2.2. Структура промышленного робота и его основные элементы	14
1.3. Роботы и технологическое оборудование машиностроительного производства	18
1.4. Роботы и манипуляторы в немашиностроительных областях	23
1.5. Научно-технические проблемы создания и совершенствования робототехнических систем	31
Литература	32
Глава 2	
ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ МЕХАНИЗМЫ И СИСТЕМЫ ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА	
2.1. Обобщенная структурная схема робота	33
2.2. Двигательная система робота	35
2.2.1. Скелет руки робота	35
2.2.2. Две схемы размещения приводов. Понятие о кинематической развязке движений	39
2.2.3. Натяжение кинематических цепей	41
2.2.4. Механизмы стереотипных движений	42
2.2.5. Механизмы статического уравнивания звеньев руки робота	42
2.2.6. Рекуперация механической энергии в системах привода роботов	44
2.2.7. Механизмы захватов промышленных роботов	46
2.3. Управляющая система робота	49
2.3.1. Система регулирования промышленного робота	53
2.3.2. Система формирования программных движений	54
2.3.3. Два способа программирования роботов	55
2.4. Информационная система робота	56
2.5. Электромеханический промышленный робот ТУР-10	60
2.6. Нетрадиционные схемы роботов	67
2.6.1. Структура манипуляционных систем с параллельными кинематическими цепями	68
2.6.2. Манипуляционные системы с управляемой деформацией упругих звеньев	69
2.6.3. Регулярные кинематические структуры в манипуляционных системах роботов	72
2.7. Методология решения задач построения механизмов и систем роботов	73
Литература	74

СТРУКТУРА И КИНЕМАТИКА РУКИ РОБОТА

3.1. Обобщенные координаты скелета руки. Матричные преобразования для определения положения звеньев пространственных механизмов	76
3.2. Матричные преобразования для определения скоростей звеньев механической руки	82
3.3. Определение скоростей звеньев руки с помощью матрицы Якоби	84
3.4. Определение ориентации и угловых скоростей звеньев руки через углы Эйлера	87
3.5. Число степеней свободы захвата, его связь с числом степеней подвижности механизма. Понятие об индикаторной матрице	89
3.6. Уменьшение числа степеней свободы захвата. Кинематические признаки наличия особых конфигураций скелета руки	92
3.7. Прямая и обратная задачи о положениях руки робота с $N = n = 6$	100
3.8. Кинематические признаки существования решения обратной задачи о положениях в явном виде	102
3.9. Методика решения обратной задачи о положениях в явном виде	111
3.10. Особенности методики решения обратной задачи о положениях для структур с $N < 6$	119
3.11. Решение обратной задачи о положениях для роботов с параллельными кинематическими цепями	124
3.12. Обратная задача о скоростях руки робота	125
Литература	126

*Глава 4***МЕТОД ОБЪЕМОВ И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИ СИНТЕЗЕ МАНИПУЛЯТОРА И ПЛАНИРОВАНИИ ДВИЖЕНИЙ**

4.1. Понятие об угле сервиса. Характеристики сервиса. Идеальный манипулятор	128
4.2. Расчет характеристик сервиса руки робота при наличии ограничений	133
4.3. Оценка манипулятивных способностей руки человека	138
4.4. Синтез биотехнической системы "оператор-копирующий манипулятор"	142
4.5. Планирование движений руки робота в среде с препятствиями	147
Литература	156

*Глава 5***КИНЕМАТИКА ПЕРЕДАЧ ПРИВОДА ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ**

5.1. Кинематические модели цепей привода звеньев. Матрицы частных передаточных отношений	158
5.2. Проблема компенсации кинематического взаимовлияния цепей привода звеньев механической руки	164
5.3. Синтез механизмов компенсации для базовых моделей	169
5.4. Типовые схемы рук с треугольной и ступенчатой матрицей частных передаточных отношений	172
5.5. Синтез механизмов компенсации для рук с произвольным числом степеней подвижности	177
5.6. Синтез механизмов кинематического замыкания для реализации стереотипных движений	186
5.7. Кинематическое описание неидеальных передач привода звеньев механической руки	194
Литература	197

*Глава 6***СТАТИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ РОБОТА**

6.1. Приведение сил и моментов нагрузки к обобщенным координатам	200
6.2. Уравновешивание сил тяжести звеньев руки робота	202
6.3. Силовой анализ механизмов стереотипных движений	213

6.4. Статистика моделей механической руки робота с учетом зазоров и упругостей в передачах кинематической цепи привода	219
6.4.1. Методика определения матриц единичных податливостей и упругих коэффициентов передач привода механической руки	220
6.4.2. Учет зазоров в кинематических цепях привода роботов в программах управления	226
6.5. Синтез механизмов натяжения кинематических цепей привода звеньев	229
6.6. Особенности приведения сил трения к обобщенным координатам робота и синтез компенсирующего регулятора	236
6.7. Статическая устойчивость и определение критических нагрузок в особых конфигурациях руки	242
6.8. Устойчивость положения объекта манипулирования в схвате робота	250
Литература	255

Глава 7

ТОЧНОСТНЫЕ МОДЕЛИ ПРОМЫШЛЕННЫХ РОБОТОВ И СПОСОБЫ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ПРОГРАММНЫХ ДВИЖЕНИЙ

7.1. Проблемы точности в робототехнике. Факторы, влияющие на точность обработки движений	257
7.2. Модель механической руки с учетом первичных ошибок	260
7.3. Коррекция программных значений обобщенных координат, компенсирующая влияние геометрических погрешностей изготовления и сборки руки робота	264
7.4. Коррекция программных значений обобщенных координат, компенсирующая отклонения руки робота от требуемого положения вследствие зазоров и податливостей передач привода	267
7.5. Аттестация жесткостных характеристик кинематических цепей привода звеньев руки робота	271
7.6. Методика аттестации геометрических погрешностей изготовления и сборки руки робота	276
7.7. Алгоритм расчета погрешностей геометрических параметров на основе информации от дополнительных датчиков положения звеньев руки	278
7.8. Алгоритм расчета погрешностей геометрических параметров на основе информации от датчиков обратных связей по положению промышленного робота	284
7.9. Особенности точностных моделей механических рук. Специфика вычислительных алгоритмов при аттестации геометрических ошибок руки робота	285
7.10. Результаты моделирования процессов аттестации геометрических ошибок и коррекции программных значений обобщенных координат	295
7.11. Оценка погрешностей позиционирования рабочего органа робота	298
7.11.1. Система оценок погрешностей позиционирования рабочего органа	298
7.11.2. l -Координатный стенд сбора данных для расчета оценок погрешностей позиционирования рабочего органа	300
7.11.3. Алгоритм обработки данных в l -координатном стенде "Аттестат"	303
7.11.4. Определение и учет ошибок измерения в l -координатном стенде "Аттестат"	306
Литература	306

Глава 8

ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ РУКИ ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА С УЧЕТОМ СВОЙСТВ ПРИВодОВ ЗВЕНЬЕВ

8.1. Запись уравнений Лагранжа второго рода механической руки робота в виде, удобном для расчетов на ЭВМ	309
8.2. Уравнения приводов звеньев механической руки. Основные задачи динамики робототехнических систем	316
8.3. Упрощенные динамические модели механических рук. Идеализированные усилительно-преобразовательные устройства, их классификация	325

8.3.1. Простейшие "базовые" и упрощенные модели исполнительных механизмов роботов	325
8.3.2. Упрощенные модели усилительно-преобразовательных устройств	333
8.3.3. Упрощенные модели многомерной системы автоматического регулирования робота	343
8.4. Концепция динамической развязки движений по степеням подвижности механической руки	343
8.5. Условия цикличности и ортогональности обобщенных координат механической руки	352
8.5.1. Условия цикличности обобщенной координаты q_n . Случай n -й вращательной кинематической пары	353
8.5.2. Условия цикличности обобщенной координаты q_n . Случай n -й поступательной кинематической пары	356
8.5.3. Условия цикличности и ортогональности всех обобщенных координат в частных случаях структур механических рук с n вращательными кинематическими парами	359
8.5.4. Механизмы динамического уравнивания с противовращением	365
8.5.5. Уравнивающие механизмы с автоматически изменяемой наладкой	367
8.6. Классификация структур промышленных роботов по степени сложности динамической развязки и выбор структуры робота для обслуживания станков. Особенности электромеханического привода	368
Литература	378

Научное издание

Корендяев Альфред Иванович
Саламандра Борис Львович
Тывес Леонид Иосифович

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
РОБОТОТЕХНИКИ**

Книга 1

*Утверждено к печати
Ученым советом
Института машиноведения
им. А.А. Благонравова
Российской академии наук*

Зав. редакцией *Н.А. Степанова*
Редактор *Т.П. Трифонова*
Художник *Ю.И. Духовская*
Художественный редактор *В.Ю. Яковлев*
Технический редактор *В.В. Лебедева*
Корректоры *А.Б. Васильев, Т.А. Печко*

Подписано к печати 24.01.2006
Формат 70 × 100^{1/16}. Гарнитура Таймс
Печать офсетная
Усл.печ.л. 31,2. Усл.кр.-отт. 31,2. Уч.-изд.л. 30,6
Тип. зак. 3118

Издательство "Наука"
117997, Москва, Профсоюзная ул., 90
E-mail: secret@naukaran.ru
www.naukaran.ru

Отпечатано с готовых диапозитивов
в ГУП "Типография "Наука"
199034, Санкт-Петербург, 9 линия, 12